



Universidad Nacional
de Trujillo

Journal of Advanced Mining Modeling (JAMM)

Página web de la revista: <https://revistas.unitru.edu.pe/index.php/jamm/index>
Vol. 1, N° 2, pp. 55-72, Julio – Diciembre 2025



Journal of Advanced
Mining Modeling
(JAMM)

Análisis Económico de la Mitigación de Aproximaciones Críticas entre Equipos de Carguío y Acarreo mediante un Modelo Matemático basado en Geometría Angular

Cristian Armando Gómez-Esquivel ^{1*}

¹ Departamento de Ingeniería de Minas / Facultad de Ingeniería / Universidad Nacional de Trujillo, Trujillo, Perú

* Autor de correspondencia: h5053400521@unitru.edu.pe (C. Gómez-Esquivel)

Recibido 13 de diciembre de 2025 Revisado 26 de diciembre de 2025 Aceptado 26 de diciembre de 2025 Publicado en línea 26 de diciembre de 2025

Resumen

En las operaciones mineras a cielo abierto, el proceso de carguío pala–camión representa una etapa crítica desde el punto de vista operativo, de seguridad y económico. Una aproximación inadecuada del camión hacia la pala puede generar interferencias geométricas, paradas no programadas y eventos de colisión, afectando directamente la productividad del sistema. Tradicionalmente, la distancia mínima de aproximación se ha definido mediante criterios empíricos o valores fijos, los cuales no consideran la geometría real de la maniobra de ingreso del camión. En este estudio se desarrolla y aplica un Modelo de Distancia Mínima por Geometría Angular (DMG) para determinar la distancia mínima de aproximación segura entre la pala y el camión durante el proceso de carguío. El modelo se fundamenta en un planteamiento geométrico que incorpora explícitamente el efecto de la orientación angular del camión, ajustando la distancia mínima en función del ángulo de ingreso mediante un factor trigonométrico. Como condición base, se considera el caso ideal de alineamiento, a partir del cual se formula el modelo angular continuo. El análisis se aplica a un caso de estudio correspondiente a una operación minera a cielo abierto, utilizando datos operacionales reales de equipos de carguío y acarreo. Los resultados obtenidos evidencian que la distancia mínima de aproximación no es constante, sino que aumenta de manera no lineal conforme se incrementa el ángulo de aproximación del camión, lo que explica la ocurrencia de aproximaciones críticas bajo criterios de distancia fija. Asimismo, el análisis económico muestra que dichas aproximaciones generan pérdidas acumuladas significativas, estimadas en US\$ 21.8 millones anuales por concepto de utilidad perdida. La aplicación del modelo DMG permite establecer un criterio geométrico más preciso para la gestión de la distancia mínima de seguridad, contribuyendo a la mitigación de aproximaciones críticas y al fortalecimiento de la seguridad operacional.

Palabras clave: Geometría angular, Distancia mínima de seguridad, Sistema pala–camión, Proceso de carguío, Seguridad operacional, análisis económico, Minería a cielo abierto.

Abstract

In open-pit mining operations, the shovel–truck loading system represents a critical stage from an operational, safety, and economic perspective. An inadequate truck approach toward the loading unit may generate geometric interferences, unplanned delays, and collision events, directly affecting system productivity. Traditionally, the minimum approach distance has been defined using empirical criteria or fixed values, which do not adequately consider the real geometric conditions involved in truck maneuvering. This study develops and applies a Minimum Distance by Angular Geometry (DMG) Model to determine the minimum safe approach distance between the shovel and the haul truck during the loading process. The model is based on a geometric formulation that explicitly incorporates the effect of truck approach angle, adjusting the minimum distance through a trigonometric relationship. A reference condition corresponding to ideal alignment is established, from which the continuous angular model is derived. The methodology is applied to a case study

from an open-pit mining operation using real operational data from loading and hauling equipment. The results demonstrate that the minimum approach distance is not constant but increases nonlinearly as the truck approach angle increases, explaining the occurrence of critical proximity events when fixed-distance criteria are used. Furthermore, the economic assessment indicates that such suboptimal approaches generate significant cumulative losses, estimated at approximately USD 21.8 million per year due to reduced operational efficiency and downtime. The implementation of the DMG model provides a more accurate geometric criterion for defining safe approach distances, contributing to the mitigation of critical interactions, enhancement of operational safety, and reduction of economic losses in shovel–truck systems.

Keywords: Angular geometry, Minimum safety distance, Shovel–truck system, Loading process, Operational safety, Economic analysis, Open-pit mining.

1. Introducción

La minería es una actividad compleja y costosa, donde cada etapa del proceso requiere planificación y soluciones técnicas precisas. A lo largo del tiempo, numerosos estudios han analizado áreas clave como la geología, el diseño de rutas, la excavación y la operación diaria. Entre todos estos elementos, el carguío y acarreo destacan como las etapas más determinantes, pues puede llegar a representar entre el 50 % y 60 % de la inversión total y hasta el 70 % de los gastos operativos[1]. Asimismo, la seguridad operacional constituye un pilar fundamental en la actividad minera. Por ello, toda innovación debe orientarse no solo a elevar los niveles de seguridad, sino también a potenciar la productividad. Aunque alcanzar este equilibrio puede resultar complejo, es precisamente esta necesidad la que exige que la innovación minera trascienda las mejoras incrementales y aborde cambios más significativos en los sistemas existentes[2]. Los desafíos de seguridad tienen un impacto significativo en las operaciones mineras, especialmente en los equipos de transporte pesado. En un contexto donde las compañías están migrando de flotas convencionales hacia sistemas autónomos, es fundamental entender a profundidad todos los elementos relacionados con la seguridad en una flota mixta, compuesta por equipos autónomos y no autónomos [3].

En la etapa de carguío y acarreo, puede existir colisión entre el camión minero y la pala hidráulica, lo cual genera retraso en la producción, asimismo genera costos elevados. Para ello se debe tener en cuenta una distancia mínima de aproximación del camión minero hacia la pala. Los enfoques basados en la analogía y la experiencia suelen emplearse para optimizar el sistema pala-camión durante la fase de construcción de una mina; sin embargo, estos métodos resultan insuficientes cuando se enfrentan a condiciones de operaciones más complejas. Por ello, diversos investigadores han recurrido al desarrollo de modelos matemáticos, tanto simples como avanzados, para abordar adecuadamente este desafío[4]. El presente trabajo propone un modelo matemático basado en geometría angular para determinar la distancia mínima de aproximación entre la pala y el camión durante el proceso de carguío. Adicionalmente, se emplea un modelo empírico-operacional como base para la creación del modelo matemático[5], asimismo analizar el impacto económico que va generar el uso de dicho modelo.

2. Materiales y métodos

La presente investigación adopta un enfoque cuantitativo, ya que se fundamenta en la medición de parámetros geométricos, distancias de aproximación, tiempos operativos y valores económicos derivados del proceso de carguío. La investigación es de tipo aplicada, pues emplea un modelo matemático para resolver un problema operacional real: la mitigación de aproximaciones críticas entre equipos de carguío y acarreo[5]. El estudio se desarrolló en el contexto del proceso de carguío en minería a cielo abierto, analizando específicamente la interacción operativa entre una pala hidráulica CAT 6060 y un camión minero CAT 793F. Esta configuración fue seleccionada como caso de referencia para analizar las aproximaciones críticas que pueden ocurrir durante la maniobra de posicionamiento del camión frente a la pala. El propósito central del estudio fue emplear un modelo matemático que permita determinar la distancia mínima óptima de aproximación entre ambos equipos, teniendo en cuenta la geometría angular, con el objetivo de disminuir la probabilidad de eventos de riesgo y evaluar el impacto económico derivado de estas interacciones inseguras. La Tabla 1 muestra la relación de equipos empleados incluye sus respectivas marcas y capacidades operativas.

