



# Optimización de la limitación del Pit final mediante el Algoritmo Lerchs & Grossmann en Python

Carlos G. Ortiz-Echeverría<sup>1\*</sup>

<sup>1</sup>. Departamento de Ingeniería de Minas / Facultad de Ingeniería / Universidad Nacional de Trujillo, Trujillo, Perú

\* Autor de correspondencia: h5053401221@unitru.edu.pe (C. Ortiz-Echevarría)

Recibido 13 de diciembre de 2025    Revisado 23 de diciembre de 2025    Aceptado 25 de diciembre de 2025    Publicado en línea 25 de diciembre de 2025

## Resumen

La optimización del límite final del tajo (UPL) es una etapa desisiva al momento de planificar la explotación de minas a tajo abierto, debido a que afecta directamente la rentabilidad del proyecto. Este estudio busca determinar el UPL usando el algoritmo de Lerchs y Grossmann (LG). Se maximiza el Valor Actual Neto (VAN) a través de una implementación computacional reproducible en Python. La metodología se basa en un modelo de bloques sintético que incluye 151,898 bloques de  $5 \times 5 \times 5$  m. Este modelo tiene información espacial (X, Y, Z), leyes de cobre variables, una densidad constante y parámetros económicos definidos. El análisis se realizó en Google Colab con Python 3.12.12. Se consideró un precio del cobre de 2.26 USD/lb, un costo de venta de 0.12 USD/lb, un costo de minado de 6.15 USD/t y supuestos económicos constantes, sin descuento temporal, para un escenario de planificación de tajo final. Los resultados indican que la optimización mediante LG crea un tajo final con 18,393 bloques, un tonelaje de mineral de 6,295,982.75 t, 106,322.86 t de material estéril, una profundidad máxima de 110 m y un volumen total de 3,523,275 m<sup>3</sup>. Esto resulta en un VAN de 239.92 millones de USD. El algoritmo de LG es un método sólido y eficiente para optimizar el UPL. Ofrece soluciones económicamente óptimas y técnicamente consistentes para estudios de planificación minera estratégica.

**Palabras claves:** Lerchs & Grossmann, modelo de bloques, planificación minera, límite final de pit

## Abstract

The optimization of the ultimate pit limit (UPL) is a critical stage in open-pit mine planning, as it directly affects project profitability. This study aims to determine the UPL using the Lerchs and Grossmann (LG) algorithm. Net Present Value (NPV) is maximized through a reproducible computational implementation in Python. The methodology is based on a synthetic block model composed of 151,898 blocks with dimensions of  $5 \times 5 \times 5$  m. The model includes spatial information (X, Y, Z), variable copper grades, constant density, and defined economic parameters. The analysis was carried out in Google Colab using Python 3.12.12. A copper price of USD 2.26/lb, a selling cost of USD 0.12/lb, a mining cost of USD 6.15/t, and constant economic assumptions without time discounting were considered for a final pit planning scenario.

The results indicate that optimization using the LG algorithm generates a final pit containing 18,393 blocks, with an ore tonnage of 6,295,982.75 t, 106,322.86 t of waste material, a maximum depth of 110 m, and a total volume of 3,523,275 m<sup>3</sup>. This configuration yields a Net Present Value of USD 239.92 million. The LG algorithm proves to be a robust and efficient method for UPL optimization, providing economically optimal and technically consistent solutions for strategic mine planning studies.

**Keywords:** Lerchs & Grossmann, block model, mine planning, ultimate pit limit

## 1. Introducción

La planificación minera es el proceso fundamental donde se diseñan y organizan las operaciones de extracción de un yacimiento minera [1, 2], con el objetivo de maximizar los beneficios económicos [3, 4], mientras se minimizan los riesgos geotécnicos y operativos [5, 6]. En la minería a cielo abierto, una de las decisiones más

críticas en la fase de planificación es la definición del UPL [7, 8], que determina la geometría máxima explotable del yacimiento [9], delimitando el área que debe ser extraída [10], para asegurar la rentabilidad económica de la operación [11, 12]. La UPL se optimiza utilizando una variedad de métodos matemáticos y algorítmicos [13, 14], siendo el más destacado el modelo propuesto por Lerchs y Grossmann en 1965 [15, 16]. A partir de ahí, este método representa los bloques geológicos como nodos [17], así como también las relaciones de precedencia [18]. De acuerdo con restricciones geomecánicas como los ángulos de talud [19], arcos dirigidos [20], convirtiendo así el problema en uno de corte mínimo/flujo máximo [21, 22].

El modelo de Lerchs-Grossmann es un algoritmo bien conocido y ampliamente practicado [21], durante más de cinco décadas en la industria minera [23], que es estable a los diferentes escenarios [24], sin embargo, con algunas desventajas en recursos computacionales [25, 26], especialmente en modelos de bloques grandes [27]. A parte de L&G, existente otros algoritmos como Pseudoflow, introducido por Hochbaum en 1998 [28], es una extensión contemporánea del enfoque clásico de LG (Lerchs-Grossmann) para optimizar el UPL [29]. En marcado contraste con la solución tradicional, Pseudoflow aborda el problema del corte mínimo utilizando estructuras de datos avanzadas [30], mejora considerablemente la escalabilidad mediante la reducción del tiempo de cálculo [31]. Pseudoflow ha demostrado sus propios excelentes resultados similares a los de Lerchs-Grossmann en varios estudios. Con todas las capacidades de procesamiento de datos de Pseudoflow en términos de procesamiento rápido de volúmenes [32], el sistema es uno de los más populares en el sector minero según la planificación de minas a gran escala. Ahora, el método de Lerchs-Grossmann sigue siendo comúnmente utilizado y confiable [33].

En la optimización de UPL, el análisis económico es uno de los pasos más importantes [34], porque la necesidad de encontrar la manera más eficiente de extraer recursos [35], no solo es relevante para la optimización de UPL, sino también para su valor neto [36]. En este tipo de análisis, se evalúa el valor económico de cada bloque en función de variables que incluyen el precio del mineral [37], los costos operativos (incluidos los costos de minería, procesamiento y transporte) [38], y el factor de recuperación [39]. En realidad, esto significa que se debe encontrar el VAN para cada bloque [40], y la extracción de ese bloque debe optimizarse para lograr el mayor beneficio económico posible [41], considerando los costos asociados con la extracción de material de desecho no rentable [42].

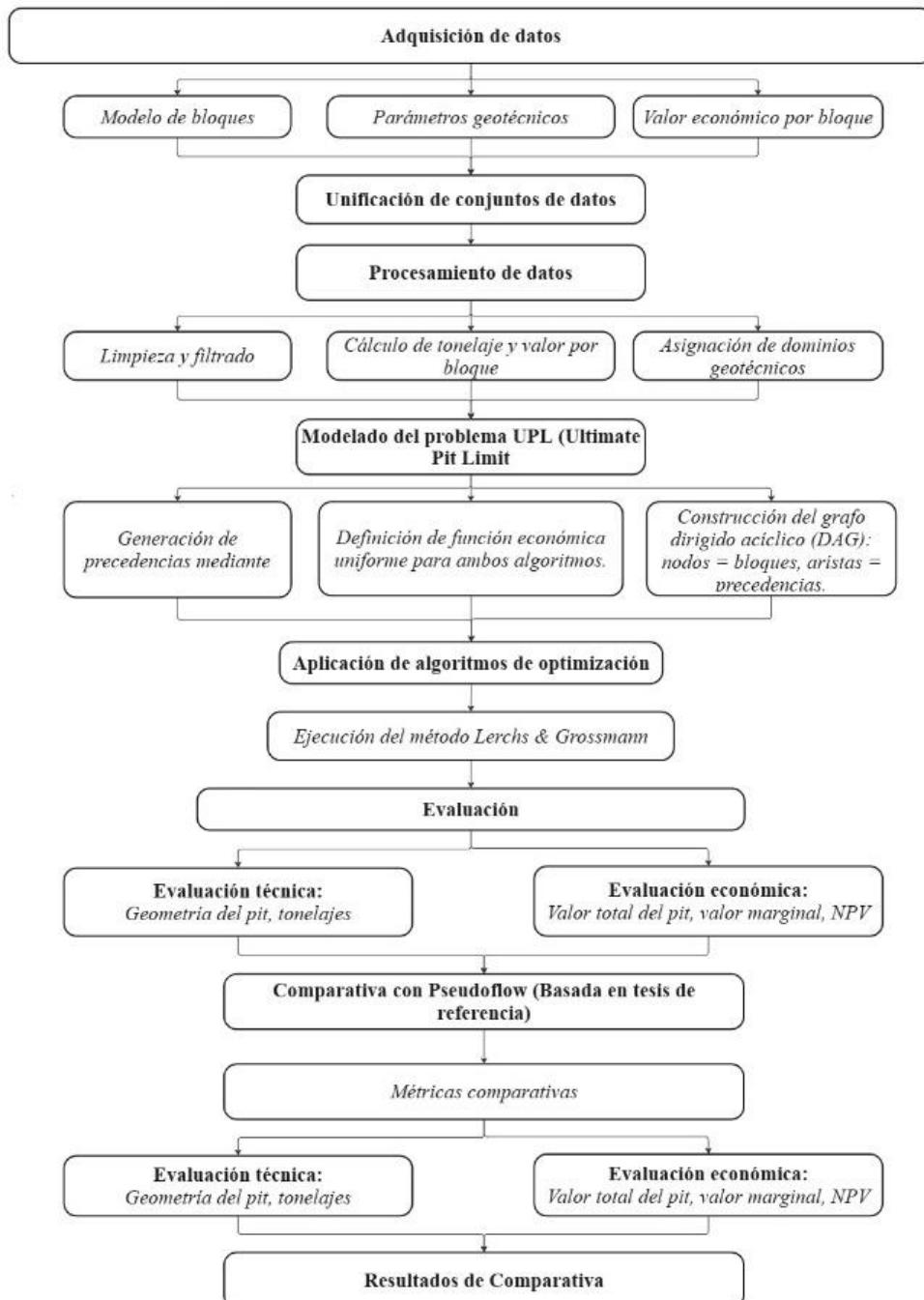
En algunos estudios emplean la ayuda de MineSight, el tajo final fue optimizado utilizando el método de Lerchs-Grossman [43], y se aseguró tanto la rentabilidad como la seguridad geotécnica para el depósito VMS de Bisha. En otro estudio, comparan si el método de LG o la Secuenciación Directa de Bloques (DBS) era mejor para optimizar el tajo final, encontrando que DBS genera más rentabilidad (mayor VAN) y LG es más efectivo en reducir la relación estéril/mineral [44]. Y finalmente, el tajo final a menudo se optimiza utilizando el algoritmo de Lerchs-Grossmann [45], pero los autores sugieren una mejora que permite pendientes variables y una optimización específica de la geología. También se propuso una mejora del algoritmo de Lerchs-Grossmann para pendientes más complejas (sin reconstruir el modelo de bloques), lo que lleva a una optimización más realista y eficiente en el trabajo [46]. Actualmente, Lerchs-Grossman domina la optimización del tajo final, pero el pseudo-flujo, la inteligencia artificial y las herramientas estocásticas son el futuro de esta optimización [47]. Los estudios de comparación LG vs DBS [44] pueden ser útiles en el momento de evaluar la eficiencia entre algoritmos. Todavía existe unas deficiencias en la optimización del UPL para la minería a cielo abierto, especialmente considerando las restricciones geotécnicas, económicas y operativas en un contexto de planificación real. El objetivo del trabajo actual es optimizar la delimitación del tajo final utilizando el algoritmo de LG en Python, con el propósito de maximizar el VAN y optimizar la eficiencia computacional, considerando las limitaciones geotécnicas del campo.

