



Modelamiento matemático y por redes neuronales artificiales del crecimiento de *Spirulina* sp. en fotobiorreactor con fuente de luz fluorescente e iluminación en estado sólido

Mathematical modeling and through artificial neural networks of the *Spirulina* sp. growth in a photobioreactor with fluorescent light source and solid state lighting

Víctor Vásquez-Villalobos^{1,2,*}, Paola Artega Gutiérrez¹, Kattia Chanamé Acevedo¹, Ana Esquivel Torres¹

¹ Universidad Privada Antenor Orrego - Escuela de Ingeniería en Industrias Alimentarias. Av. América Sur 3145 Monserrate. Trujillo (Perú).

² Universidad Nacional de Trujillo - Escuela de Ingeniería Agroindustrial. Av. Juan Pablo II s/n - Ciudad Universitaria. Trujillo (Perú).

Recibido 12 agosto 2013; Aceptado 20 septiembre 2013.

Resumen

Se evaluaron los modelos matemáticos de Gompertz y logístico en la cinética de crecimiento de *Spirulina* sp., los cuales fueron comparados con un modelamiento por Redes Neuronales Artificiales *Backpropagation* (RNA-BP). La *Spirulina* fue cultivada en un fotobiorreactor de laboratorio aireado (3 L/min) de 500 mL, con iluminación fluorescente de 40W y en Estado Sólido (LED-*Light Emitting Diode*) de 1W; obteniendo con ambos sistemas 11,0 klx. La iluminación LED, permitió obtener un valor elevado de biomasa (α) de 0,90, en comparación con la obtenida con iluminación fluorescente de 0,82; así como una mayor velocidad de crecimiento $\mu=0,63 \text{ h}^{-1}$, precedida de un menor tiempo de latencia $\lambda=0,34 \text{ h}$. La RNA-BP mostró buena precisión con respecto al modelo corregido de Gompertz I, tanto para el caso del cultivo de *Spirulina* sp. con iluminación fluorescente y con LED, mostrando coeficientes de correlación (R) del orden de 0,993 y 0,994 respectivamente, con respecto a los datos experimentales. Resulta ventajoso el modelamiento a través del modelo corregido de Gompertz I, porque además de valores de R de 0,987 y 0,990 en los cultivos de *Spirulina* sp. Con iluminación fluorescente y con LED respectivamente, permite obtener los parámetros de la cinética de crecimiento de manera directa.

Palabras clave: Modelo de Gompertz, Modelo logístico, *Spirulina*, iluminación en estado sólido-LED.

Abstract

The Gompertz and logistic mathematical models in the *Spirulina* sp. growth kinetics were evaluated and were compared with a modeling through *Backpropagation* Artificial Neural Networks (BP-ANN). *Spirulina* was cultivated in a (3 L/min) of 500 mL aerated laboratory photobioreactor with 40W fluorescent lighting and 1W lighting Solid State (LED-*Light Emitting Diode*) obtaining 11.0 klx lighting with both systems. The LED lighting allowed to obtain a (α) 0.90 high biomass value compared with that one obtained with fluorescent lighting of 0.82, as well as a greater growth rate $\mu=0.63 \text{ h}^{-1}$ preceded by a shorter latency time $\lambda = 0.34 \text{ h}$. The BP-ANN showed a good accuracy with respect to the Gompertz I corrected model for both the *Spirulina* sp. cultivation case with fluorescent lighting and with LED displaying correlation coefficients (R) of the 0.993 and 0.994 order respectively, with regard to the experimental data. *Spirulina* modeling through the Gompertz I corrected model is advantageous because besides showing R 0.987 and 0.990 values in *Spirulina* sp. cultures with fluorescent lighting and with LED respectively, it allows to attain the growth parameters kinetics directly.

Keywords: Gompertz model, logistic model, *Spirulina*, lighting on solid state-LED.

* Autor para correspondencia

Email: vvasquezv@upao.edu.pe (V. Vásquez-Villalobos)

1. Introducción

Las microalgas tienen una vasta aplicación en varias vertientes de la vida humana; se utilizan como suplementos dietéticos, medicina, farmacia, en los cosméticos, en la obtención de biocombustibles, en la acuicultura, en la alimentación de peces y de zooplancton (Gómez, 2007).

A pesar de su simplicidad y amplia distribución, las algas habitan en sólo lugares donde existen condiciones favorables para la colonización y el desarrollo. Estos requerimientos o factores ecológicos limitantes son: la radiación luminosa, la temperatura, la disponibilidad de oxígeno y la concentración de determinados nutrientes.

La producción masiva de microalgas se llevó a cabo por primera vez en Alemania durante la II Guerra Mundial, dirigido a la producción de lípidos, para lo que se utilizaron las microalgas *Chlorella pyrenoidosa* y *Nitzschia palea*. En la década del 80 se establecieron numerosas industrias para la producción de microalgas, sobre todo de *Spirulina* sp. (*Arthrospira*) y *Dunaliella* sp., en Taiwan, Tailandia, California, Australia, Hawai e Israel (Gómez, 2007).