Tabla 1 Lista de equipos, marcas y capacidades

CANTIDAD	EQUIPO	MARCA	MODELO	CAPACIDAD
4	Pala hidráulica	CAT	6060	34 m³
4	Pala hidráulica	Komatsu	PC7000	32 a 36 m ³
2	Pala hidráulica	Hitachi	EX5600	29 a 34 m ³
13	Camión minero	CAT	793D	232 ton
20	Camión minero	CAT	793F	227 ton
15	Camión minero	KOMATSU	HD785-8	181 ton
14	Camión minero	KOMATSU	960E-2K	360 ton
15	Camión minero	Liebherr	T 264	290 ton

Para determinar el tamaño de la muestra adecuada, utilizaremos la fórmula estadística (1), aplicando los valores de la población total de equipos y el nivel de confianza establecido. De esta manera, podremos calcular cuántos equipos son necesarios para llevar a cabo el análisis con un nivel de precisión adecuado. Con esta muestra, podremos aplicar el modelo matemático y evaluar su funcionamiento de manera representativa[6].

$n = \frac{N * Z^2 * p * q}{e^2 * (N - 1) + Z^2 * p * q}$	(1)
---	-----

Esta es la ecuación de muestra finita (1), donde n es el tamaño de la muestra, N representa el tamaño de la población total, Z es el valor correspondiente al nivel de confianza, p y q son las probabilidades de ocurrencia y no ocurrencia del evento, y e es el margen de error aceptado. Esta ecuación nos permite calcular cuántos equipos necesitamos incluir en la muestra para asegurar que el análisis sea representativo y tenga la precisión deseada[7].

Utilizando la ecuación de tamaño de muestra para poblaciones finitas [7], y considerando un nivel de confianza $Z = 1.96$, un margen de error $e = 7\%$, con las probabilidades de ocurrencias de $p = 96\%$ y $q = 4\%$ y una población total $N = 87$ equipos, resolvemos que el tamaño de la muestra es de 23 equipos en total. Esto se desglosa en 19 camiones mineros y 4 palas, asegurando que nuestro análisis sea representativo y estadísticamente confiable.

En la Tabla 2 se presentan los principales movimientos operativos que realizan los equipos durante el proceso de carguío. Estas actividades están directamente relacionadas con las variables analizadas en el presente estudio, ya que permiten identificar los desplazamientos críticos que influyen en la distancia mínima de aproximación. El propósito de clasificar estas maniobras es comprender la secuencia operacional y estructurar los parámetros necesarios para el desarrollo del modelo matemático aplicado.

Tabla 2 Identificación de principales operaciones

Equipo	Giro de pala	Carga y descarga	Retroceso del camión	Avance del camión
Pala hidráulica CAT 6060	X	X	-	-
Camión minero CAT 793F	-	-	X	X

Es relevante señalar que el desarrollo de un modelo matemático requiere identificar y comprender las funciones que permiten representar de manera estructurada las relaciones entre las variables del estudio. Estas funciones sirven como base conceptual para formular las expresiones que sustentan el modelo aplicado en esta investigación[9].

La definición analítica de una función lineal, y su uso como modelo de variación proporcional entre variables, ha sido ampliamente descrita en literatura didáctica y técnica[10].

$y = ax + b$	(2)
--------------	-----

Donde a representa la pendiente de la recta y b el valor de intersección con el eje vertical [10][11]

Las funciones trigonométricas son aquellas que se fundamentan en la medición y la relación existente entre los ángulos y los lados de un triángulo. Comprenden las funciones básicas seno, coseno y tangente, así como las funciones recíprocas cotangente, secante y cosecante. [12]. [13]

$\frac{1}{\cos(\theta)}$	(3)
--------------------------	-------

La geometría angular es la rama de la geometría que estudia cómo las formas y distancias se modifican cuando un objeto gira o se orienta con respecto a un eje de referencia [14]. En términos operativos, analiza cómo la posición y proyección de un cuerpo cambia en función de un ángulo, permitiendo describir con precisión la interacción espacial entre equipos u objetos cuando no están perfectamente alineados [15] [16].

3. Resultados

3.1 Evaluación de los casos de aproximaciones entre equipos durante el proceso actual de carguío

Durante la recopilación de información y el análisis de los datos operativos, se estableció la necesidad de definir las variables del modelo matemático en función de los dos equipos que intervienen directamente en el proceso de carguío: la pala hidráulica CAT 6060 y el camión minero CAT 793F. El propósito fue determinar la cantidad de incidentes registrados durante la interacción entre la pala y el camión. Asimismo, se efectuó un seguimiento detallado de la información obtenida en campo, evidenciándose inicialmente que los camiones no realizaban un ingreso adecuado hacia la zona de carguío, lo cual permitió reflejar los datos en la Tabla 3.

Tabla 3 Identificación de aproximaciones críticas

Equipo	Turnos	Enero	febrero	Marzo	Abril	Mayo	Junio	Julio	Agosto	Setiemb	Octubre	Noviem	Diciemb	Total
Camión minero 793F – Cat	Turno día	5	4	4	4	4	5	5	4	4	4	5	8	56
	Turno noche	4	4	5	3	7	6	5	3	5	4	3	7	56

La Tabla 3 evidencia la recurrencia de maniobras inseguras que pudieron derivar en incidentes de mayor gravedad. Tras analizar las aproximaciones críticas registradas por turno y por mes, se determinó un total de 112 desviaciones a lo largo del año. La síntesis de esta información se muestra en la Figura 1.

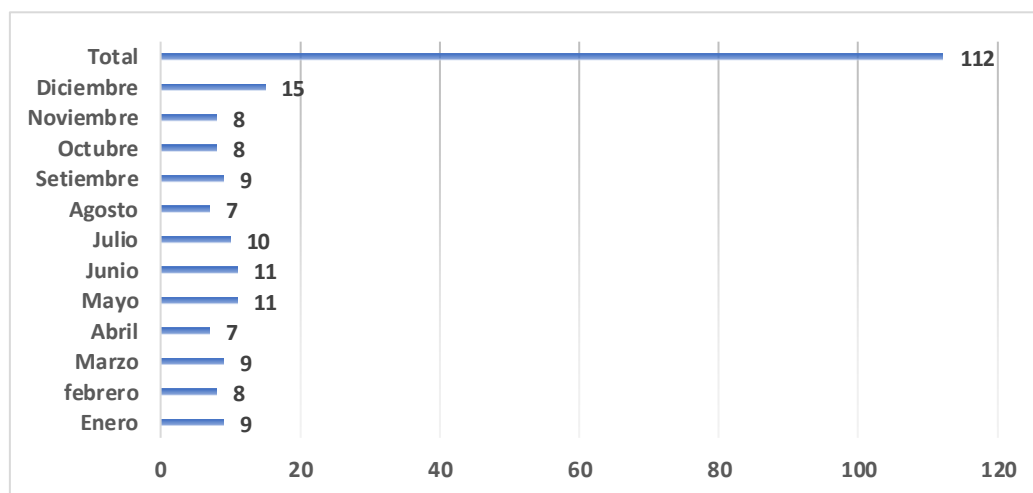


Figura 1 Aproximaciones críticas al año

Para finalizar esta fase del análisis, se estableció una relación cuantitativa entre el número de aproximaciones críticas registradas y la cantidad de camiones considerados en la evaluación. Los resultados obtenidos se presentan en la Tabla 4. Los indicadores calculados muestran que, de manera mensual, los camiones mineros registran aproximaciones críticas con potencial de generar daños entre equipos durante el carguío, con valores que oscilan entre 0.4 y 0.8 durante el año.