En general, este documento se llevó a cabo para analizar cómo el algoritmo LG maximiza eficientemente el UPL en una mina a cielo abierto y también para evaluar otros valores técnicos (geometría del tajo y tonelajes) y económicos (valor total del tajo y VAN). Esta investigación está organizada en cuatro secciones. La primera sección se centra en aspectos teóricos para la optimización del tajo, incluyendo el enfoque algorítmico LG, mientras que la segunda parte describe la metodología utilizada y sus criterios de evaluación; la tercera parte describe los resultados y la discusión; y la cuarta parte concluye con conclusiones, limitaciones y direcciones futuras.

## 2. Metodología (Material y métodos)

### 2.1. Procedimiento de la investigación

El diagrama de flujo mostrado en la figura 1 organiza sistemáticamente el diseño metodológico para la optimización del UPL basado en el algoritmo de LG. El procedimiento consiste en la recopilación y limpieza de los datos necesarios, la construcción del problema UPL mediante la generación de precedencias y la construcción del grafo acíclico dirigido (DAG), y la ejecución del algoritmo LG bajo una función económica común. Los resultados obtenidos se miden mediante métricas técnicas como la geometría del tajo y las toneladas, y métricas económicas, como el valor total del tajo y el VAN. Este método permite una evaluación objetiva del rendimiento del algoritmo LG en la optimización del tajo final y su aplicabilidad en condiciones reales de minería.



**Figura 1** Flujograma de procedimiento

## 2.2. Datos y fuentes para la investigación

### 2.2.1. Origen de los datos

Los datos fueron generados a partir del modelo de bloques sintético preparado para estudios de investigación en la planificación y optimización del tajo final. Como paso preliminar, esto es ampliamente adoptado hoy en día y en textos de modelado de recursos [48, 49]. Los datos de investigación incluyen modelos de bloques, valor económico de los bloques y parámetros geotécnicos [50]. La geometría espacial del depósito en un sistema tridimensional regular con coordenadas (X, Y, Z), volumen de bloque, leyes y densidad de masa rocosa [51], se modelada y definida por el modelo de bloques. El valor económico por bloque se determina a partir de la siguiente función [52, 53].

$$\text{Valor} = (Cu_{ton} \times Recup \times Precio) - (C_{mina} + C_{planta}) \quad (1)$$

El  $Cu_{ton}$  es la cantidad de Cu contenida en el bloque, Recup es el porcentaje de recuperación metalúrgica, el precio de venta del metal,  $C_{(mina)}$  y los costos operativos de  $C_{planta}$ , que incluyen extracción y procesamiento. Los parámetros geotécnicos nos permiten definir dominios geológicos/geotécnicos típicos (litología, roca, parámetros mecánicos como densidad, resistencia, etc.) [54], necesarios para modelar precedencias, estabilidad de taludes y diseño seguro del tajo final, un requisito fundamental en la planificación de minas a cielo abierto [55].

### 2.2.2. Dimensiones del dataset

Existen 151,898 bloques, cada uno de 5x5x5 metros, las coordenadas espaciales Este, Norte y Elevación de los bloques que permiten ubicar cada bloque en un espacio tridimensional, con grados variables de Cu de 0.001% a 14.126% (densidad de roca de 2.7 g/cm<sup>3</sup> a 2.77 g/cm<sup>3</sup>), otros parámetros implícitos de volumen de bloque y tonelajes que son dados por el tamaño y la densidad del bloque, parámetros geotécnicos que dividen el tajo en cuatro dominios geotécnicos principales en N, E, O y S, y el valor económico del bloque, derivado de la ecuación anterior. Esta estructura de datos (bloques discretos con atributos metalúrgicos, geológicos, espaciales y económicos) corresponde con las directrices de modelado de recursos minerales [56].

### 2.2.3. Tipos de datos y preprocesamiento

Tenemos valores numéricos continuos basados en los datos que utilizamos, como la ley, la densidad, los valores económicos. Es categórico y conocemos los dominios, el tipo de roca o material, el espacio 3D donde se encuentran las coordenadas X, Y, Z [57]. Estos procesos incluyen:

- Eliminación de duplicados para evitar repeticiones o bloques vagos, asegurando la calidad del conjunto de datos y su consideración.
- Detección de discrepancias y corrección de valores atípicos y falsos en variables como la ley, la densidad y el tonelaje, para evitar que datos aberrantes contribuyan a la distorsión de los cálculos posteriores.
- Homologación de unidades (densidad en t/m<sup>3</sup>, volumen en m<sup>3</sup>, toneladas, ley en %, valores en USD), para asegurar la consistencia entre todos los datos.

## 2.3. Procesamiento de datos

Una vez que el conjunto de datos se ha recopilado, limpiado y validado, se puede realizar el siguiente procesamiento para un caso de uso futuro

### 2.3.1. Determinación de tonelaje por bloque

Se utilizan procedimientos estándar de estimación de recursos [58], se determina:

$$Ton_{bloque} = Densidad \times Volumen \quad (2)$$

Donde el volumen del bloque tendrá los incrementos espaciales fijos ( $\Delta x * \Delta y * \Delta z$ ) que se ajustan a un modelo de bloque cúbico uniforme [59].

### 2.3.2. Determinación del contenido metálico por bloque

Si el porcentaje % de Cu, el contenido en toneladas se calcula como:

$$Cu_{ton} = Ton_{bloque} \times \frac{Cu}{100} \quad (3)$$

Este método de multiplicar el tonelaje por el grado es el proceso aceptado en modelos de bloques como el paso de estimación para el metal contenido [60].

### 2.3.3. Integración de valor económico

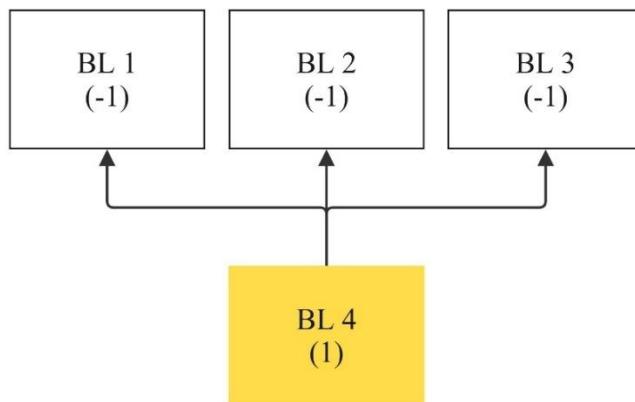
El valor económico por bloque calculado externamente se fusiona con el modelo principal tomando las coordenadas espaciales en las columnas X, Y, Z como claves [61]. Esto resulta en un modelo consolidado con información espacial + geo-metalúrgica + económica, que se introduce en algoritmos de optimización [62, 63].

### 2.3.4. Asignación de dominios geotécnicos

Esta asignación crea espacio para la inclusión de restricciones geotécnicas en un modelo y especifica precedencias/inclinaciones coherentes [64]. Estudios en planificación de minas a cielo abierto sugieren que los dominios geológicos/geotécnicos se incluyen en un modelo de bloques [65, 66, 67].

### 2.3.5. Generación de precedencias

Una vez que tanto el modelo de bloques como el dominio geotécnico están especificados, la creación de precedencias es una preocupación importante. Es una situación en la que solo se va a trabajar en un bloque si ya se ha extraído con el otro, una lógica de estabilidad/inclinación [68, 69]. Como se demuestra en la figura 2.

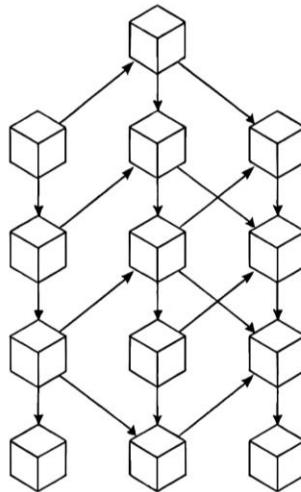


**Figura 2** Precedencias entre bloques de minado

Tal precedencia es necesaria en la formulación de restricciones geotécnicas para un problema de UPL [70]. Los estudios de planificación clásicos adoptaron enfoques de precedencia similares para generar pozos finales [71, 72].

### 2.3.6. Construcción del grafo UPL

Con bloques como nodos y precedencias como aristas dirigidas, se forma un DAG [73]. Como se muestra en la figura 3.