La microalga *Spirulina* sp. es una cianofita filamentosa no diferenciada, habitante de lagos alcalinos que se cultiva para consumo humano debido a su contenido nutricional. En los últimos años se le han atribuido diversos efectos positivos en el tratamiento de algunos tipos de alergias, anemia, cáncer, enfermedades virales y cardiovasculares. Muchas de sus propiedades son consecuencia de pigmentos como las ficobiliproteínas y los carotenoides, así como de otros compuestos como polisacáridos, ácidos grasos (destacando el ácido gamma linoleico), proteínas, vitaminas y minerales. Las propiedades y aplicaciones de este organismo hacen de él un alimento "promotor de la salud" o "nutracéutico" (Ramírez y Olvera, 2006). Asimismo se le ha conferido propiedades antidiabéticas, para lo cual se han realizado estudios

experimentales en un modelo animal, antes de proceder a ensayos clínicos. Observándose que su consumo promueve la disminución notable de la actividad de la hexoquinasa en el hígado, aumentado significativamente la actividad de glucosa-6-fosfatasa en el control diabético.

El cultivo intensivo de microalgas ha sido posible en gran medida debido al desarrollo de nuevos diseños de fotobiorreactores, en sistemas abiertos y cerrados. Dado a que la mayoría de los sistemas de producción industrial de biomasa de microalgas ha llegado a su límite, debido a la baja densidad celular, que incluye baja productividad, se han construido fotobiorreactores de vidrio transparente y policarbonato, con iluminación artificial (Contreras *et al.*, 2003).

La base del crecimiento de los microorganismos está en función del medio que le rodea. Los factores determinantes que predominan en el crecimiento de microorganismos son el pH, actividad de agua, temperatura y, en este sentido se está desarrollando la microbiología predictiva. La cual se basa en la premisa de que las respuestas de las poblaciones de microorganismos a los factores ambientales son reproducibles y de este modo es posible, desde observaciones realizadas, predecir las respuestas de esos microorganismos en otras condiciones similares (Gimeno y Cosano, 2004).

El modelado de sistemas es, en la actualidad, uno de los problemas de mayor interés en numerosas ramas de la ciencia. Los modelos son abstracciones de la realidad que pueden ser aplicados para mejorar nuestra comprensión de fenómenos en el mundo. En diversas áreas de aplicación, como la economía, ingeniería, biología, sociología y medicina, surge el problema de establecer una relación funcional entre las diferentes variables que intervienen en el fenómeno que se está estudiando (Martínez, 2005).

Las Redes Neuronales Artificiales (RNA), que constituyen una de las áreas de la ingeniería del conocimiento que más se han desarrollado en los últimos años, pueden situarse dentro de esta forma de abordar el problema de modelado. Sus propiedades y características han hecho de ellas una herramienta usada con frecuencia en la resolución con éxito de problemas reales de gran complejidad, como la predicción de datos de crecimiento microbiano. Las RNA han sido descritas ampliamente y su aplicación en microbiología predictiva es descrita por numerosos autores.

El desarrollo de esta disciplina está inspirado en el principio elemental del sistema nervioso biológico. Una RNA es un modelo estadístico computacional, el cual tiene una estructura de red altamente interconectada que se compone de múltiples elementos simples, las neuronas o nodos, capaces de realizar simultáneamente cálculos en paralelo. A diferencia de otros modelos, como los de regresión, las RNA no imponen restricciones en el tipo de relación existente entre los parámetros cinéticos de crecimiento y las condiciones ambientales de estudio, como temperatura, pH, sal, etc. La microbiología predictiva tiene como principal objetivo describir matemáticamente la evolución de microorganismos de origen alimentario influidos por los factores ambientales intrínsecos (pH, actividad de agua) y extrínsecos (temperatura, atmósfera gaseosa). Asimismo, permite cuantificar los efectos de las interacciones entre dos o más factores y determinar la interpolación de combinaciones de factores de control que no han sido estudiados explícitamente (Rodríguez, 2003).

Paralelamente a estos enfoques, se puede afirmar que uno de los principales problemas que enfrenta nuestro planeta se refleja en el calentamiento global y una forma de contribuir con este acontecimiento, está inmerso en el mal uso de energía eléctrica, por lo que es interesante

una iluminación más ecológica. En este sentido se ha desarrollado la tecnología de la iluminación en estado sólido LED (*Light Emitting Diode*), constituida por lámparas sin filamentos o gases inertes que tampoco poseen capsulas de vidrio de protección. Los LED son semiconductores inorgánicos recubiertos por una resina epoxi transparente, el cual está unido a dos terminales: cátodo y ánodo (negativo y positivo respectivamente). Al momento de pasar la electricidad se produce un efecto denominado electroluminiscencia dando origen a la luz. Con los focos de tecnología LED se disminuye un consumo eléctrico en un 60% en comparación con los focos incandescentes y un 40 % con los focos fluorescentes. Los focos LED tienen un periodo de vida que oscila entre 10 a 15 años, que en horas significa entre 50 mil a 100 mil horas anuales.

El tubo fluorescente T8 tiene una potencia de 2850 lúmenes con coeficiente de utilización de 65% y un LED tiene un coeficiente de 86%. La depreciación fluorescente promedio se determina en un 40% (8,000 horas), y en un LED un 80% (50 mil horas) (ORIGENLIGHT, 2012; Martín *et al.*, 2007).

2. Material y Métodos

Materiales y equipos

Cultivo “stock” de *Spirulina* sp., mantenida con medio de cultivo Zarrouk (para *Spirulina*), fotobiorreactor de 500 mL de capacidad, con 203 mL de volumen de operación con 150 mL de agua de mar, 50 mL de inóculo, 3 mL de sanguaza (Silva y Vásquez, 2011) y 0,52 g de bicarbonato de sodio. pHmetro, luz fluorescente de 40W-310mA, LED luz blanca de 1W con 18 unidades de iluminación, compresor 1,5 HP presión máxima 116 psi, con capacidad de tanque 6 L, microscopio óptico 400x, cámara Neubauer, fotómetro AEMC Instruments Modelo CA813, rotámetro de aire Cole Parmer, Software MATLAB R2010a, STATISTICA 7,0 y Excel.