Tabla 4 Ratio de aproximaciones críticas

Mes	Nº de Camiones	Aprox. Críticas	Ratio AC
Enero	19	9	0.5
Febrero	19	8	0.4
Marzo	19	9	0.5
Abril	19	7	0.4
Mayo	19	11	0.6
Junio	19	11	0.6
Julio	19	10	0.5
Agosto	19	7	0.4
Setiembre	19	9	0.5
Octubre	19	8	0.4
Noviembre	19	8	0.4
Diciembre	19	15	0.8

En términos generales, los ratios de aproximaciones críticas (AC) representan la relación directa entre las maniobras realizadas por los camiones y la probabilidad de que ocurra un incidente por colisión con la pala. Un valor elevado del ratio implica un mayor nivel de riesgo, ya que incrementa la posibilidad de que se produzca un evento no deseado. En la Tabla previa se observa que, durante el mes de diciembre, se alcanzó un ratio de 0.8. Este valor indica que los 19 camiones evaluados presentaron hasta un 80 % de probabilidad de generar un daño en la pala, lo que repercute directamente en la eficiencia y continuidad del proceso productivo.

En consecuencia, los ratios obtenidos permiten estimar el nivel de riesgo asociado a la interacción entre camiones y pala, constituyendo un indicador útil para cuantificar la ocurrencia de aproximaciones críticas dentro del ciclo de carguío.

3.2. Formulación de un modelo matemático destinado a definir la distancia mínima de seguridad entre los equipos que participan en el proceso de carguío

Para establecer el modelo matemático, se estructuró un procedimiento compuesto por cuatro etapas. En esta sección se expone de manera detallada cómo se integró la información recopilada y cómo se desarrolló la función matemática correspondiente. En la Figura 2, se describen se describe el flujograma que se va realizar para la creación del modelo matemático.

Creación de un modelo matemático

CRISTIAN ARMANDO GÓMEZ ESQUIVEL | December 12, 2025

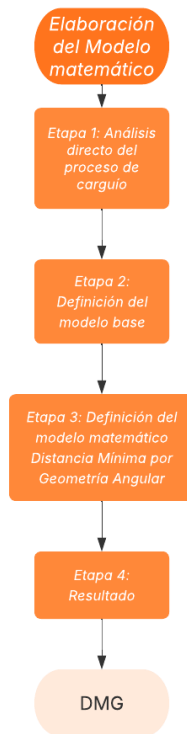


Figura 2 Diagrama de flujo de la creación de los modelos matemáticos

3.3.1. Etapa 1: Análisis directo del proceso de carguío

Como punto inicial del análisis, se realizó una observación detallada del proceso de carguío, evaluando la problemática asociada a los camiones mineros, los cuales no contaban con un valor definido de distancia mínima de aproximación que garantizara una operación segura durante la descarga del material por parte de la pala. En esta fase se identificaron los equipos considerados en el estudio y las variables fundamentales para la formulación del modelo matemático. Resultó esencial determinar el radio de giro o rango de movimiento operativo de la pala, medido desde su eje central, así como el ancho total del camión. Estos parámetros permitieron establecer las condiciones geométricas necesarias para estructurar la función matemática que describe la distancia mínima segura entre ambos equipos. Para el equipo de carguío, se empleó la pala hidráulica CAT 6060, cuyas dimensiones principales se presentan en la Tabla 5 y se representa visualmente en la Figura 3.

Tabla 5 Dimensiones Pala CAT 6060

PALA HIDRÁULICA CAT 6060		
A: Ancho	8.9 m	29 ft 2 in
B: Longitud	13 m	42 ft 8 in
C: Altura máxima	9.4 m	30 ft 10 in
D: Ancho de orugas	1200 mm	47 in
E: Ancho de oruga a oruga	10.1 m	33 ft 9 in
F: Longitud de los rastreadores	11.2 m	36 ft 9 in
G: Altura libre sobre el suelo	0.8 m	2 ft. 7 in

H: Altura desde el piso hasta la parte inferior de las losas de contrapeso

3.5 m

11ft 6 in

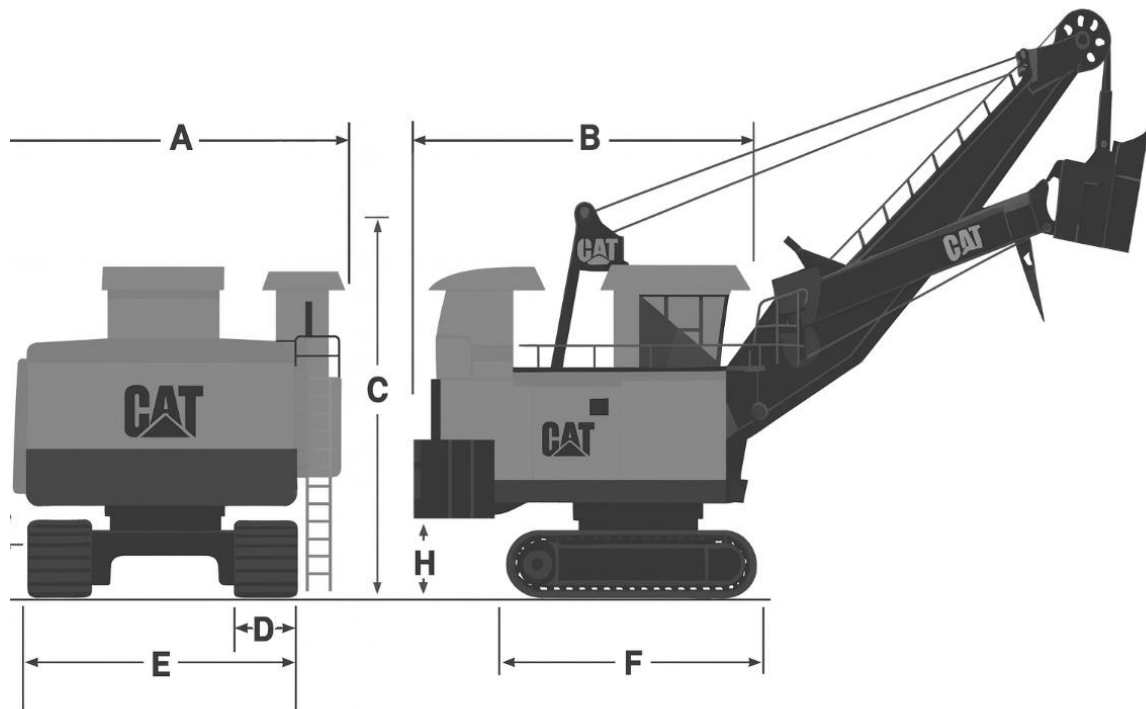


Figura 3 Dimensiones Pala minera CAT 6060

Para el equipo de acarreo, se tomó como referencia el camión minero CAT 793F, cuyas dimensiones principales se detallan en la Tabla 6 y se representa visualmente en la Figura 4.