**Figura 3** Grafo dirigido acíclico

Este gráfico representa la estructura jerárquica de los bloques/minas a extraer y es una entrada crucial para los algoritmos de optimización (corte máximo / flujo mínimo) [74, 75]. El soporte para este esquema de gráfico para modelar los pozos finales está cubierto en la literatura de optimización minera [76].

## 2.4. Modelo utilizado

En el estudio, se optimizará el pit final con el algoritmo de Lerchs & Grossmann (1965).

### 2.4.1. Algoritmo Lerchs & Grossmann (1965)

El método de LG es la base teórica del diseño de pozos finales en minería a cielo abierto y ha sido el estándar de la industria durante más de cinco décadas [77, 78]. Finalmente, se propusieron demostrar que el problema del límite eventual del pozo puede formularse matemáticamente como un problema de cierre máximo en un gráfico dirigido, equivalente, a través de una red de flujo, a un problema de corte mínimo [79, 80]. Aquí, modelamos cada bloque como un nodo con un peso económico  $w_i$  calculado a partir del valor neto del mineral menos el costo de extracción. Las precedencias geotécnicas se dan como aristas dirigidas, es decir, si un bloque  $i$  depende de otro bloque  $j$ , entonces

$$(i \in S) \Rightarrow (j \in S) \quad (4)$$

Donde  $S$  son los bloques elegidos en la solución.

El objetivo se expresa como:

$$\max_{S \subseteq V} \sum_{i \in S} w_i \quad (5)$$

Sujeto a que  $S$  sea un conjunto cerrado, con respecto a las precedencias. LG propusieron que se puede emplear un gráfico de flujo con capacidad positiva y negativa en el que el valor económico de cada bloque se añade como un arco a la fuente o al sumidero. El corte mínimo obtenido muestra con precisión el pozo óptimo [81, 82].

## 2.5. Justificación técnica de modelo

Según los requisitos técnicos, el algoritmo de LG se está utilizando como referencia para la optimización del límite UPL, ya que ha demostrado su estabilidad histórica y cuenta con amplia evidencia experimental en entornos industriales. El método propuesto para la aplicación en minería a cielo abierto también ha sido probado en diferentes contextos y los resultados indican que se destaca sobre otros en la optimización de los tajos ideales bajo escenarios realistas de planificación minera. El algoritmo LG es especialmente adecuado para problemas de optimización basados en la optimización geotécnica y económica, es decir, teniendo en

cuenta las consideraciones operativas y geomecánicas para la demarcación del tajo, con el fin de proporcionar resultados sólidos. El método LG ejecuta un algoritmo definido para la estructura de entrada, a saber, modelo de bloques, precedencias, DAG, ya que las entradas son conocidas y el proceso se ejecuta.

## 2.6. Métricas de evaluación

Los puntos donde se comparar se mostrará, entre ambos algoritmos se muestra en la sigue tabla 1.

**Tabla 1** Métricas empleadas para la evaluación UPL

Dimensión	Métricas	Propósito / Qué evalúa
<b>Económica</b>	Valor total del pit (VT), Ley media, VAN	Rentabilidad económica de la solución, eficacia en maximizar el valor.
<b>Operacional</b>	Tonelaje mineral, Tonelaje estéril	Eficiencia y factibilidad de extracción, balance entre material mineralizado y estéril.
<b>Geométrica</b>	Profundidad, Volumen, Extensión lateral	Forma, tamaño y configuración del pit final, ajustado a restricciones geotécnicas.

## 2.7. Herramientas empleadas

Para este tipo de estudio se empelo el lenguaje de programación Python, mediante la plataforma Google Colab con la versión 3.12.12. Esto se hizo por su eficiencia en la computación y su amplia gama de bibliotecas científicas para el análisis de datos, la optimización y el modelado computacional. Python facilitó todo el proceso del modelo de bloques. Esto incluyó la limpieza y validación de datos, la generación y análisis del DAG para definir las precedencias mineras, la implementación de algoritmos de optimización para evaluar la economía y determinar el límite final del tajo, y la visualización de resultados en un entorno reproducible.

## 3. Resultados

### 3.1. Análisis estadístico descriptivo de las variables del modelo de bloques

El análisis estadístico descriptivo es fundamental para comprender la estructura general y la distribución de los datos de cualquier estudio cuantitativo. Aquí se proporcionan las estadísticas descriptivas para las principales variables de un modelo de bloques aplicado a la minería. Este análisis implica calcular la centralidad, la dispersión y el rango de las variables en estudio. Con este diseño, el objetivo es descubrir patrones y comportamientos relevantes para afectar la optimización de los recursos mineros, con un enfoque en la delimitación del UPL en las operaciones mineras. Las estadísticas descriptivas para las variables más relevantes del modelo de bloques se resumen en la tabla a continuación.

**Tabla 2** Estadísticos Descriptivos de las Variables del Modelo de Bloques

Índice	n	$\bar{X}$	$\sigma$	Mín.	25%	Me	75%	Máx.
x	151898	215104.95	79.24	214961.13	215041.13	215106.13	215166.13	215251.13
y	151898	8080920.75	148.90	8080666.50	8080796.50	8080911.50	8081041.50	8081201.50
z	151898	307.71	39.61	247.50	272.50	302.50	337.50	422.50
Dim_x	151898	5.00	0.00	5.00	5.00	5.00	5.00	5.00
Dim_y	151898	5.00	0.00	5.00	5.00	5.00	5.00	5.00
Dim_z	151898	5.00	0.00	5.00	5.00	5.00	5.00	5.00
volumen	151898	125.00	0.00	125.00	125.00	125.00	125.00	125.00
zona	151898	0.28	0.80	0.00	0.00	0.00	0.00	4.00
au	151898	0.15	0.47	0.00	0.00	0.00	0.00	6.24

ag	151898	5.77	19.13	0.00	0.00	0.00	0.00	235.96
cu	151898	0.24	0.75	0.00	0.00	0.00	0.00	14.99
densidad	151898	2.80	0.00	2.80	2.80	2.80	2.80	2.80

La tabla 2 resume las estadísticas descriptivas básicas para un conjunto de variables, que son determinantes en el análisis de bloques. Se ilustra de la siguiente manera: el número de observaciones (conteo), el promedio, la desviación estándar, el mínimo, el máximo, los percentiles del 25%, 50% (mediana) y 75% para cada variable. Las variables definidas incluyen coordenadas espaciales (x, y, z), dimensiones del bloque (dim\_x, dim\_y, dim\_z), volumen del bloque, zonas geológicas identificadas (zona) y concentraciones de metales de interés económico, como oro (au), plata (ag) y cobre (cu), así como la densidad de los bloques. Estas cifras proporcionan una impresión inicial fundamental de la variabilidad y distribución en los datos que se analizarán y optimizarán para la minería y para validar modelos predictivos.

### 3.2. Distribución de dominios geotécnicos en zonas

La optimización del UPL es un elemento clave para especificar las áreas adecuadas, es decir, dónde deben extraerse los recursos minerales, y la caracterización del dominio geológico es crucial en esto. Los dominios geológicos, definidos por su código de zona, se presentan en la tabla 3 para reflejar el número de bloques, tonelaje, ley media de cobre (Cu) y coordenadas geoespaciales en las direcciones z, x e y. Esta información es fundamental para desarrollar un modelo de optimización adecuado para la estimación precisa de los recursos potenciales de extracción y para las restricciones geotécnicas y operativas relacionadas con ellos.

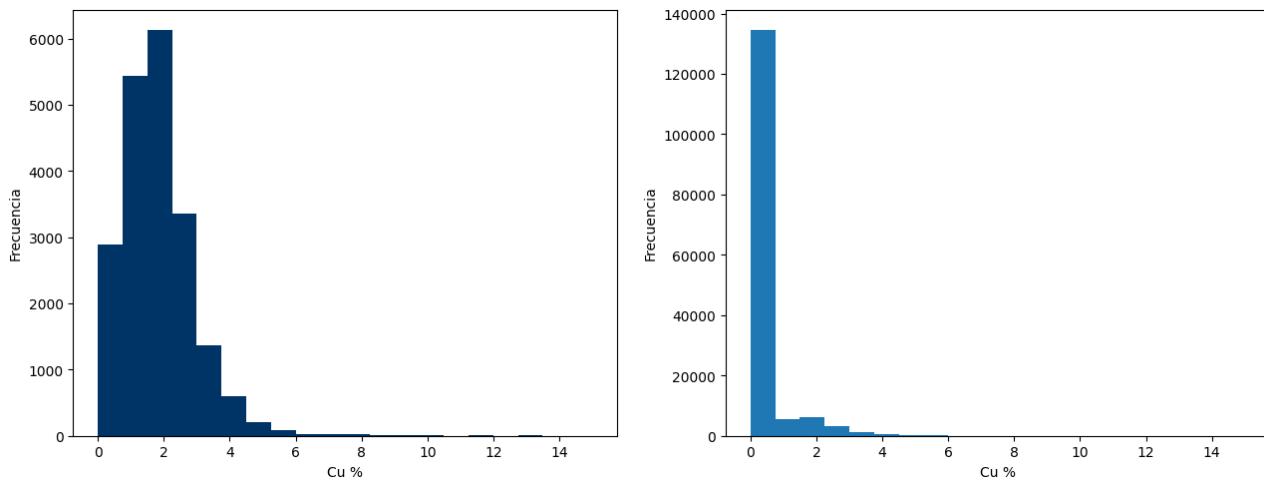
**Tabla 3** Distribución de bloques de acuerdo con las zonas litológicas

Zona	NºBloq.	Tonelaje	xCu	z_min	z_max	x_min	x_max	y_min	y_max
0	131704	46062980.11	0.00	247.5	412.5	214961.13	215251.13	8080666.5	8081201.5
1	6587	2303778.55	1.30	292.5	382.5	215066.13	215206.13	8080741.5	8081106.5
2	6059	2119112.53	1.65	332.5	402.5	215056.13	215206.13	8080741.5	8081111.5
3	5888	2059305.92	2.33	337.5	417.5	215051.13	215211.13	8080741.5	8081111.5
4	1660	580578.78	2.80	352.5	422.5	215061.13	215196.13	8080746.5	8081096.5

Para examinar la robustez del modelo, seleccionamos algunos parámetros importantes como el tonelaje total (por ejemplo, 46.062 millones toneladas en la zona 0) y la ley media de cobre (Cu) (por ejemplo, 1.298086 en la zona 1). Estos valores son vitales para evaluar la viabilidad económica de la extracción. También probamos la robustez del modelo observando la sensibilidad de los resultados a las variaciones en estos parámetros (para validar que el modelo de optimización tiene sentido bajo diversas condiciones geológicas y económicas).