Métodos

La secuencia del desarrollo experimental se observa en la Figura 1. El cultivo stock de *Spirulina sp.* se inoculó en el fotobiorreactor, el cual estuvo equipado con iluminación fluorescente y alternativamente iluminación LED. Durante la producción de biomasa se controlaron los niveles de iluminación (lx), temperatura (°C) y el pH. El crecimiento fue cuantificado empleando cámara Neubauer. Las medidas se realizaron cada 24 horas. La evaluación de la cinética de crecimiento se realizó utilizando los modelos matemáticos de Gompertz, logístico y un modelamiento por con RNA tipo *Backpropagation* (RNA-BP). Según se detalla seguidamente.

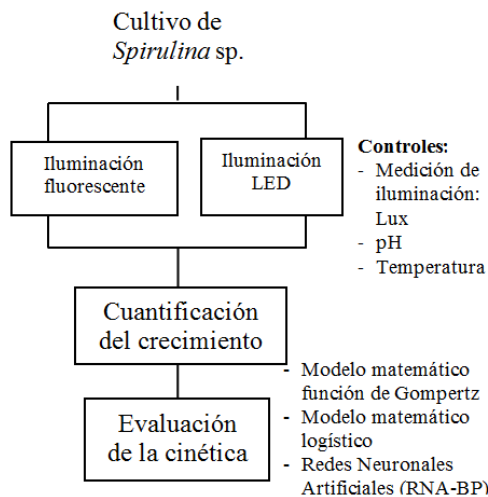


Figura 1. Esquema del desarrollo experimental para evaluar el crecimiento de *Spirulina sp.* en fotobiorreactor con luz fluorescente e iluminación en estado sólido LED.

Modelamiento matemático

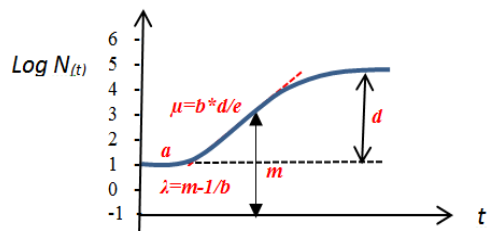
El modelo matemático de Gompertz puede plantearse como (Cárdenas *et al.*, 2001; Castro *et al.*, 2008):

$$\log N_{(t)} = a * \exp[-\exp(b - m * t)] \quad (I)$$

$$\log N_{(t)} = a + d * \exp[-\exp(-b * (t - m))] \quad (II)$$

Dónde $\log N(t)$: logaritmo decimal de los recuentos microbianos [$\log(\text{células/mL})$] al tiempo t [h].

En la Figura 1 se observan los parámetros del modelo de Gompertz.



Parámetros del modelo:

a : Logaritmo decimal de la población inicial (inóculo) [$\log(\text{células/mL})$]

b : velocidad de crecimiento relativa al tiempo m [$\log(\text{células/mL})/\text{h}$]

m : tiempo requerido para alcanzar la máxima velocidad de crecimiento [h]

d : logaritmo decimal de la diferencia entre la población inicial y final en la fase estacionaria [$\log(\text{células/mL})$]

Parámetros derivados:

μ : velocidad específica de crecimiento = $b*d/e$, con $e = 2,7182$, [$\log(\text{células/mL})/\text{h}$]

λ : duración de la fase de latencia = $m-1/b$ [h]

G : tiempo de generación = $[\log(2)*e]/(b*d)$ [$\text{h}/\log(\text{células/mL})$]

Máxima densidad poblacional = $a+d$ [$\log(\text{células/mL})$].

El modelo logístico se plantea como:

$$\log N_{(t)} = \frac{d}{[1 + \exp(c - i * t)]} \quad (I)$$

$$\log N_{(t)} = a + \frac{d}{[1 + \exp(-c * (t - i))]} \quad (II)$$

Dónde $\log N(t)$ y a tienen el mismo significado que en el modelo de Gompertz; c : parámetro adimensional; i : velocidad de crecimiento relativa al tiempo medio de la fase exponencial [h^{-1}].

Parámetros derivados:

μ : $d*i/4$ [$\log(\text{células/mL})/\text{h}$]

λ : $c-2/i$ [h]

Alternativamente también puede plantearse el modelo corregido de Gompertz, de acuerdo a:

$$YA = A * \exp[-\exp(B - M * TA)]$$

Dónde $YA = \log(N_{(t)}/N_0)$; $N_{(t)}$: recuento microbiano al tiempo TA [células/mL]; N_0 : recuento inicial en el tiempo inicial [células/mL]; A : valor máximo de la biomasa; B y M : parámetros del modelo; TA : tiempo [h]; λ (tiempo de latencia) = $(B-1)/M$ [h]; μ_{max} (velocidad específica de crecimiento) = $A*M$ [h^{-1}]; G (tiempo de generación) = $\ln(2)/\mu_{max}$ [h].

Modelamiento con Redes Neuronales Artificiales (RNA)

Se utilizó la RNA *feedforward* con los algoritmos de entrenamiento *Backpropagation* (BP) y de ajuste de pesos *Levenberg Marquardt* (LM); empleándose para el entrenamiento, los datos de tiempo (TA) como datos de entrada y el valor YA como datos de salida (Figura 2). Para la validación se introdujeron como datos de entrada intervalos de tiempo (TA) que permitan graficar una curva suavizada de cinética de crecimiento, con respecto a los valores YA. Lo cual permitió construir la curva sigmoideal de crecimiento de la *Spirulina* sp., cuyos valores fueron comparados con los obtenidos con el modelo función de Gompertz.