Tabla 6 Dimensiones Camión 793F

Camión minero CAT 793F		
1	Altura hasta la parte superior de la ROPS: vacío	6010 mm
2	Longitud total de la caja	12300 mm
3	Longitud interior de la caja	11300 mm
4	Longitud total	13600 mm
5	Distancia entre ejes	7050 mm
6	Eje trasero a la cola	3600 mm
7	Espacio libre sobre el suelo con carga	600 mm
8	Espacio libre de descarga	7100 mm
9	Altura de carga: vacío	6000 mm
10	Profundidad interior de la caja: máxima	2900 mm
11	Altura total: caja levantada	14000 mm
12	Ancho del neumático delantero de la línea de centro	5200 mm
13	Espacio libre del protector del motor: cargado	900 mm
14	Ancho exterior de la caja	8100 mm
15	Ancho total del techo	7600 mm

16	Ancho interior de la caja	6400 mm
17	Altura del techo delantero: vacío	5950 mm
18	Espacio libre del eje trasero: cargado	690 mm
19	Ancho del neumático doble trasero de la línea de centro	5200 mm
20	Ancho total entre neumáticos	8100 mm

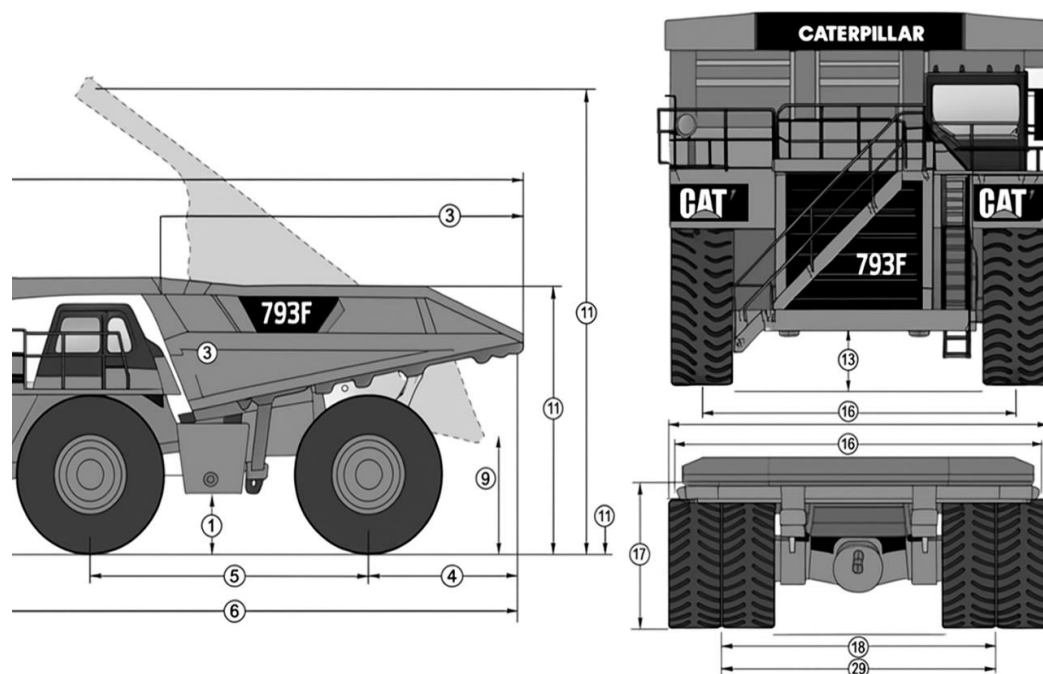


Figura 4 Dimensiones camión minero CAT 793F

3.3.2 Etapa 2: Definición del modelo base

Luego de realizar la observación del proceso de carguío y de determinar las dimensiones principales de cada equipo, se procedió a construir un modelo base que permitiera representar matemáticamente la interacción entre la pala y el camión. En esta etapa se definieron los parámetros de interés y se explicó de manera clara la relación geométrica que vincula las variables identificadas previamente. A continuación, se presentan los datos fundamentales utilizados: El radio operacional de la pala CAT 6060 es aproximadamente 24 metros, medido desde el eje central del equipo hasta el punto más lejano alcanzado por el balde durante la maniobra de carga. El ancho total del camión minero CAT 793F es de 8.10 metros, considerando la distancia máxima entre neumáticos. Con esta información fue posible establecer la relación entre el radio de operación de la pala y el camión, tomando como referencia la distancia desde el eje central de cada equipo. El radio operacional de la pala (L) y el ancho del camión (A) fueron integrados en la expresión matemática utilizada para determinar la distancia mínima segura entre ambos equipos, lo que permitió formular la primera ecuación del modelo. La siguiente expresión representa la distancia entre la pala en posición de descarga y el camión cuando se encuentra ubicado bajo el cucharón.

$$X = \left(L - \frac{A}{2} \right)$$

(4)

Dado que $L = 24 \text{ m}$ y $A = 8.10 \text{ m}$, se obtuvo como resultado $x = 19.950 \text{ m}$. Este valor corresponde a la distancia mínima requerida para ubicar el camión, de manera que se eviten posibles colisiones con la pala y se garantice que la descarga del material desde el cucharón se realice sin inconvenientes. En adelante a la variable

“x” se le asignó la denominación **D₀**. Si bien esta primera expresión permitió obtener un valor inicial, dicho resultado aún no comprende completamente la complejidad del problema. Por ello, en la siguiente fase se realizaron ajustes adicionales y se procedió a desarrollar la estructura completa del modelo matemático.

3.3.3 Etapa 3: Definición del modelo matemático Distancia Mínima por Geometría Angular

El modelo geométrico base utilizado para definir la distancia mínima de seguridad entre la pala y el camión asume una condición de alineamiento ideal durante la maniobra de aproximación. Bajo esta premisa, la distancia mínima se define únicamente a partir del radio operacional de la pala y el ancho del camión. Sin embargo, en condiciones operativas reales, el camión no siempre ingresa de manera perfectamente alineada, sino que presenta un ángulo de aproximación respecto al eje de referencia del punto de carguío.

Esta desalineación angular modifica la ocupación espacial efectiva del camión en la zona de interacción con la pala, incrementando el riesgo de interferencias geométricas. En consecuencia, resulta necesario ajustar la distancia mínima de seguridad en función de la orientación angular del camión durante la aproximación.

Cuando el camión se aproxima alineado ($\theta = 0^\circ$), la distancia mínima geométrica se define como:

$D_0 = L - \frac{A}{2}$	(5)
-------------------------	-----

Esta expresión representa la separación mínima requerida entre ambos equipos considerando exclusivamente sus dimensiones físicas, bajo el supuesto de una trayectoria perfectamente alineada.