### 3.3. Distribución de Cobre (Cu) en el Modelo de Bloques

Es un paso necesario analizar la distribución de la concentración de cobre (Cu) en la evaluación y optimización de las operaciones mineras. Decidir sobre la explotación de recursos solo es factible con una comprensión de la distribución de los niveles de Cu en el modelo de bloques. Los histogramas a continuación presentan la distribución de las concentraciones de cobre, completas y después de eliminar los valores de 0% de Cu, mostrando cómo varía este mineral en los bloques modelados. Comprender esto es esencial para modificar las estrategias mineras y lograr una extracción optimizada de recursos minerales valiosos.

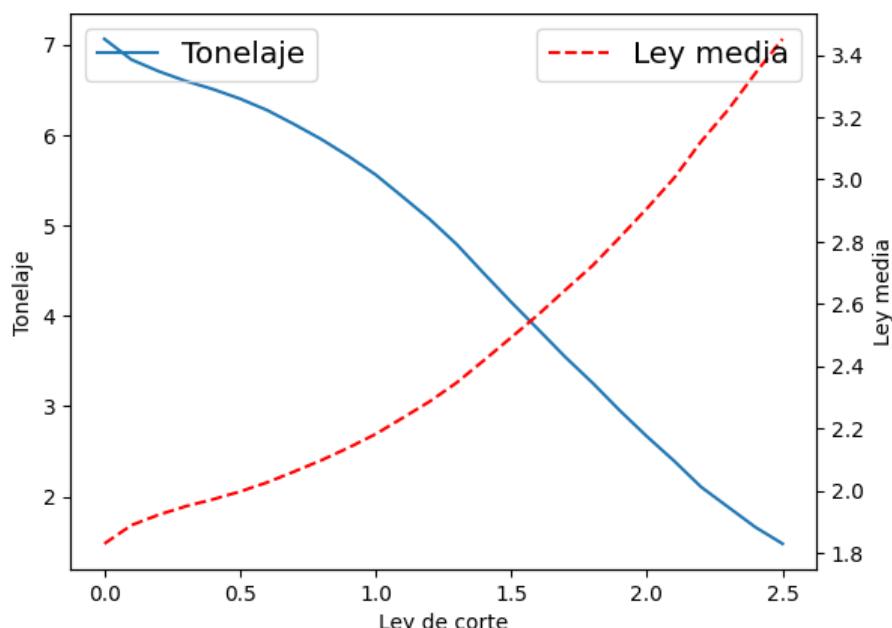


**Figura 4** Distribución de las concentraciones de Cu

La figura 4 muestra dos histogramas de concentraciones de cobre (Cu) en el modelo de bloques. El primer histograma, a la izquierda, presenta los datos excluyendo bloques con 0% de Cu. La concentración de Cu en esta muestra está principalmente entre 0% y 2%, con un valor máximo cercano al 6%, lo que indica una mineralización moderada en las áreas evaluadas. El segundo histograma, a la derecha, incluye todos los bloques del modelo y exhibe una acumulación notable de datos en 0% de Cu, lo que distorsiona la distribución general y crea un sesgo hacia valores cercanos a cero. La diferencia en la distribución resalta la influencia de los bloques no mineralizados, cuyos valores representan más del 60% del total de datos. Este análisis demuestra la necesidad de separar los bloques no mineralizados para obtener una representación más precisa de la mineralización real.

### 3.4. Curva tonelaje vs Ley

El curva tonelaje ley que te refieres, muestra la relación entre el tonelaje (número de toneladas de mineral extraído) y su grado promedio de cobre (Cu) en varios valores de ley de corte. Los gráficos de este tipo son críticos para evaluar cómo varían estos dos parámetros a medida que cambia la restricción mínima de ley para la extracción. Tonelaje: indica el total de mineral extraído en toneladas, lo cual dependerá del valor de la ley de corte. Grado promedio: muestra el grado promedio de cobre (Cu) asociado con cada valor de tonelaje, ajustado según la ley de corte (ver figura 5).

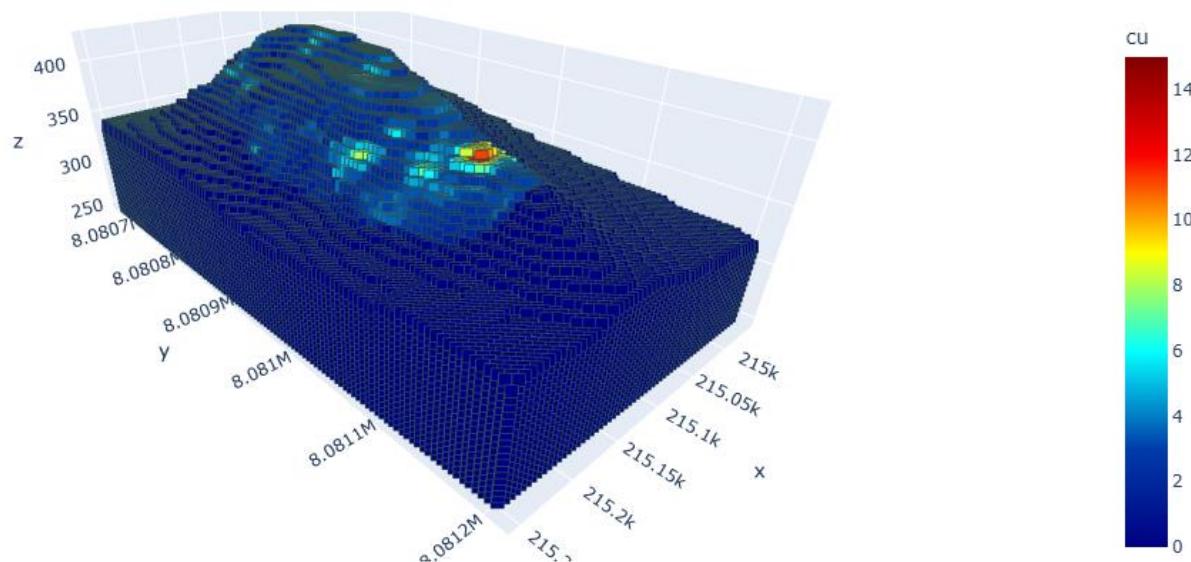


**Figura 5** Curva tonelaje vs ley

Al cambiar el grado de corte, el gráfico "Curva de Tonnage vs Grado de Corte" indica que existe una relación inversa entre el tonelaje de mineral y el grado promedio de cobre (Cu). Aumentar el grado de corte hace que el tonelaje extraído sea menor, optando solo por los bloques que acumulan mayores contenidos de cobre. Específicamente, con un grado de corte de 0.0 el tonelaje es de  $7.06e+06$  toneladas con un grado de 1.829201, mientras que con un grado de corte de 1.0 el tonelaje cae a  $5.56e+06$  toneladas y el grado de cobre sube a 2.181445. El valor extraído en este diagrama representa un equilibrio entre la cantidad de mineral extraído y su grado, lo cual es crítico en la optimización económica y operativa de la planificación minera.

### 3.5. Visualización 3D de la Distribución de Cobre (Cu)

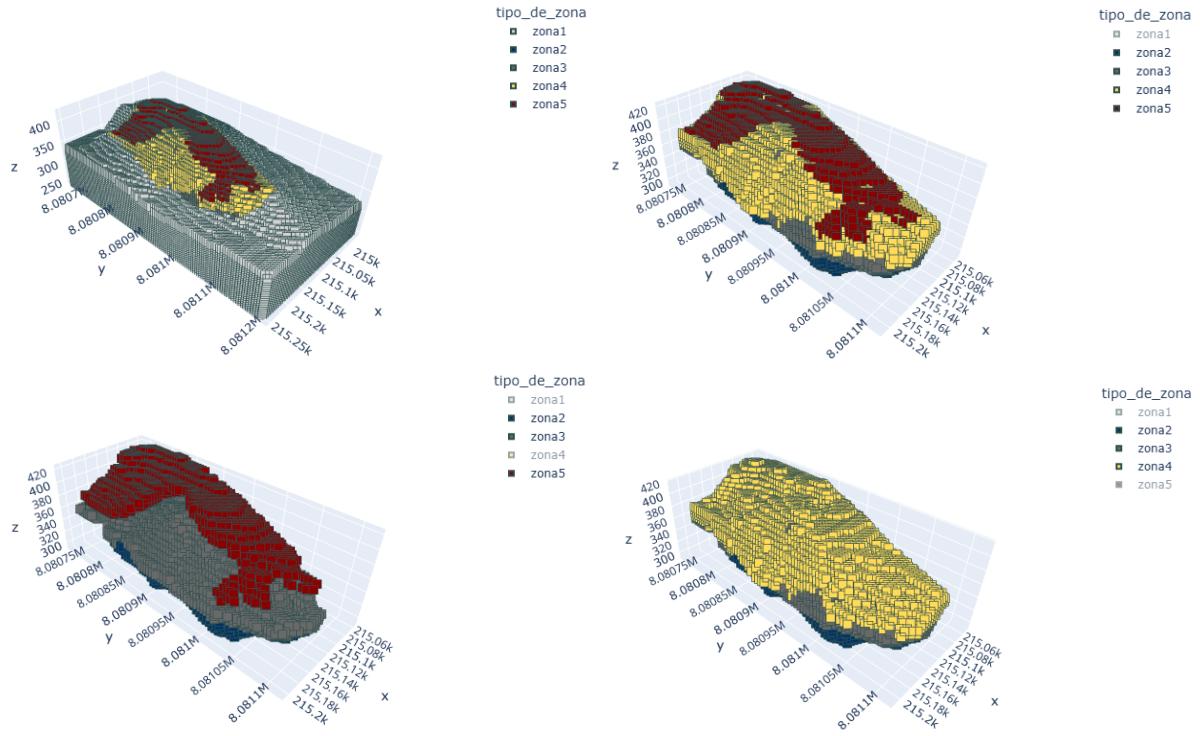
La visualización tridimensional es un medio importante para interpretar la distribución espacial de las concentraciones de cobre (Cu) en el modelo de bloques. A través de esta visualización 3D, se pueden determinar de manera más eficiente las regiones de alta mineralización y analizar su distribución a lo largo de las coordenadas espaciales (x, y, z). La siguiente figura muestra una representación 3D de la concentración de cobre en el modelo, proporcionando una percepción real de la variabilidad espacial en la mina.