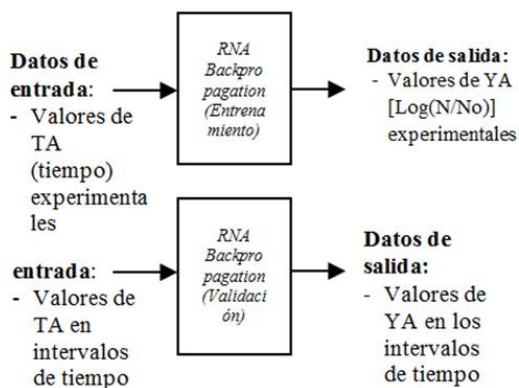


Figura 2. Esquema del entrenamiento y validación de la RNA-BP.

Para la determinación de la capacidad predictiva, se utilizó el software de MATLAB R2012a. La arquitectura de la RNA fue determinada, a partir de una topología básica, evaluando el número de neuronas en la capa oculta, el error cuadrático medio (*ecm*), el error objetivo (*goal*) y las funciones de transferencia: tangente sigmoideal hiperbólica - *tansig* -, logaritmo sigmoideal hiperbólico - *logsig*; y salida lineal- *purelin*.

La precisión de los modelos matemáticos con respecto a los datos experimentales se evaluó a través de coeficiente de regresión (R), empleando el software STATISTICA 7.0. La precisión de la RNA-BP y del modelo función de Gompertz con respecto

a los datos experimentales, fue evaluado a través del porcentaje del error absoluto (%) y la diferencia estadística de predicción entre la RNA-BP y el modelo matemático, se realizó mediante un análisis de varianza ANVA con un α de 0,05.

3. Resultados y discusión

Los datos del cultivo de *Spirulina* sp. con una iluminación fluorescente y LED de 11,0 klx y con aireación de 3,0 L/min, se observan en las Tabla 1 y 2. Los cultivos fueron realizados en fotobiorreactor con temperatura y pH estables.

De acuerdo a los datos de la Tabla 1 y 2 se observa que los niveles de temperatura y pH tanto para con iluminación fluorescente como con LED ($26,07 \pm 1,28^\circ\text{C}$, $26,06 \pm 0,59$ y $9,16 \pm 0,32$; $9,44 \pm 0,15$ respectivamente), tuvieron valores menores a 37°C y pH menor a 11, conforme lo reporta Jourdan (2000). Se menciona que el máximo crecimiento de *Spirulina maxima* se da entre $30\text{-}35^\circ\text{C}$, asimismo puede desarrollar entre un pH de 7 a 12, siendo el valor óptimo de 9 a 9,5.

Tabla 1

Variación de la biomasa de *Spirulina* con iluminación fluorescente

Tiempo (h)	pH	Temperatura ($^\circ\text{C}$)	Células/mL
0	8,90	24,0	510
48	8,92	25,9	670
72	9,80	25,8	1270
96	9,20	25,4	1430
120	8,90	27,6	2480
144	9,23	27,7	2680
$9,16 \pm 0,32$		$26,07 \pm 1,28$	

En este sentido la *Spirulina* es considerada un organismo alcalofílico por naturaleza (Pandey y Tiwari, 2010). Asimismo Rodríguez y Triana (2006) reportan igualmente un pH 9,0 como óptimo, el cual permite un menor tiempo de adaptación en las 30 primeras horas de cultivo. En este sentido en la presente investigación el valor de pH fue muy adecuado y si bien las temperaturas no mostraron valores óptimos, estas no tuvieron un valor muy bajo con respecto al óptimo.

Tabla 2

Variación de la biomasa de *Spirulina* con iluminación LED

Tiempo (h)	pH	Temperatura (°C)	Células/mL
0	9,52	25,6	290
24	9,51	25,7	900
48	9,25	26,0	1800
72	9,52	26,8	1820
96	9,56	27,2	2660
120	9,53	26,4	2320
168	9,16	25,6	720
9,44 ± 0,15		26,2 ± 0,59	

El nivel de suplementación de aire a través del burbujeo fue adecuado. Se reporta que la *Spirulina* produce alto valor de biomasa cuando el medio es burbujeado con aire, que cuando no es aireado (Pandey y Tiwari, 2010) y en este sentido la aireación es un parámetro muy importante.

El nivel de iluminación aplicado a los cultivos de *Spirulina* con fluorescente y LED fue de 11,0 klx, coincidiendo con los niveles de iluminación de reportados por Öncel y Akpolack (2006) quienes mencionan que son los mejores niveles reportados para *Spirulina*. Sin embargo Pandey y Tiwari (2010) reportan que 5,0 klx son los valores óptimos para el crecimiento de *Spirulina máxima*. Singh, *et al.* (2010) mencionan que el crecimiento

del alga es saturado a niveles de 15 a 30 klx. En la presente investigación no se ha llegado a los niveles de iluminación de saturación mencionados.

En la Tabla 3 se observa los parámetros de los diferentes modelos de Gompertz y logístico aplicados al crecimiento de la *Spirulina* sp. con iluminación fluorescente. Los coeficientes de correlación indican un valor bajo de 0,663.