Bajo esta condición ($\theta = 0^\circ$), el ancho efectivo del camión coincide con su ancho real A . Sin embargo, en escenarios operativos reales, la aproximación puede realizarse con un ángulo θ distinto de cero, generando una modificación geométrica en la ocupación espacial del vehículo. Desde el punto de vista geométrico, cuando un cuerpo rígido se orienta con un ángulo θ respecto a un eje de referencia, su dimensión transversal proyectada en la dirección de avance se incrementa. Este fenómeno se conoce como proyección efectiva y puede expresarse mediante la relación trigonométrica:

$A_{ef} = \frac{A}{\cos(\theta)}$	(6)
-----------------------------------	-----

Donde: A_{ef} es el ancho efectivo proyectado del camión, A es el ancho real del camión, θ es el ángulo de aproximación respecto al eje de la pala. Cuando $\theta = 0^\circ$, se cumple que $\cos(0^\circ) = 1$, por lo que la proyección efectiva coincide con el ancho real del vehículo.

No obstante, a medida que el ángulo de aproximación aumenta, el valor de $\cos(\theta)$ disminuye, provocando un incremento no lineal del ancho proyectado del camión hacia la zona operativa de la pala. Este incremento geométrico implica que, aun manteniendo constantes las dimensiones físicas del vehículo, la separación mínima requerida entre el camión y la pala debe aumentar para evitar interferencias mecánicas. En consecuencia, la proyección efectiva constituye un elemento fundamental para la formulación de la distancia mínima de aproximación en presencia de desalineación angular.

Para ello se calcula el ancho efectivo en distintos escenarios, se detalla en la Tabla 8:

Tabla 8 Ancho efectivo del camión según el ángulo

θ	Ancho real	A_{ef}
0	8.1	8.10
15	8.1	8.39
30	8.1	9.35
45	8.1	11.46

Si el camión se aproxima con un ángulo θ , su ocupación espacial “efectiva” aumenta debido a la proyección geométrica. Este efecto se modela mediante el factor:

$f(\theta) = \frac{1}{\cos(\theta)}$	(7)
--------------------------------------	-----

Si $\theta = 0^\circ$, $\cos(0) = 1$ y no hay incremento.

Si $\theta > 0^\circ$, $\cos(\theta) < 1$ y el factor $1/\cos(\theta)$ aumenta, exigiendo mayor separación.

Considerando el incremento del ancho efectivo del camión debido a la proyección angular e integrando la distancia base, se procede a formular el modelo matemático de distancia mínima por geometría angular:

$DMG(\theta) = D_0 * \frac{1}{\cos(\theta)}$	(8)
--	-----

En adelante, el Modelo de Distancia Mínima por Geometría Angular (DMG) se adopta como el modelo matemático principal del presente estudio, al permitir una representación continua y físicamente consistente de la distancia mínima de aproximación.

3.3.4 Etapa 4: Resultados

El Modelo Matemático de Distancia Mínima por Geometría Angular (DMG) fue aplicado considerando las dimensiones reales de los equipos analizados, así como diferentes valores del ángulo de aproximación del camión hacia la pala. Para el caso de estudio, se empleó un radio operacional de la pala de $L = 24$ m y un ancho total del camión de $A = 8.10$ m. Posteriormente, se evaluó el comportamiento del modelo DMG para distintos ángulos de aproximación θ , empleando la expresión:

$DMG(\theta) = D_0 * \frac{1}{\cos(\theta)}$	(8)
--	-----

La Tabla 11 presenta los valores obtenidos de la distancia mínima requerida para distintos ángulos de aproximación del camión.

Tabla 11 Distancia mínima de aproximación según el ángulo

θ°	D0 m	DMG(θ°) m
0	19.95	19.95
10	19.95	20.26
20	19.95	21.23
30	19.95	23.04
40	19.95	26.04
45	19.95	28.21

En la Figura 5 se muestra la gráfica donde se compara el modelo matemático base con el DMG y como varía la distancia mínima para evitar colisión entre pala – camión.

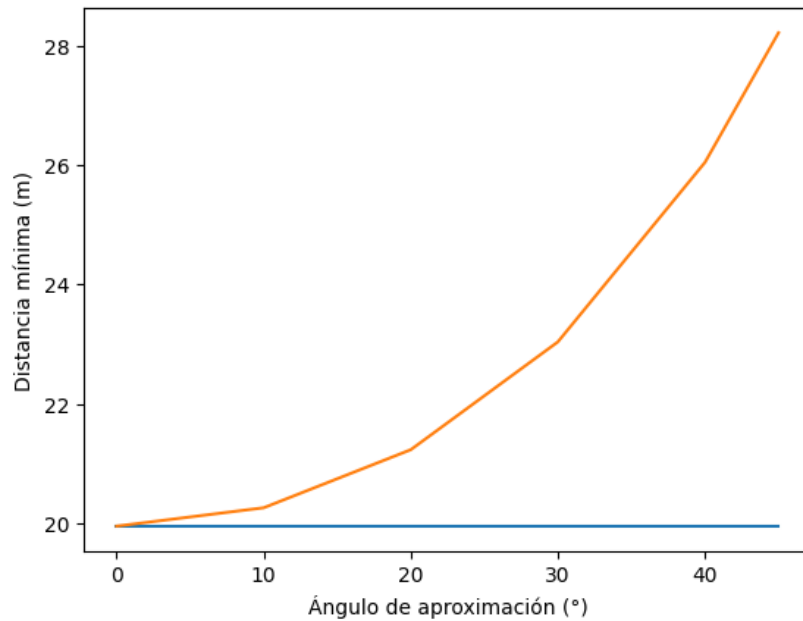


Figura 5 Comparación modelo base V.S. DMG

Los resultados evidencian que la distancia mínima de aproximación aumenta de manera no lineal conforme se incrementa el ángulo de aproximación del camión. En condiciones ideales de alineamiento ($\theta = 0^\circ$), el modelo retorna la distancia geométrica base D_0 . Sin embargo, incluso para desviaciones angulares moderadas, se observa un incremento significativo de la distancia requerida. En síntesis, el modelo DMG demuestra que la distancia mínima de aproximación no debe considerarse un valor fijo, sino una magnitud dependiente de la geometría angular de la maniobra. Esta dependencia explica por qué aproximaciones aparentemente seguras pueden transformarse en situaciones de riesgo cuando el camión se aproxima con desalineación angular.

3.3.5. Alcances y limitaciones del modelo DMG

El modelo DMG es válido para ángulos de aproximación $|\theta| < 90^\circ$ y asume equipos rígidos, sin considerar efectos dinámicos como velocidad o aceleración. No obstante, proporciona una estimación geométrica conservadora y continua de la distancia mínima de aproximación durante la maniobra de carguío.