**Figura 6** Visualización 3D de la distribución de Cu

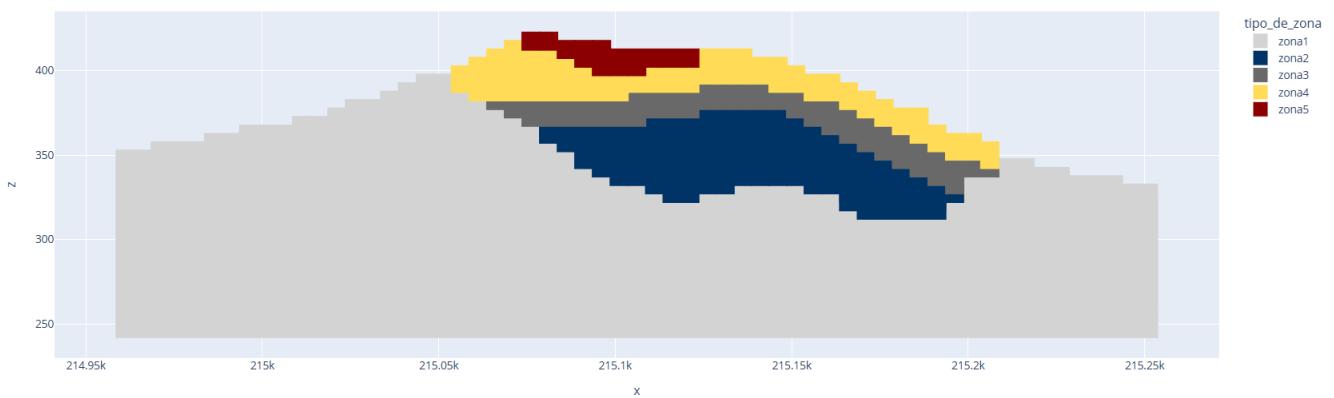
La distribución de las concentraciones de cobre (Cu) en el modelo de bloques se muestra en el gráfico 3D de la figura 6. Las coordenadas espaciales horizontales del modelo están representadas por los ejes X e Y, y el eje Z representa la elevación o profundidad de los bloques en esta visualización. Una paleta de colores que representa la concentración de Cu muestra los valores más altos de Cu en rojo y los valores más bajos en azul. Algunas regiones con mayores concentraciones de cobre en forma visual también se destacan, indicando posibles ubicaciones de extracción. Con esta visualización 3D, los patrones geoespaciales pueden reconocerse más fácilmente; y las decisiones sobre cómo aprovechar mejor los recursos mineros pueden tomarse con mayor facilidad.

### 3.4. Visualización 3D de la Distribución de Cobre (Cu) en relación a cada zona

Los dominios geológicos son cruciales para optimizar el UPL al organizarlos en categorías geológicas dentro del espacio. El gráfico tridimensional proporcionado en este documento demuestra la distribución de zonas de tipo geológico (zona 1, zona 2, zona 3, zona 4, zona 5) en el yacimiento y permite el análisis de diversas propiedades geológicas (tonelaje, ley de cobre, etc.). Esta información es crucial para la planificación minera y la toma de decisiones sobre la viabilidad de la extracción, que puede integrarse con modelos de optimización de tajos.



**Figura 7** Visualización de las zonas

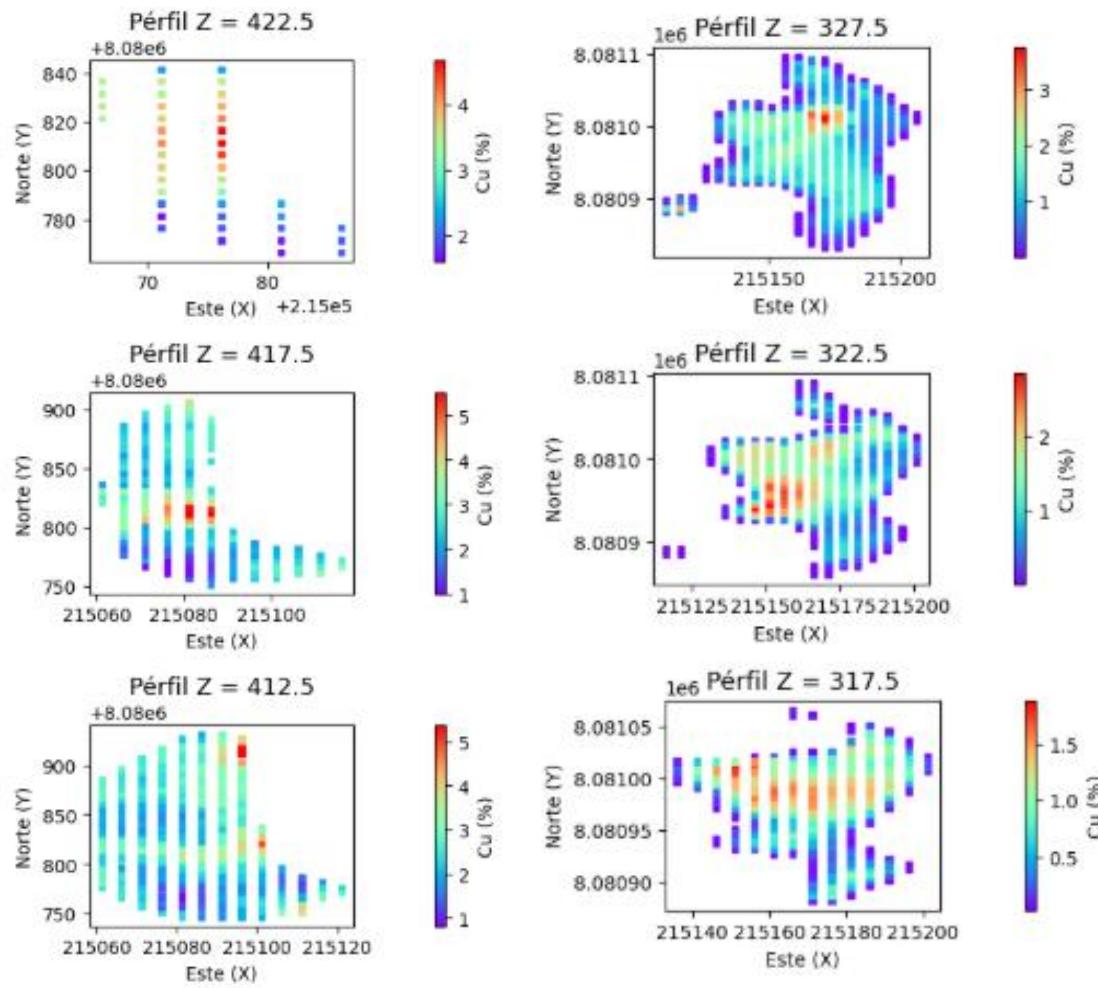


**Figura 8** Visualización de las zonas vista perfil

La figura 7 y 8 es una ilustración de la organización espacial de los dominios geológicos dentro del depósito y los diferentes colores dados por el tipo de zona. Hay cinco zonas: Zona 1, Zona 2, Zona 3, Zona 4 y Zona 5, lo que permite determinar la variabilidad de las características geológicas utilizando las coordenadas X, Y y Z. La visualización de la representación espacial de los bloques es vital para diseñar un diseño de pozo óptimo y tomar una decisión minera.

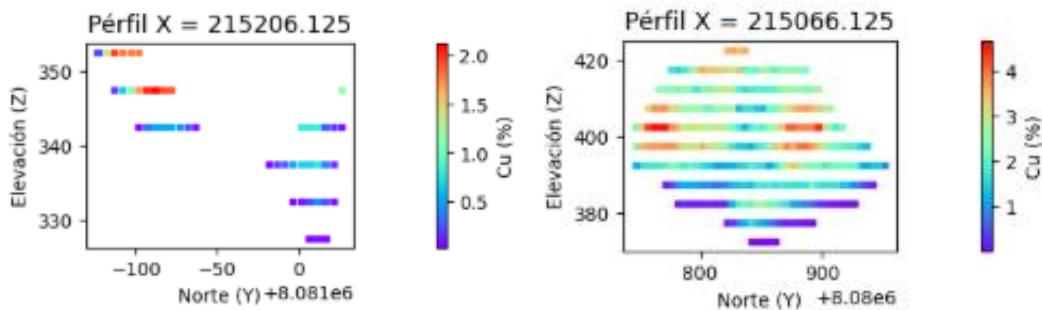
### 3.4. Descripción de perfiles geológicos