En la Tabla 4 se presenta alternativamente los modelos corregidos aplicando $YA = \log(N_{(t)}/N_0)$. Se observa que el modelo corregido de Gompertz presentó un valor elevado de R de 0,987, con respecto a los datos experimentales. Los modelos Gompertz II y Logístico II, presentaron valores elevados de R, pero el ajuste de la curva no mostro una tendencia de cinética de crecimiento microbiano, por lo que no son recomendables de aplicación.

La cinética de crecimiento del modelo corregido de Gompertz, se muestra en la Figura 3. Donde se observan los puntos experimentales del recuento, así como los obtenidos con la RNA-BP. La ecuación matemática obtenida fue:

$$YA = (0.823714) * \exp[-\exp((1.87133) - (0.027495) * TA)]$$

Tabla 3

Parámetros de los diferentes modelos aplicados al crecimiento de *Spirulina* sp. con iluminación fluorescente

Modelo	Parámetros						
	a	b	m	d	c	i	R
Gompertz I	3,181560	-1,82436	0,976231	-	-	-	0,663
Gompertz II	2,310835	0,651339	-0,369586	0,870726	-	-	0,663
Logístico I	-	-	-	3,181560	-1,74262	1,111853	0,663
Logístico II	2,118654	-	-	1,062907	0,704023	-0,308368	0,663

Tabla 4

Parámetros de los diferentes modelos corregidos aplicados al crecimiento de *Spirulina* sp. con iluminación fluorescente

Modelo	Parámetros						
	a	b	m	d	c	i	R
Gompertz I	0,823714	1,87133	0,027495	-	-	-	0,987
Gompertz II*	-2,43719	0,002235	0,422899	6,535170	-	-	0,974
Logístico I	-	-	-	0,767106	3,468067	0,043672	0,984
Logístico II*	-6,61823	-	-	13,15396	0,001677	0,669605	0,975

(*) Modelado como una recta.

Se determinó que el error porcentual absoluto (%) de la RNA-BP con los datos experimentales fue de 14,4% y del modelo corregido de Gompertz con los datos experimentales fue de 18,2%. Asimismo se determinó que existió diferencia significativa ($p < 0,05$) entre los valores predichos por la RNA-BP y los valores obtenidos con el modelo matemático corregido de Gompertz, lo que indica una mejor precisión de la RNA-BP.

La arquitectura de la RNA-BP para el entrenamiento o reconocimiento de datos fue: un solo vector de entrada con los datos de tiempo, un vector de salida con los datos experimentales del logaritmo del recuento celular en tiempo experimental respectivo, con respecto al recuento inicial [$\log(N/N_0)$], una sola capa oculta con 3 neuronas, función de transferencia *tansigpurelin*, tasa de aprendizaje de 0,01, coeficiente de momento 0,5, etapas de entrenamiento de 50, error objetivo (goal) 1×10^{-3} .

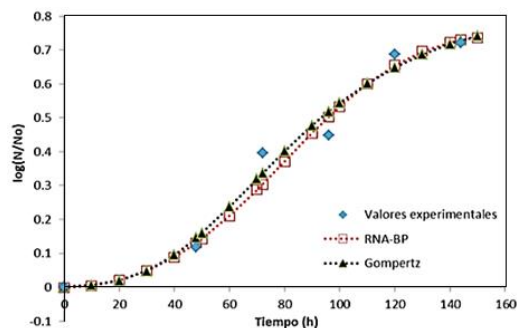


Figura 3. Cinética de crecimiento de *Spirulina* sp. con fuente lumínica de luz fluorescente.

En la Figura 4 se observa la disminución de la gradiente del ecm, llegando en 30 etapas de entrenamiento a un error de $0,999 \times 10^{-3}$ muy cercano al error objetivo;

con un R de 0,993 con respecto a los datos experimentales.

La validación u obtención de datos de crecimiento de la *Spirulina* sp., se realizó ingresando intervalos de tiempo de 10 horas, así como intervalos de tiempo tomados durante el desarrollo experimental, los que permitieron graficar una curva suavizada de la cinética de crecimiento como se observó en la Figura 3.

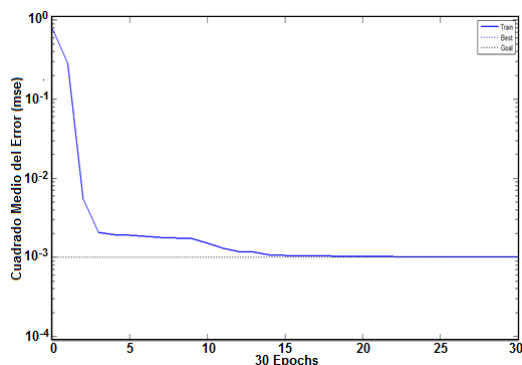


Figura 4. Disminución de la gradiente del error cuadrático medio en entrenamiento de la RNA-BP con datos experimentales de crecimiento de *Spirulina* sp. con iluminación fluorescente.

En las Tabla 5 se observa los parámetros de los diferentes modelos de Gompertz y logístico aplicados al crecimiento de la *Spirulina* sp. con iluminación LED. Los coeficientes de correlación indican un valor bajo de 0,893, a excepción del modelo de Gompertz I que no modela la fase de latencia, por lo que no se tomó en consideración.

En la Tabla 6 se presenta alternativamente los modelos corregidos aplicando $YA = \log(N_{(t)}/N_0)$. Se observa que el modelo corregido de Gompertz presentó un valor elevado de R de 0,990, con respecto a los datos experimentales.