3.2 Evaluación de los resultados en términos de productividad y su repercusión económica en el proceso de carguío.

Cuando se gestiona una operación minera mecanizada, es indispensable determinar la cantidad adecuada de equipos que se requieren para cumplir con el plan de minado establecido. Como punto de partida, se debe estimar la producción esperada, la cual se fundamenta en datos reales provenientes de una operación minera a tajo abierto. Si bien la productividad puede ser inicialmente calculada de manera teórica, es necesario contrastarla y ajustarla posteriormente con los resultados observados en campo. En primera instancia, se procederá a calcular el tiempo del ciclo de la pala (Cm), considerando los tiempos correspondientes a excavación, giro con carga, descarga, retorno sin carga y posicionamiento. Para ello, se realizó un registro de tiempos en campo utilizando una pala minera CAT 6060, evaluada en cinco oportunidades distintas, durante las cuales se cargaron entre dos y tres camiones por ciclo. Los resultados obtenidos se presentan a continuación:

Tabla 12 Estudio de tiempo de la Pala CAT6060

Movimiento	Tiempo (seg)
Tiempo excavación	14

Tiempo de giro (con carga)	10
Tiempo de descarga	4
Tiempo de retorno al banco (sin carga)	9
Tiempo de posicionamiento	4
Total del Ciclo	41

En la Tabla 13 se detalla que para la pala CAT 6060, se consideró un tiempo de movimiento promedio de 42 segundos, junto con un factor de conversión de 1.5, el cual se aplica debido a que las condiciones de vertido son complejas y la profundidad de excavación supera valores operativos estándar. La capacidad del cucharón SAE 2:1 de esta pala se encuentra alrededor de 65 m³, y se asumió un factor de llenado de 0.9, ya que el material corresponde a roca de voladura en condiciones difíciles. Asimismo, se tomó una eficiencia de trabajo de 0.8, representativa de un desempeño operativo promedio. La densidad del material se consideró en 1960 kg/m³, tomando en cuenta una mezcla típica conformada por 25 % de tierra y 75 % de roca. A continuación, se presentan los resultados obtenidos para la productividad de la pala.

Tabla 13 Productividad de la Pala CAT 6060

Parámetro	Valor
Tiempo de movimiento de la pala	41 s
Factor de conversión	1.5
Tiempo de ciclo de la pala (Cm)	61.5 s
Conversión a ciclos por Hora	58.54 ciclos/h
Capacidad del cucharón (q1)	44.5 yd ³
Factor de llenado (k)	0.9
Producción por ciclo (q)	40.05 yd ³
Eficiencia del trabajo (E)	0.8
Valor de producción horaria	3600
Producción horaria (Q)	1875.5 yd ³ /h
Factor de conversión (yd ³ a m ³)	0.764555
Producción horaria (volumen)	1433.9 m ³ /h
Producción horaria en kg	2810507.2
Densidad del material	1960 kg/m ³
Producción horaria (masa)	2810.5 t/h
Factor de conversión (kg a TM)	0.001
Productividad	2810.5 Ton/h

En la Tabla 14, se determina el número de ciclos que la pala debe ejecutar para completar la carga del camión minero, obteniéndose el siguiente resultado:

Tabla 14 Ciclo de Pala CAT6060

Concepto	Valor	Unidad / Nota
Capacidad del Camión colmado (C1)	116	m ³
Capacidad del cucharón (q1)	34	m ³
Factor de llenado del cucharón (k)	0.9	Mezcla de roca y tierra

Ciclos requeridos por Pala para cargar Camión	3.79	Ciclos (Calculado)
Ciclos requeridos por Pala para cargar Camión (Redondeado)	4	Ciclos

En la Tabla 15 se muestra el cálculo correspondiente al tiempo del ciclo de acarreo del camión minero:

Tabla 15 Ciclo de acarreo del camión

Concepto	Valor	
Ciclos de la pala necesarios	4	ciclos
Tiempo de ciclo de la pala	1.03	min
Tiempo de acarreo	14.92	min
Tiempo de descarga del camión	0.6	min
Tiempo de retorno	7.24	min
Tiempo de carguío del camión	0.45	min
Tiempo requerido para el primer pase	0.22	min
Tiempo de ciclo del camión (Cmt)	28.46	min/ciclo

En la Tabla 16 se observa que, para el camión minero considerado en este estudio, se asignó una eficiencia de operación de 0.8, al tratarse de una condición promedio de trabajo. La capacidad útil del camión, previamente calculada en función de su volumen de carga, se complementa con una densidad del material de 1960 kg/m³, asumiendo una composición típica del yacimiento, con un 25 % de material fino y 75 % de roca.

Tabla 16 Productividad del Camión 793F

Cálculo de productividad del Camión	Valor	
Eficiencia de trabajo del Camión (Et)	0.8	
Número de camiones en operación (M)	1	Camión
Producción por ciclo (C)	116	m ³
Producción horaria (P)	210.66	m ³ /h
Densidad del material	1960	kg/m ³
Masa	412886	kg/h
Conversor	0.001	Ton/kg
Productividad	412.9	Ton/h

En esta fase del análisis se evalúa el lucro cesante que podría afectar económicamente a una empresa minera ante un evento operacional no previsto. El escenario planteado corresponde a una colisión entre un camión minero y la pala de carguío, producto de no respetar la distancia mínima de seguridad definida en el modelo matemático. Si bien este tipo de incidentes no necesariamente genera lesiones al personal, sí ocasiona daños estructurales relevantes en ambos equipos involucrados. A partir de la identificación y registro de los daños generados por la colisión, se determinó que tanto la pala como el camión deben quedar fuera de operación durante un periodo estimado de 24 horas, tiempo requerido para efectuar el mantenimiento correctivo correspondiente. En esta sección se detalla la utilidad que dejarían de generar ambos equipos durante dicho intervalo. Para la pala CAT 6060, se consideró un porcentaje de utilización y disponibilidad del 89 %, así como una ley de cabeza promedio del 0.46 %, una recuperación metalúrgica del 86 %, y los valores actuales del precio y costo del cobre en el mercado. Con estos parámetros, en la Tabla 17 se observa cuanto es la utilidad perdida por la detención de la pala durante 1 hora:

Tabla 17 Utilidad perdida por detención de una Pala

Cálculo de utilidad perdida PALA	Valor	Unidad
Día	1	Días
Utilización	89%	Hr
Disponibilidad	89%	Hr
Horas efectivas	19	Hr
Productividad de la pala	2,810.51	TMS/hr
Mineral a chancado primario	53,428.87	TMS
Ley de cabeza Cu	0.46%	
Recuperación metalúrgica	86%	
Cu fino	211.36	TM
Libras de Cu	465,979	lb
Precio lb-Cu	4.258	US\$/lb
Costo	2	US\$/lb
Ingreso Bruto	1984136.903	US\$
Costo	931957.2112	US\$
Utilidad Perdida	1,052,179.69	US\$

En el caso del camión CAT 793F, se emplearon los mismos parámetros operativos considerados para la evaluación económica: un porcentaje de utilización y disponibilidad del 89 %, una ley de cabeza promedio de 0.46 %, una recuperación metalúrgica del 86 %, así como el precio y el costo del cobre vigentes en el mercado. Con estos valores, se determinó la utilidad dejada de percibir ante una detención del equipo. La Tabla 18 refleja la utilidad perdida por detener un camión 1 hora:

Tabla 18 Utilidad perdida por detención de un Camión

Cálculo de utilidad perdida	Valor	Unidad
Día	1	Días
Utilización	89%	Hr
Disponibilidad	89%	Hr
Horas efectivas	19	Hr
Productividad del camión	412.44	TMS/hr
Mineral a chancado primario	7,836.36	TMS
Ley de cabeza Cu	0.46%	%
Recuperación metalúrgica	86%	%
Cu fino	31	TM
Libras de Cu	68,345	lb
Precio lb-Cu	4.258	US\$/lb
Costo	1.6	US\$/lb
Utilidad Perdida	181,660	US\$

A partir del análisis realizado, se determina que la utilidad dejada de percibir debido a la detención de la pala CAT 6060 asciende a US\$ 1,052,179.69, mientras que la pérdida económica asociada a la paralización del camión CAT 793F corresponde a US\$ 181,660. En conjunto, ambos equipos representan una pérdida total de US\$ 1,233,839.69 lo cual evidencia el impacto económico significativo que puede generar un evento de colisión dentro del proceso operativo. Posteriormente, y con el fin de ampliar la evaluación económica, se continuó con la simulación considerando la información registrada sobre las aproximaciones críticas. Para ello, se asumió un tiempo de detención de 3 horas en el proceso de carguío por cada aproximación crítica registrada, tomando en cuenta la participación simultánea de ambos equipos (pala y camión). Con estos valores se determinó la utilidad perdida por hora de operación para cada equipo, estimándose así el lucro cesante anual

asociado a las aproximaciones críticas. La Tabla 19 presenta la utilidad total perdida por la detención de la pala y camión.