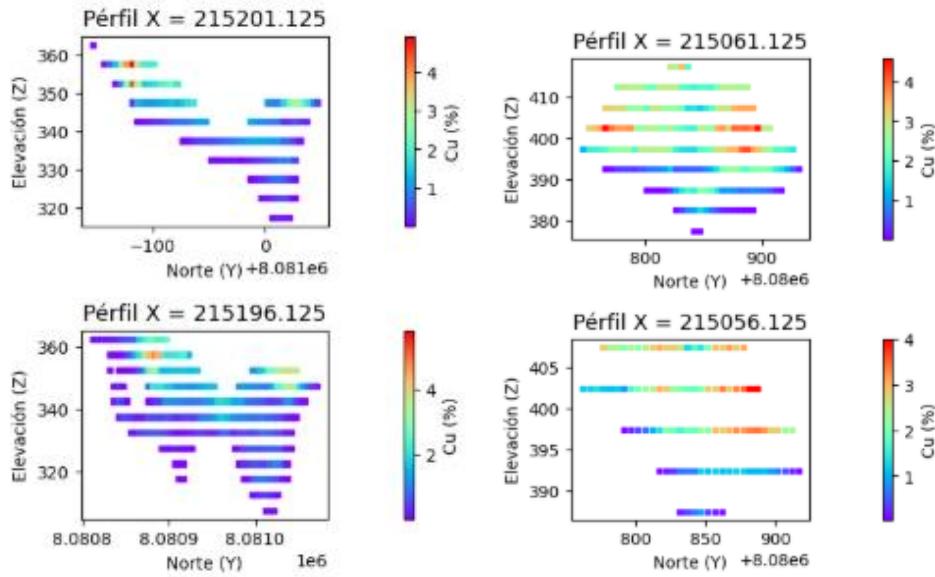
Los gráficos con "Perfil Z = 422.5" y "Perfil Z = 417.5" muestran la distribución del grado de cobre (Cu) a diferentes profundidades, indicado por el eje X para las coordenadas Este y el eje Y para las coordenadas Norte. A Z = 422.5, los niveles de cobre varían del 1% al 5%, con una concentración máxima que ocurre en zonas específicas de la parte oriental del yacimiento, mientras que a Z = 417.5 los grados de cobre se han distribuido de manera más uniforme, con un máximo en los sitios más ricos de hasta el 5% (ver figura 9). Estos perfiles son importantes para comprender la distribución lateral del mineral a varias profundidades y facilitar la planificación para la extracción.



**Figura 9** Perfiles geológicos máximos mínimos norte - este

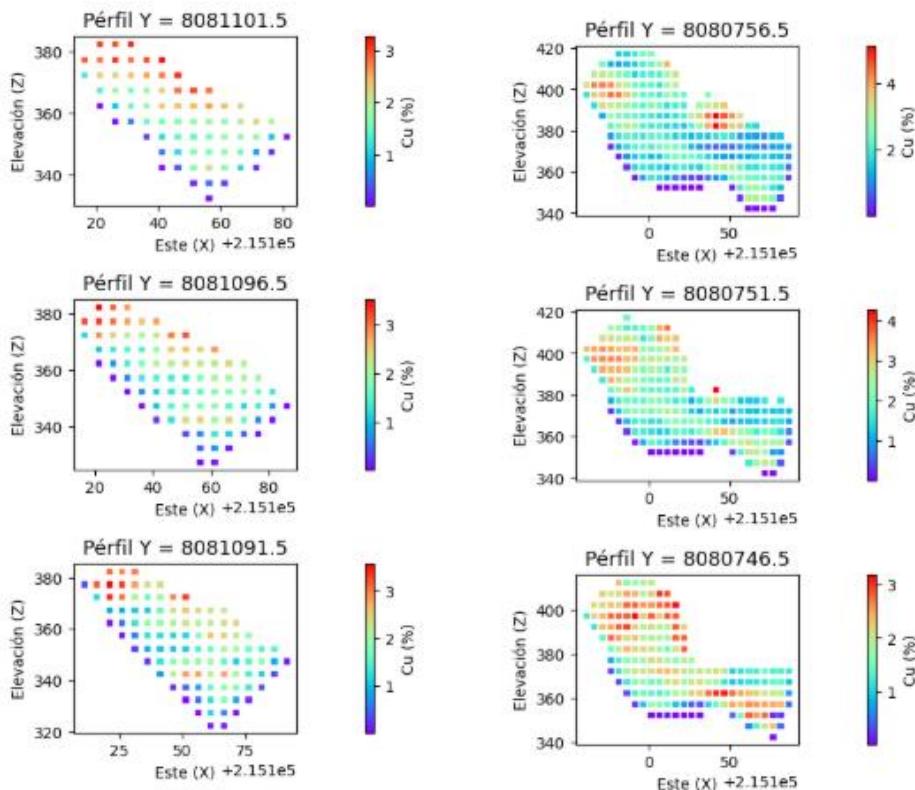
En los gráficos "Perfil  $Z = 412.5$ " y "Perfil  $Z = 407.5$ ", se observa la variación del grado de cobre en función de la elevación ( $Z$ ) y las coordenadas Norte (Y). A  $Z = 412.5$ , el grado de cobre varía entre 2% y 4%, con áreas de mayor concentración ubicadas en la parte superior del perfil. Al descender a  $Z = 407.5$ , la distribución de Cu se vuelve más homogénea, pero aún hay áreas que muestran concentraciones de hasta 5% (ver figura 10). Estos perfiles ayudan a entender cómo cambia la calidad del mineral a medida que nos movemos a mayores profundidades, proporcionando información sobre la continuidad del depósito.





**Figura 10** Perfiles geológicos máximos mínimos elevación - norte

Los gráficos “Perfil Z = 327.5” y “Perfil Z = 322.5” ilustran la relación entre la elevación (Z) y las coordenadas Este (X), mostrando la variación del grado de cobre en las regiones laterales del yacimiento. A Z = 327.5, el grado de cobre presenta un rango del 1% al 3%, con la concentración más alta en áreas dispersas. El grado de cobre es menor a Z = 322.5, variando entre 0.5% y 2.5% (ver figura 11), lo que indica una disminución en la calidad del mineral en esta área. Estos perfiles permiten evaluar la variación lateral y la continuidad del mineral en el yacimiento.



**Figura 11** Perfiles geológicos máximos mínimos elevación – este

### 3.4. Optimización UPL con Lerchs & Grossman

El precio del cobre es de 2,26 US\$/lb base, 0,12 US\$/lb costo de venta, 6,15 US\$/tonelada métrica (t) costo de minería. El factor de conversión es de 2204,62 lb/tonelada métrica (t), así como un pozo de 100 se sigue para llevar a cabo la evaluación económica. Tales parámetros son útiles para la optimización económica de la extracción minera, haciendo posible obtener una evaluación precisa de la rentabilidad y operación.

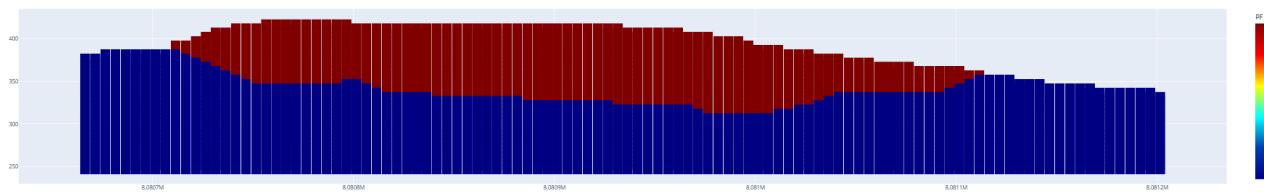
**Tabla 4** Parámetros de optimización de pit

Índice	n	X	σ	Mín.	25%	Me	75%	Máx.
x	151898	215104.9	79.2426	214961.1	215041.1	215106.1	215166.1	215251.1
y	151898	8080921	148.8983	8080667	8080797	8080912	8081042	8081202
z	151898	307.713	39.60693	247.5	272.5	302.5	337.5	422.5
dim_x	151898	5	0	5	5	5	5	5
dim_y	151898	5	0	5	5	5	5	5
dim_z	151898	5	0	5	5	5	5	5
volumen	151898	125	0	125	125	125	125	125
zona	151898	0.283144	0.804035	0	0	0	0	4
au	151898	0.147162	0.473707	0	0	0	0	6.237
ag	151898	5.769075	19.13042	0	0	0	0	235.961
cu	151898	0.243182	0.749505	0	0	0	0	14.994
densidad	151898	2.79797	9.69E-12	2.79797	2.79797	2.79797	2.79797	2.79797
Tonelaje	151898	349.7463	1.23E-09	349.7463	349.7463	349.7463	349.7463	349.7463
Fino	151898	0.85052	2.621366	0	0	0	0	52.44095
Recuperación	151898	0.117165	0.299352	0	0	0	0	0.91
Cost. Proc.	151898	1.619178	4.15679	0	0	0	0	14.63
Cost. Mina	151898	6.15	1.56E-11	6.15	6.15	6.15	6.15	6.15
Valor Planta	151898	828.5567	9734.213	-6578.73	-2150.94	-2150.94	-2150.94	213616.6
Valor Botadero	151898	-2150.94	3.92E-09	-2150.94	-2150.94	-2150.94	-2150.94	-2150.94
Valor max	151898	847.4433	9725.661	-2150.94	-2150.94	-2150.94	-2150.94	213616.6

La tabla 4, presenta las estadísticas descriptivas de las variables clave del modelo de bloque de beneficios, incluyendo las coordenadas geoespaciales (X, Y y Z), tonelaje, ley de cobre (Cu), costos de procesamiento y minería, y niveles de planta y valores máximos. Las coordenadas geográficas (X e Y) tienen un promedio de 2.51e+05, mientras que Z muestra un promedio de 3.37e+01, con valores que van desde 2.15e+05 hasta 2.15e+05 para X e Y, y desde 2.28e+02 hasta 4.22e+02 para Z. El tonelaje tiene una media de 3.49e+06 y una desviación estándar de 1.23e+06, mientras que la ley de cobre varía entre 0.00 y 14.99, con un promedio de 0.24. Los costos de procesamiento promedian 16.1, y los costos de minería son 6.15, mientras que el promedio del valor de planta y el valor máximo son 288 y 844, respectivamente. Estas son características geológicas y económicas del depósito y son valiosas para maximizar la planificación minera y las decisiones operativas. Luego, basándose en los parámetros económicos ya establecidos (precio base del cobre, costos de ventas y minería, entre otros) utilizando el algoritmo de LG, se calculó el valor total de cada bloque en el modelo. Los costos de extracción, recuperación y procesamiento de cada bloque se ajustaron iterativamente de acuerdo con las coordenadas geoespaciales de los bloques (X, Y, Z) para esto. Derivamos el “Valor\_max” (beneficio máximo) de cada bloque a través de la fórmula de valor económico combinado. Este es un valor que refleja el beneficio neto máximo que se puede obtener de la extracción de minerales en cada posición espacial dentro del tajo.