Tabla 5

Parámetros de los diferentes modelos aplicados al crecimiento de *Spirulina* sp. con iluminación LED

Modelo	Parámetros						
	a	b	m	d	c	I	R
Gompertz I*	3,402265	-1,12580	0.036256	-	-	-	0,993
Gompertz II	1,758668	1,823818	-0.15601	1,493324	-	-1,35389	0,893
Logístico I	-	-	-	3,251991	-1,13737	-	0,893
Logístico II	1,620989	-	-	1,631003	2,087478	0,030448	0,893

(*) No modela la fase lag

Tabla 6

Parámetros de los diferentes modelos corregidos aplicados al crecimiento de *Spirulina* sp. con iluminación LED

Modelo	Parámetros						
	A	B	M	D	C	I	R
Gompertz I	0,896451	1,23989	0,070816	-	-	-	0,990
Gompertz II*	-0,65014	0,042968	-2,77342	1,577712	-	-	0,993
Logístico I	-	-	-	0,873467	3,009021	0,133152	0,985
Logístico II*	-1,73549	-	-	2,663818	0,042912	-14,5431	0,993

(*) No modela la fase lag

Los modelos Gompertz II y Logístico II, presentaron valores elevados de R, pero se observó que no modelan la fase de latencia, por lo que no se tomó en consideración. La cinética de crecimiento del modelo corregido de Gompertz se muestra en la Figura 5. Donde se observan los puntos experimentales del recuento, así como los obtenidos con la RNA-BP. La ecuación matemática obtenida fue:

$$YA = (0.896451) * \exp[-\exp((1.23989) - (0.070816) * TA)]$$

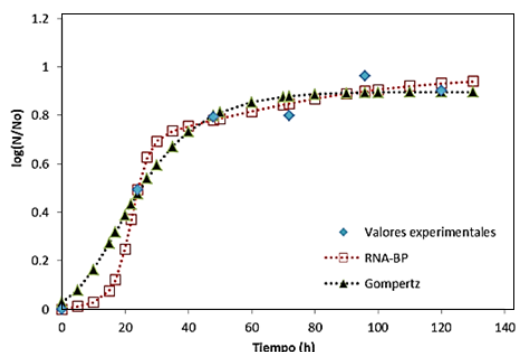


Figura 5. Cinética de crecimiento de *Spirulina* sp. con fuente lumínica de luz LED.

Se determinó que el error porcentual absoluto (%) de la RNA-BP con respecto a los datos experimentales fue de 16,7% y del modelo de Gompertz con los datos experimentales fue de 16,3%. Asimismo se determinó que no existió diferencia significativa ($p > 0,05$) entre los valores predichos por la RNA-BP y los valores obtenidos con el modelo matemático de Gompertz, lo que indica similar precisión entre la RNA-BP y el modelo matemático.

La arquitectura de la RNA-BP para el entrenamiento o reconocimiento de datos fue igualmente de: un solo vector de

entrada con los datos de tiempo, un vector de salida con los datos experimentales del logaritmo del recuento celular en tiempo experimental respectivo, con respecto al recuento inicial [$\log(N/N_0)$], una sola capa oculta con 3 neuronas, función de transferencia *logsig-purelin*, tasa de aprendizaje de 0,01, coeficiente de momento 0,5, etapas de entrenamiento de 50, error objetivo (*goal*) 1×10^{-3} . En la Figura 6 se observa la disminución de la gradiente del *ecm*, llegando en 50 etapas de entrenamiento a un error de $1,25 \times 10^{-3}$ muy cercano al error objetivo; con R de 0,994 con respecto a los datos experimentales.

La validación u obtención de datos de crecimiento de la *Spirulina* sp., se realizó ingresando intervalos de tiempo de 10 horas, así como intervalos de tiempo tomados durante el desarrollo experimental, los que permitieron graficar una curva suavizada de la cinética de crecimiento, como se observó en la Figura 5.

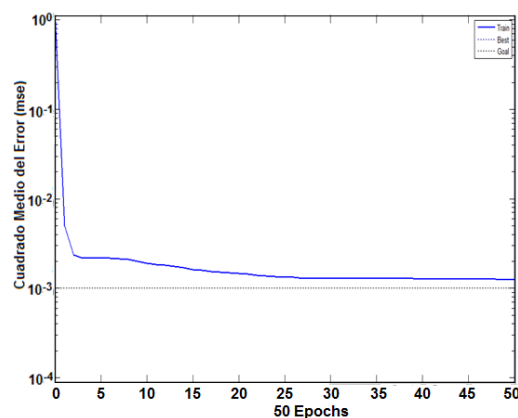


Figura 6. Disminución de la gradiente del error cuadrático medio en entrenamiento de la RNA-BP con los datos experimentales de crecimiento de *Spirulina* sp. con iluminación LED.

Tabla 7Parámetros de la cinética de crecimiento de *Spirulina* sp. con iluminación fluorescente y LED

Parámetros	Fluorescente	LED
Valor máximo de la biomasa (a) [log(N/No)]	0,82	0,90
Tiempo de latencia (λ) [h]	31,69	0,34
Velocidad específica de crecimiento μ [h ⁻¹]	0,023	0,63
Tiempo de generación G	30,61	1,09

Los parámetros de la cinética de crecimiento de *Spirulina* sp. con luz fluorescente y con LED, obtenidos mediante el modelo función de Gompertz, se muestran en la Tabla 7. Con iluminación LED se obtuvo un mayor valor de biomasa, un relativo valor pequeño de tiempo de latencia y una elevada velocidad de crecimiento de *Spirulina* sp. en comparación con los valores obtenidos con iluminación fluorescente. De acuerdo a los datos mostrados en la Tabla 7, la iluminación LED permitió obtener un valor elevado de biomasa de 0,90 en comparación con la obtenida con iluminación fluorescente; así como una mayor velocidad de crecimiento de 0,63 h⁻¹, precedida de un menor tiempo de latencia de 0,34 h. La ventaja del uso de la iluminación LED se patentizó en el sentido de la obtención de mejores valores en los parámetros de la cinética de crecimiento, aunada a un menor consumo de energía. El dispositivo de iluminación LED fue de 1W y el fluorescente de 40W. Considerando que una luminaria LED posee un mejor índice de reproducción cromática (IRC) que otros tipos de luminarias, este puede haber influido en la obtención de mejores parámetros de crecimiento.