Tabla 19 Utilidad perdida total en un año

Mes	Aproximaciones críticas	Horas de equipo parado	Utilidad calculada Pala / Hora (US\$)	Utilidad calculada Camión / Hora (US\$)	Utilidad perdida por aproximaciones críticas (US\$)
Ene	9	27	55,347.58	9,561.05	1,752,533.16
Feb	8	24	55,347.58	9,561.05	1,557,807.19
Mar	9	27	55,347.58	9,561.05	1,752,533.09
Abr	7	21	55,347.58	9,561.05	1,363,081.29
May	11	33	55,347.58	9,561.05	2,141,984.89
Jun	11	33	55,347.58	9,561.05	2,141,984.89
Jul	10	30	55,347.58	9,561.05	1,947,258.99
Ago	7	21	55,347.58	9,561.05	1,363,081.29
Set	9	27	55,347.58	9,561.05	1,752,533.09
Oct	8	24	55,347.58	9,561.05	1,557,807.19
Nov	8	24	55,347.58	9,561.05	1,557,807.19
Dic	15	45	55,347.58	9,561.05	2,920,888.48
Total	112	336			21,809,300.75

La Figura 6 muestra la utilidad perdida mensual por aproximaciones críticas entre la pala y el camión, expresada en millones de dólares. Se observa que meses como diciembre y mayo/junio generan pérdidas significativas, superando los US\$ 2.9 millones debido a un mayor número de eventos críticos. Estos datos justifican la necesidad de optimizar la distancia mínima mediante un modelo geométrico más preciso, como el propuesto en este estudio.

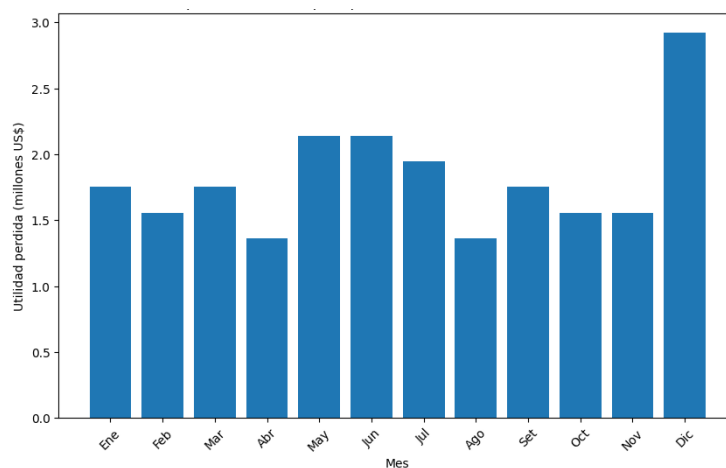


Figura 6 Utilidad perdida mensual por aproximaciones criticas (MUS\$)

En este contexto, la aplicación de los modelos matemáticos propuestos permite reducir de manera significativa el riesgo de colisión entre la pala y el camión durante el proceso de carguío, mitigando así pérdidas económicas asociadas a interrupciones operativas y eventos no planificados. La reducción de estas desviaciones operativas contribuye a evitar un impacto económico anual estimado en hasta US\$ 21,809,300.75 por concepto de utilidad perdida.

En la Figura 7 se observa como las horas paradas de los equipos generan una cierta utilidad perdida.

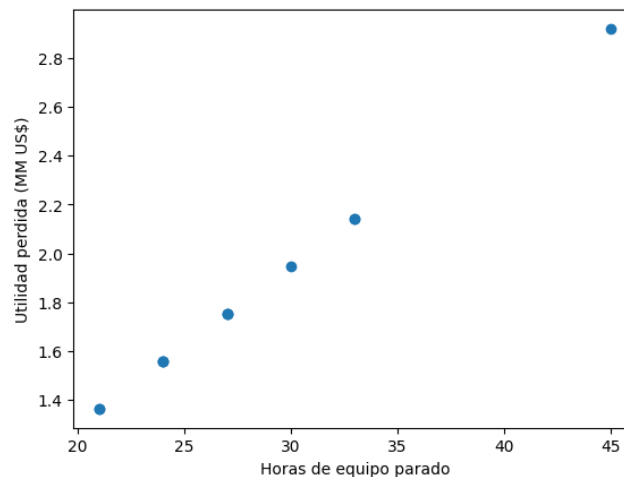


Figura 7 Relación entre horas detenidas y utilidad perdida

4. Discusión

El presente estudio demuestra que la determinación de la distancia mínima de aproximación entre la pala y el camión no debe abordarse como un valor fijo e invariable, sino como una magnitud dependiente de la geometría real de la maniobra de aproximación. El modelo geométrico base, definido como $D_0 = L - \frac{A}{2}$, representa adecuadamente una condición ideal de alineamiento[5]; sin embargo, su aplicación directa en campo resulta limitada debido a la variabilidad operativa observada durante el proceso de carguío[5]. En este contexto, el Modelo de Distancia Mínima por Geometría Angular (DMG) constituye el principal aporte del trabajo, al incorporar explícitamente el efecto de la orientación angular del camión sobre la distancia mínima requerida. A diferencia de enfoques empíricos o discretos utilizados comúnmente en operaciones mineras, el DMG introduce una formulación continua basada en principios geométricos, lo que permite capturar el incremento no lineal de la distancia mínima conforme aumenta el ángulo de aproximación.

Los resultados obtenidos evidencian que desviaciones angulares moderadas pueden generar incrementos significativos en la distancia mínima requerida. Por ejemplo, para ángulos superiores a 30° , el modelo DMG muestra aumentos relevantes respecto al valor base D_0 , lo que explica por qué aproximaciones que aparentan ser seguras bajo un criterio fijo pueden derivar en situaciones de riesgo cuando no se considera la geometría angular de la maniobra. Este comportamiento refuerza la necesidad de abandonar criterios exclusivamente estáticos para la gestión de la seguridad en el proceso de carguío.

Desde el punto de vista operacional, la adopción del DMG permite redefinir la distancia mínima de aproximación como una variable dependiente de la orientación del camión, facilitando la implementación de controles más precisos en campo. Asimismo, el modelo proporciona una base cuantitativa para establecer límites angulares admisibles o zonas de exclusión dinámicas, lo que representa una mejora sustancial respecto a criterios empíricos basados únicamente en distancias promedio.