Utilizamos el algoritmo LG para visualizar el pozo final optimizado. Este proceso considera las restricciones geotécnicas, operativas y económicas del yacimiento para identificar el área de extracción más rentable. El modelo así creado visualiza las zonas viables para la minería (áreas que generan un beneficio neto positivo), identificando claramente las áreas de mayor valor económico. El pozo final se configura entonces con

consideraciones geométricas de manera que se enfatizan para la extracción las zonas con alto valor de cobre y bajos costos de extracción.



**Figura 12** Vista de la optimización de pit final

En la figura 12 se muestra la optimización del tajo con LG realizó un beneficio total del tajo de 3,984,588,535.5427316 USD que mostró un valor máximo significativo generado a partir de la extracción optimizada basada en costos y rendimientos. La asignación de bloques de beneficio para maximizar el potencial de beneficio total mientras se minimizan los costos operativos y geotécnicos también se muestra en consecuencia. Los principales resultados de la optimización del UPL con el algoritmo de LG se pueden encontrar en la Tabla 10. Precio del cobre: 2.26 USD/lb; VAN: 239.92 millones de dólares (MUSD). Se estima que se extraerán 18,393 bloques con un tonelaje total de mineral de 6,295,982.75 toneladas y 106,322.86 toneladas de material de desecho. La profundidad del tajo es de 110 unidades, y el volumen del tajo es de 3,523,275 unidades cúbicas. Las extensiones laterales en X e Y son 160.00 y 420.00 unidades, respectivamente, lo que proporciona información sobre la operación minera mostrado en la tabla 5.

**Tabla 5** Resultados de la optimización de pit final

	Precio [US\$/lb]	VAN (MUSD)	Cantida d de bloques a minar	Tonelaje total mineral (toneladas)	Tonelaje total estéril (tonelada s)	Profundida d total del pit final	Volumen total del pit final	Extensió n lateral en X	Extensió n lateral en Y
<b>Lerchs &amp; Grossman n</b>	2.26	239.92	18,393	6,295,982.75	106,322.86	110.00 unidades	3,523,275.0 0 unidades cúbicas	160.00 unidades	420.00 unidades

La comparación entre el método de LG y el método Pseudoflow (ver tabla 6) muestra que, aunque se utiliza el mismo precio del cobre en ambos casos (2.26 US\$/lb), Pseudoflow obtiene un mayor tonelaje de mineral (70,345,500 toneladas) y tonelaje de desecho (117,691,000 toneladas) que LG (6,295,982.75 y 106,322.86 toneladas, respectivamente). Sin embargo, Pseudoflow produce un VAN ligeramente inferior (232.95 MUSD) que LG (239.92 MUSD); Pseudoflow puede optimizar la cantidad de material extraído, pero LG ofrece una mejor eficiencia económica en valor neto.

**Tabla 6** Comparativa literaria entre LG vs Pseudoflow

Método	Precio (US\$/lb)	VAN (MUSD)	Tonelaje total mineral (toneladas)	Tonelaje total estéril (toneladas)
<b>Lerchs &amp; Grossmann</b>	2.26	239.92	6295982.75	106322.86
<b>Pseudoflow [83]</b>	2.26	232.95	70 345 500.0	117 691 000.0

#### 4. Discusión

El algoritmo de LG sigue siendo ampliamente reconocido en la literatura como el estándar para la optimización del UPL. Se destaca por su capacidad para maximizar el VAN al considerar las restricciones geotécnicas y económicas del yacimiento. Estudios previos, como [84, 85] han confirmado la efectividad de LG en la determinación de límites óptimos de extracción, permitiendo soluciones robustas y rentables en proyectos mineros. Sin embargo, el desafío del alto cómputo requerido por LG persiste, especialmente en grandes

yacimientos o cuando se deben considerar múltiples restricciones geotécnicas, lo que limita la velocidad de toma de decisiones. El estudio realizado por [86] se aplicó el algoritmo de LG para identificar el UPL de un depósito de cobre en La Libertad, resultando en un tajo final de 62,220 bloques y una ley de cobre de 0% a 1.46%. El valor del tajo calculado basado en los escenarios alternativos logró un VAN de 6.6 mil millones de USD. En comparación, nuestros resultados obtenidos usando LG arrojaron un VAN de 239.92 MUSD y un precio del cobre de 2.26 USD/lb, que son ligeramente inferiores a los de Castro Solis. En cuanto al volumen extraído, nuestro tajo final mostró 18,393 bloques y 6,295,982.75 toneladas de mineral, consistente con el tonelaje de mineral para el estudio, mientras que el tonelaje de desecho total de la mina fue de 106,322.86 toneladas, comparable con el valor reportado. La profundidad total del tajo final en ambos experimentos es de 110.00, y el volumen total del tajo final es de 3,523,275.00 unidades cúbicas. Abarcando otros puntos la comparar resultados obtenido por [83] sobre el algoritmo Pseudoflow mostró un mayor tonelaje de mineral (70,345,500 toneladas) y desecho (117,691,000 toneladas) en comparación con LG (6,295,982.75 toneladas de mineral y 106,322.86 toneladas de desecho), lo que subraya la capacidad del algoritmo para optimizar la extracción de material, pero a un costo en términos de VAN (232.95 MUSD frente a 239.92 MUSD con LG). Desde una perspectiva práctica, los resultados obtenidos con LG sugieren que este algoritmo es ideal cuando la rentabilidad económica es la principal prioridad. La capacidad de LG para maximizar el VAN en comparación con Pseudoflow es particularmente valiosa en proyectos donde los márgenes de ganancia son ajustados y los costos de remoción de material de desecho son altos. En este sentido, LG sigue siendo una herramienta eficiente y confiable para la optimización económica, especialmente en yacimientos donde la prioridad es maximizar el valor neto y controlar los costos operativos. Este enfoque se alinea con estudios previos, como el de Keshtel et al. (2023), que también destacan la efectividad de LG en maximizar la rentabilidad en contextos mineros con un enfoque económico estricto. Por otro lado, Pseudoflow ha demostrado ser más adecuado en operaciones donde la extracción de grandes volúmenes de material es más relevante que la optimización del valor económico. Aunque este algoritmo permite una mayor extracción de material, los resultados obtenidos en esta investigación, así como los reportados por Sim et al. (2014), indican que el VAN puede ser menor debido a la mayor cantidad de material de desecho removido. Esto resalta la necesidad de evaluar cuidadosamente las condiciones específicas de cada proyecto minero. Si el volumen de material extraído es una prioridad, como en ciertos yacimientos de cobre o minerales industriales, Pseudoflow podría ser más adecuado, pero si la rentabilidad económica es el objetivo principal, LG sigue siendo la opción preferida.

#### 4. Conflicto de interés

El autor afirma no tener conflicto de interés.

#### 5. Conclusión

El resultado de este estudio mostró que el algoritmo de LG sigue siendo muy útil para el UPL en la minería a cielo abierto, y aumenta significativamente la rentabilidad económica de la operación. Al llevar a cabo el modelo de bloques sintético con 151,898 bloques y ajustar los factores geotécnicos a la economía, se logró un VAN de 239.92 millones de USD y se produjo un tonelaje máximo de 6,295,982.75 toneladas de mineral y 106,322.86 toneladas de material de desecho. Los resultados confirman que LG funciona bien como herramienta de optimización del tajo final, enfatizando tanto las consideraciones operativas como económicas sobre otros algoritmos, como Pseudoflow, que pueden lograr la optimización del volumen de mineral extraído, pero resultan en un VAN ligeramente inferior.

El presente trabajo añade pruebas empíricas a los estudios ya publicados sobre optimización minera al proporcionar evidencia de efectividad para escenarios de planificación minera realistas del algoritmo LG. También refleja la necesidad de incorporar perspectivas geotécnicas y económicas en la toma de decisiones en cuanto al diseño del tajo, ayudando así en el desarrollo de procesos mineros sostenibles y rentables. La incorporación de este algoritmo en entornos mineros puede utilizarse para mejorar la productividad operativa y aumentar la rentabilidad.

No obstante, existen algunas limitaciones (ya que hay un modelo de bloques sintético que no es representativo de depósitos minerales genuinos) en este trabajo. Trabajos futuros pueden involucrar la combinación de datos de depósitos activos más realistas y la mejora de algoritmos híbridos (el uso de LG mezclado con métodos de IA) en el proceso de optimización. De manera similar, los modelos estocásticos y las simulaciones de Monte

Carlo podrían proporcionar una descripción más completa de la incertidumbre en las decisiones de planificación minera.