Los datos obtenidos utilizando el modelo corregido de Gompertz I (Tabla 4 y 6), demuestra que es una herramienta adecuada para la predicción por sus elevados coeficientes de correlación, como lo reporta Ferreira (2009), quien evaluó el potencial de efluentes líquidos de la industria petroquímica por medio de un cultivo de la cianobacteria *Aphanothece nãgeli*, aplicando modelos de crecimiento celular y consumo de dióxido de carbono. Sus datos fueron analizados en función a

modelos de crecimiento de Gompertz, Gompertz modificado, Logístico, Morgan y Baranyi; siendo el que mejor ajusto el modelo el de Gompertz modificado.

Por otro lado Castro *et al.* (2008) aplicaron diferentes modelos sigmoidales al crecimiento de *Lactococcus*. Realizaron un análisis con la función de Gompertz, el modelo logístico, el modelo de Stannard y Richards; encontrando similitud de ajuste en los modelos aplicados, pero llegaron a considerar a la función de Gompertz y el modelo logístico como los mejores para modelar y predecir el crecimiento del microorganismo en estudio en un medio de leche estéril.

Se ha mencionado (Gimeno y Cosano, 2004) que los modelos empíricos, como la función de Gompertz, son de interés en situaciones prácticas y simplemente describen los datos de crecimiento bajo condiciones experimentales, en forma de una conveniente relación matemática. Según Rodríguez (2003) la función de Gompertz ha sido la curva sigmoidal más ampliamente utilizada en microbiología predictiva debido a su simplicidad y efectividad. El modelo logístico se diferencia de la función de Gompertz por originar un gráfico de tipo simétrico. Otros ejemplos de este tipo de modelos son las Redes Neuronales Artificiales (RNA). Las RNA igualmente han sido utilizadas por Chojnacka y Wojciechowski (2007) quienes reportaron el modelamiento matemático de la bioacumulación de Cr(III) en *Spirulina* utilizando un modelo físico, basado en la identificación del mecanismo del proceso, así como un modelo basado en una RNA-BP, con la cual se obtuvo un error de estimación de 4,5%.

También se ha evaluado el crecimiento de la microalga *Haematococcus pluvialis* con una luminosidad entre 2,0 a 10,0 klx, temperatura 22 °C y pH entre 6,5 a 12,5. Los experimentos fueron realizados en un biorreactor tipo placas planas con un volumen de 4 L. Presentó la producción de biomasa mediante un modelo de comportamiento exponencial. Asimismo el crecimiento de la microalga en diferentes intensidades luminosas fue evaluado con un modelo autoregresivo no-lineal, basado en RNA, mediante el cual se realizó la predicción del comportamiento dinámico del pH (Machado, 2011). Las RNA representan una opción de estructura de modelo potencialmente no lineal que puede ser utilizada en modelaje empírico cuando no se conoce previamente una estructura de modelo patrón adecuado para describir el fenómeno (Machado, 2011). En la presente investigación la RNA BP tuvo buena precisión con respecto al modelo corregido de Gompertz I, tanto para el caso del cultivo de *Spirulina* con iluminación fluorescente y con LED, mostrando coeficientes de correlación del orden (R) de 0,993 y 0,994, respectivamente, con respecto a los datos experimentales. Por lo que indistintamente se puede utilizar el modelo de Gompertz o las RNA BP para el modelamiento. La ventaja la posee el modelo de Gompertz porque permite obtener los parámetros de la cinética de crecimiento de manera directa. Todos los modelos son simplificaciones que representan los complejos procesos bioquímicos que controlan el crecimiento microbiano. Se menciona que un modelo debe ser a la vez suficientemente complejo para aportar una predicción útil, pero lo bastante simple como para poder ser utilizable. Este equilibrio entre simplicidad y complejidad significa que no existe un modelo óptimo para todas las situaciones (Gimeno y Cosano, 2004).

4. Conclusiones

La iluminación en Estado Sólido LED, permitió obtener un valor elevado de

biomasa de *Spirulina* sp. (a) de 0,90, en comparación con la obtenida con iluminación fluorescente de 0,82; así como una mayor velocidad de crecimiento de 0,63 h⁻¹, precedida de un menor tiempo de latencia de 0,4 h.

La Red Neuronal Artificial *Back-propagation* RNA-BP mostró buena precisión con respecto al modelo corregido de Gompertz I, tanto para el caso del cultivo de *Spirulina* sp. con iluminación fluorescente y con LED, mostrando coeficientes de correlación (R) del orden de 0,993 y 0,994, respectivamente, con respecto a los datos experimentales.

Resulta ventajoso el modelamiento a través del modelo corregido de Gompertz I, porque además de valores de R de 0,987 y 0,990 en los cultivos de *Spirulina* sp. con iluminación fluorescente y con LED respectivamente, permite obtener los parámetros de la cinética de crecimiento de manera directa.