En términos económicos, la aplicación del modelo DMG contribuye indirectamente a la mitigación de pérdidas asociadas a aproximaciones críticas, al reducir la probabilidad de interferencias geométricas entre los equipos. La disminución de estos eventos se traduce en una reducción del lucro cesante estimado y de los costos operativos derivados de paradas no programadas, mantenimientos correctivos y daños potenciales a los equipos. De esta manera, el modelo no solo fortalece la seguridad operacional, sino que también impacta positivamente en la productividad y rentabilidad del sistema pala–camión.

Finalmente, si bien el modelo DMG no incorpora efectos dinámicos como velocidad, aceleración o tiempos de reacción del operador, su formulación geométrica proporciona una aproximación conservadora y físicamente consistente para la gestión de la distancia mínima de aproximación. Esto lo convierte en una herramienta robusta y fácilmente adaptable a distintas configuraciones de equipos, constituyendo una base sólida para futuras extensiones del modelo hacia enfoques dinámicos o probabilísticos.

5. Conclusiones

Se desarrolló y aplicó un Modelo de Distancia Mínima por Geometría Angular (DMG) para el proceso de carguío pala-camión, el cual permite determinar la distancia mínima de aproximación segura en función del ángulo de ingreso del camión.

El modelo base $D_0 = L - \frac{A}{2}$ queda establecido como una condición ideal de alineamiento, mientras que el DMG constituye el modelo final adoptado para condiciones operativas reales. La aplicación del DMG evidencia que la distancia mínima de seguridad no es constante, sino dependiente de la geometría de la maniobra de aproximación.

La adopción del modelo DMG proporciona un criterio operativo más preciso para la gestión de la seguridad en el proceso de carguío, reduciendo la ocurrencia de aproximaciones críticas entre los equipos.

Desde una perspectiva económica, el uso del modelo DMG contribuye a la mitigación de pérdidas asociadas a eventos de interferencia entre equipos y a la mejora de la eficiencia operativa del sistema pala-camión. El modelo propuesto constituye una base matemática aplicable a distintas configuraciones de equipos y puede ser extendido en estudios futuros para incorporar variables dinámicas.

6. Conflicto de Intereses

El autor declara que no tienen conflictos de interés.

7. Referencias

- [1] B. Enkhchuluun, B.-O. Batgerel, y C. Ping, «Cycle Time Analysis of Open Pit Mining Dump Trucks», *Int. J. Geosci.*, vol. 14, n.º 08, pp. 689-709, 2023, DOI: <https://doi.org/10.4236/ijg.2023.148037>
- [2] I. A. O. Aguayo, M. Nehring, y G. M. W. Ullah, «Optimising Productivity and Safety of the Open Pit Loading and Haulage System with a Surge Loader», *Mining*, vol. 1, n.º 2, pp. 167-179, sep. 2021, DOI: <https://doi.org/10.3390/mining1020011>.
- [3] A. Moniri-Morad, M. S. Shishvan, M. Aguilar, M. Goli, y J. Sattarvand, «Powered haulage safety, challenges, analysis, and solutions in the mining industry; a comprehensive review», *Results Eng.*, vol. 21, p. 101684, mar. 2024, DOI: <https://doi.org/10.1016/j.rineng.2023.101684>.
- [4] Y. Zhang, Z. Zhao, L. Bi, L. Wang, y Q. Gu, «Determination of Truck-Shovel Configuration of Open-Pit Mine: A Simulation Method Based on Mathematical Model», *Sustainability*, vol. 14, n.º 19, p. 12338, ene. 2022, DOI: <https://doi.org/10.3390/su141912338>.
- [5] N. Vela y F. John, «Desarrollo de modelo matemático para el ajuste de distancias mínimas en equipos con el propósito de optimizar el proceso de carguío en una mina a tajo abierto-Arequipa, 2024», 2024, Accedido: 12 de diciembre de 2025. DOI: <https://doi.org/10.20868/upm.thesis.511>
- [6] B.-W. Jo, Y.-S. Lee, J.-H. Kim, D.-K. Kim, y P.-H. Choi, «Proximity Warning and Excavator Control System for Prevention of Collision Accidents», *Sustainability*, vol. 9, n.º 8, p. 1488, ago. 2017, DOI: <https://doi.org/10.3390/su9081488>.
- [7] A. Althubaiti, «Sample size determination: A practical guide for health researchers», *J. Gen. Fam. Med.*, vol. 24, n.º 2, pp. 72-78, 2023, DOI: <https://doi.org/10.1002/jgf2.600>.
- [8] S. K. Ahmed, «How to choose a sampling technique and determine sample size for research: A simplified guide for researchers», *Oral Oncol. Rep.*, vol. 12, p. 100662, dic. 2024, DOI: <https://doi.org/10.1016/j.oor.2024.100662>.
- [9] L. F. Plaza Gálvez, «Modelación matemática en ingeniería», *IE Rev. Investig. Educ. REDIECH*, vol. 7, n.º 13, pp. 47-57, oct. 2016.

DOI: https://doi.org/10.33010/ie_rie_rediech.v7i13.9

- [10] M. Simonov, K. Zaytsev, y N. Popova, «GENERATION OF MATHEMATICAL MODELS OF LINEAR DYNAMIC SYSTEMS DESCRIBED BY BLOCK DIAGRAMS», . *Vol.*, n.º 20, 2022.
DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-540-78879-9_2
- [11] D. Burgic, «The Effects of Mathematical Modelling in Mathematics Teaching of Linear, Quadratic and Logarithmic Functions», *Eur. J. Math. Sci. Educ.*, dic. 2021,
DOI: <https://doi.org/10.12973/ejmse.2.2.129>.
- [12] S. M. Mohamed, M. H. Yacoub, W. S. Sayed, L. A. Said, y A. G. Radwan, «Efficient hardware implementations of trigonometric functions and their application to sine-based modified logistic map», *Digit. Signal Process.*, vol. 159, p. 104993, abr. 2025,
DOI: <https://doi.org/10.1016/j.dsp.2025.104993>.
- [13] K. V. Sánchez Duarte, «Usos y funcionalidades del ángulo en el desarrollo del pensamiento trigonométrico», *Rev. Educ.*, ene. 2024,
DOI: <https://doi.org/10.15517/revedu.v48i1.56036>.
- [14] Y. Pachuca Herrera, G. Zubieta Badillo, Y. Pachuca Herrera, y G. Zubieta Badillo, «Definiciones e imágenes del concepto de ángulo y su medida en estudiantes que inician la educación superior», *Educ. Matemática*, vol. 32, n.º 1, pp. 38-66, 2020,
DOI: <https://doi.org/10.24844/em3201.03>.
- [15] «Angular Measurement - an overview | ScienceDirect Topics». Accedido: 11 de diciembre de 2025. [En línea]. Disponible en: https://www.sciencedirect.com/topics/engineering/angular-measurement?utm_source
- [16] S. Zhang, K. Liu, L. Song, T. Lu, Q. Shao, y Y. Wang, «Efficient on-machine measurement device and application for linear motion angular error of CNC machine tools», *Adv. Mech. Eng.*, vol. 17, n.º 9, p. 16878132251370417, sep. 2025,
DOI: <https://doi.org/10.1177/16878132251370417>.