Agradecimientos

A la Universidad Privada Antenor Orrego - Vicerrectorado de Investigación que dio el financiamiento para la realización de la presente investigación.

Referencias bibliográficas

- Cárdenas, F.; Giannuzzi, L.; Noia, M.; Zaritzky, N. 2001. El modelado matemático: una herramienta útil para la industria alimenticia. Ciencia Veterinaria. Facultad de Ciencias Veterinarias. UNLPam. Disponible en: <http://www.biblioteca.unlpam.edu.ar/pubpdf/revet/n03a04coll.pdf> [accesado: 26.03.2012].
- Castro, G.; Valbuena, E.; Sánchez, E.; Briñez, W.; Vera, H.; Leal, M. 2008. Comparación de modelos sigmoidales aplicados al crecimiento de *Lactococcus lactis* subsp. *lactis*. Revista Científica. FCV- LUZ. XVIII (5): 582-588.
- Contreras C.; Peña, J. M.; Flores, L.B.; Cañizares, R.O. 2003. Avances en el Diseño Conceptual de Fotobiorreactores para el Cultivo de Microalgas. Inter ciencia Revista de Ciencia y Tecnología de América. Caracas, Venezuela. 28 (8): 450-456.
- Chojnacka, K.; Wojciechowski, P.M. 2007. Bioaccumulation of Cr (III) ions by Blue Green-alga *Spirulina* sp. Part II. Mathematical Modeling. American Journal of Agricultural and Biological Sciences 2(4): 291-298.
- Ferreira, L. 2009. Modelagem de crescimento celular e consumo de dióxido de carbono por cianobacterias cultivadas em fotobiorreactores. UNICAMP: Programa de Pós-Graduação em Engenharia Química. Disponible en: <http://www.bibliotecadigital>.

- unicamp.br/ document/?code=000471037 [accesado: 27.03.2012].
- Gimeno, R.; Cosano, G. 2004. Modelización predictiva del desarrollo bacteriano en los alimentos. Anales. Real Academia de Ciencias Veterinarias de Andalucía Oriental 17 (1): 61-78.
- Gómez, L. 2007. Microalgas: aspectos ecológicos y biotecnológicos. Revista Cubana de Química. XIX (2).
- Jourdan, J-P. 2000. Cultivo artesanal de Spirulina. Disponible en: xarxaespirulina.files.wordpress.com/2010/08/cultive_es.pdf [accesado: 26.03.2012].
- Machado, R. 2011. Modelagem da produção de biomassa da *Haematococcus pluvialis*. Escola Politécnica. PEI. Universidades Federal da Bahia. Disponible en: <http://www.pei.ufba.br/novo/uploads/biblioteca/DissertacaoRosanaGalvao.pdf> [accesado: 26.03.2012].
- Martín, E.; Soriano J.; Escobar, T. 2007. Uso de LED en iluminación. Facultad de Ofimática – Universidad Politécnica de Madrid. Disponible en: <http://www.led21.es/docs/EL%20USO%20DE%20LOS%20LEDS.pdf> [accesado: 24.03.2012].
- Martínez, A. 2005. Modelos de Regresión Basados en Redes Neuronales de Unidades Producto Diseñadas y Entrenadas Mediante Algoritmos de Optimización Híbrida. Aplicaciones. Tesis Doctoral. Departamento de Ciencias de la Computación e Inteligencia Artificial. Universidad de Granada. España. Disponible en: <http://hera.ugr.es/tesisugr/15383246.pdf> [accesado: 24.03.2012].
- Öncel, S.S.; Akpolack, O. 2006. An integrated photobioreactor system for the production of *Spirulina platensis*. Biotechnology 5 (3): 365-372.
- ORIGENLIGHT. 2012. Comparación del rendimiento LED vs fluorescente. 2012. Disponible en: <http://www.origenlight.com.ec/Comparaci%C3%B3n%20LED%20vs%20Flourescente.pdf> [accesado: 24.03.2012].
- Pandey, J.P.; Tiwari, A. 2010. Optimization of Biomass Production of *Spirulina maxima*. J. Algal Biomass Utln 1 (2): 20-32
- Ramírez, L.; Olvera, R. 2006. Uso tradicional y actual de *Spirulina* sp. (*Arthrospira* sp.) Interciencia Revista de Ciencia y Tecnología de América. Caracas, Venezuela. 31 (9): 657-663.
- Rodríguez, A.R.; Triana, F.C. 2006. Evaluación del pH en el cultivo de *Spirulina* spp. (=Arthrospira) bajo condiciones de laboratorio. Trabajo de Grado de Microbiología Industrial. Pontificia Universidad Javeriana – Bogotá. 2006.
- Rodríguez, M. 2003. Desarrollo y Validación de modelos matemáticos para la predicción de vida comercial de productos cárnicos. Tesis Doctoral. Departamento de Bromatología y Tecnología de Alimentos. Universidad de Córdoba. Disponible en: <http://helvia.uco.es/xmlui/bitstream/handle/10396/218/13207957.pdf?sequence=1> [accesado: 24.03.2012].
- Silva, J.; Vásquez, V. 2011. Producción de biomasa de *Tetraselmis suecica* empleando agua de mar con sanguaza. Scientia Agropecuaria (2): 13-23.
- Singh, S.G.; Sofi, M.Y.; Masih, S. 2010. Potential of Different Light Intensities on the Productivity of *Spirulina platensis* under Agra Conditions. Research Journal of Agricultural Sciences 1(4): 468-469.