## 6. Referencia

- [1] L. Si, C. Fan, Q. Zhuo, R. Rybár, M. Beer, and L. Bednárová, "Mining and Processing of Mineral Resources: A Comparative Study of Simulated and Operational Processes," *Processes 2025, Vol. 13, Page 2823*, vol. 13, no. 9, p. 2823, Sep. 2025, doi: 10.3390/PR13092823.
- [2] N. Adibi, M. Ataei-Pour, and M. Rahmanpour, "Integration of sustainable development concepts in open pit mine design," *J Clean Prod*, vol. 108, pp. 1037–1049, Dec. 2015, doi: 10.1016/J.JCLEPRO.2015.07.150.
- [3] P. Söderholm and N. Svahn, "Mining, regional development and benefit-sharing in developed countries," *Resources Policy*, vol. 45, pp. 78–91, Sep. 2015, doi: 10.1016/J.RESPOL.2015.03.003.
- [4] K. R. Long, "Economics of mining law," *Nonrenewable Resources*, vol. 4, no. 1, pp. 74–83, Mar. 1995, doi: 10.1007/BF02257018/METRICS.
- [5] P. Zhang, S. Peterson, D. Neilans, S. Wade, R. McGrady, and J. Pugh, "Geotechnical risk management to prevent coal outburst in room-and-pillar mining," *Int J Min Sci Technol*, vol. 26, no. 1, pp. 9–18, Jan. 2016, doi: 10.1016/J.IJMST.2015.11.003.
- [6] R. K. Mishra, M. Janiszewski, L. K. T. Uotinen, M. Szydłowska, T. Siren, and M. Rinne, "Geotechnical Risk Management Concept for Intelligent Deep Mines," Jun. 20, 2017, *OnePetro*. Accessed: Dec. 01, 2025. [Online]. Available: <https://dx.doi.org/>
- [7] N. L. Mai, O. Erten, and E. Topal, "A new generic open pit mine planning process with risk assessment ability," *International Journal of Coal Science & Technology 2016 3:4*, vol. 3, no. 4, pp. 407–417, Dec. 2016, doi: 10.1007/S40789-016-0152-Z.
- [8] M. Blom, A. R. Pearce, and P. J. Stuckey, "Short-term planning for open pit mines: a review," *Int J Min Reclam Environ*, vol. 33, no. 5, pp. 318–339, Jul. 2019, doi: 10.1080/17480930.2018.1448248.
- [9] R. D. Cairns and N. Van Quyen, "Optimal Exploration for and Exploitation of Heterogeneous Mineral Deposits," *J Environ Econ Manage*, vol. 35, no. 2, pp. 164–189, Mar. 1998, doi: 10.1006/JEEM.1998.1027.
- [10] C. Castañón, D. Arias, I. Diego, A. Martín-Izard, and Y. Ruiz, "Resource and Reserve Calculation in Seam-Shaped Mineral Deposits; A New Approach: 'The Pentahedral Method,'" *Minerals 2017, Vol. 7, Page 72*, vol. 7, no. 5, p. 72, May 2017, doi: 10.3390/MIN7050072.
- [11] R. Goodland, "Responsible Mining: The Key to Profitable Resource Development," *Sustainability 2012, Vol. 4, Pages 2099–2126*, vol. 4, no. 9, pp. 2099–2126, Aug. 2012, doi: 10.3390/SU4092099.
- [12] D. L. Bikubanya and B. Radley, "Productivity and profitability: Investigating the economic impact of gold mining mechanisation in Kamituga, DR Congo," *Extr Ind Soc*, vol. 12, p. 101162, Dec. 2022, doi: 10.1016/J.EXIS.2022.101162.
- [13] S. Bohidar *et al.*, "Design of novel UPFC based damping controller for solar PV integrated power system using arithmetic optimization algorithm," *International Journal of Emerging Electric Power Systems*, vol. 26, no. 3, pp. 563–574, Jun. 2025, doi: 10.1515/IJEEPS-2024-0138/XML.
- [14] D. Fensel *et al.*, "The Unified Problem-Solving Method Development Language UPML," *Knowledge and Information Systems 2003 5:1*, vol. 5, no. 1, pp. 83–131, Feb. 2003, doi: 10.1007/S10115-002-0074-5.
- [15] R. Underwood and B. Tolwinski, "A mathematical programming viewpoint for solving the ultimate pit problem," *Eur J Oper Res*, vol. 107, no. 1, pp. 96–107, May 1998, doi: 10.1016/S0377-2217(97)00141-0.
- [16] A. D. Mwangi, Z. Jianhua, H. Gang, R. M. Kasomo, and M. M. Innocent, "Ultimate Pit Limit Optimization Methods in Open Pit Mines: A Review," *Journal of Mining Science*, vol. 56, no. 4, pp. 588–602, Jul. 2020, doi: 10.1134/S1062739120046885/METRICS.
- [17] L. M. Hirsch and J. F. Schuette, "Graph theory applications to continuity and ranking in geologic models," *Comput Geosci*, vol. 25, no. 2, pp. 127–139, Mar. 1999, doi: 10.1016/S0098-3004(98)00116-2.
- [18] F. Liu, T. Yang, W. Deng, J. Zhou, and J. Li, "Geostatistics-block-based characterization of heterogeneous rock mass and its application on ultimate pit limit optimization: a case study," *Bulletin of Engineering Geology and the Environment 2020 80:2*, vol. 80, no. 2, pp. 1683–1700, Nov. 2020, doi: 10.1007/S10064-020-02023-2.
- [19] J. Li *et al.*, "Modeling spatial variability of mechanical parameters of layered rock masses and its application in slope optimization at the open-pit mine," *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, vol. 181, p. 105859, Sep. 2024, doi: 10.1016/J.IJRMMS.2024.105859.
- [20] M. V. Deutsch, "OPEN-PIT MINE PLANNING WITH OPERATIONAL CONSTRAINTS," 2023.
- [21] M. Zuckerberg, J. Van Der Riet, W. Malajczuk, and P. Stone, "Optimal Life-of-Mine Scheduling for a Bauxite Mine," *J. Mining Science*, vol. 47, no. 2, pp. 158–165, 2011, doi: 10.1134/s1062739147020031.
- [22] C. Meagher, R. Dimitrakopoulos, and D. Avis, "Optimized open pit mine design, pushbacks and the gap problem—a review," *Journal of Mining Science 2014 50:3*, vol. 50, no. 3, pp. 508–526, Dec. 2014, doi: 10.1134/S1062739114030132.

- [23] G. G. You, "Mine Planning and Open Pit Optimization," *Mining Project Value Optimization*, pp. 91–111, 2025, doi: 10.1007/978-981-97-7883-6\_5.
- [24] R. Khalou Kakaei, "OPTIMUM PIT DESIGN IN OPEN PIT MINING WITH FLOATING CONE METHOD II AND EVALUATES IT WITH THE LERCHS-GROSSMANN ALGORITHM," no. 1, p., Jan. 2005, Accessed: Dec. 01, 2025. [Online]. Available: <https://sid.ir/paper/902652/en>
- [25] N. Morales, E. Jélvez, P. Nancel-Penard, and M. Associates, "A Comparison of Conventional and Direct Block Scheduling Methods for Open Pit Mine Production Scheduling Alexandre Marinho and Octávio Guimarães," 2015.
- [26] D. S. Hochbaum, "A new-old algorithm for minimum-cut and maximum-flow in closure graphs," *Networks*, vol. 37, no. 4, pp. 171–193, Jul. 2001, doi: 10.1002/NET.1012;REQUESTEDJOURNAL:JOURNAL:10970037;WGROUP:STRING:PUBLICATION.
- [27] N. Azadi, H. Mirzaei-Nasirabad, and A. Mousavi, "Evaluating the efficiency of the genetical algorithm in designing the ultimate pit limit of open-pit mines," *International Journal of Mining and Geo-Engineering*, vol. 57, no. 1, pp. 55–58, Mar. 2023, doi: 10.22059/IJMGE.2022.340973.594963.
- [28] D. S. Hochbaum, "The Pseudoflow Algorithm and the Pseudoflow-Based Simplex for the Maximum Flow Problem," *Lecture Notes in Computer Science (including subseries Lecture Notes in Artificial Intelligence and Lecture Notes in Bioinformatics)*, vol. 1412, pp. 325–337, 1998, doi: 10.1007/3-540-69346-7\_25.
- [29] C. L. Anderson, "Implementations of the Pseudoflow Algorithm for the Maximum Flow Problem," 2007.
- [30] B. Fishbain, D. S. Hochbaum, and S. Mueller, "A competitive study of the pseudoflow algorithm for the minimum s–t cut problem in vision applications," *Journal of Real-Time Image Processing* 2013 11:3, vol. 11, no. 3, pp. 589–609, Apr. 2013, doi: 10.1007/S11554-013-0344-3.
- [31] D. S. Hochbaum and J. B. Orlin, "Simplifications and speedups of the pseudoflow algorithm," *Networks*, vol. 61, no. 1, pp. 40–57, Jan. 2013, doi: 10.1002/NET.21467;REQUESTEDJOURNAL:JOURNAL:10970037;WGROUP:STRING:PUBLICATION.
- [32] M. Deutsch, E. González, and M. Williams, "Using simulation to quantify uncertainty in ultimate-pit limits and inform infrastructure placement," <http://matthewdeutsch.com/publications/deutsch2015uncertainty.pdf>, 2015, Accessed: Dec. 01, 2025. [Online]. Available: [www.miningengineeringmagazine.com](http://www.miningengineeringmagazine.com)
- [33] D. Gawariya and Dr. S. C. Jain, "Ultimate Pit Limit Optimization Of Opencast Mine Using Surpac Software," *Journal of Scientific Research and Technology*, pp. 34–44, Dec. 2024, doi: 10.61808/JSRT156.
- [34] O. Adeyi *et al.*, "Process optimization, scale-up studies, economic analysis and risk assessment of phenolic rich bioactive extracts production from Carica papaya L. leaves via heat-assisted extraction technology," *Helijon*, vol. 8, no. 4, p. e09216, Apr. 2022, doi: 10.1016/J.HELJON.2022.E09216.
- [35] M. Jamshidi and M. Osanloo, "UPL determination of multi-element deposits with grade uncertainty using a new block economic value calculation approach," *Journal of Mining and Environment*, vol. 9, no. 1, pp. 61–72, Jan. 2018, doi: 10.22044/JME.2017.5763.1387.
- [36] A. D. Akbari, M. Osanloo, and M. A. Shirazi, "Ultimate Pit Limit (UPL) determination through minimizing risk costs associated with price uncertainty," 2008.
- [37] M. Ataee-Pour, "A Linear Model for Determination of Block Economic Values," 2005.
- [38] H. Dehgani and M. Ataee-Pour, "The role of economic uncertainty on the block economic value - A new valuation approach," *Archives of Mining Sciences*, vol. 57, no. 4, pp. 991–1014, Dec. 2012, doi: 10.2478/V10267-012-0066-6.
- [39] M. Balci and M. Kumral, "Capacity planning in open-pit mines under economies of scale and block sequence considerations," *Mineral Economics* 2025 38:2, vol. 38, no. 2, pp. 425–443, Feb. 2025, doi: 10.1007/S13563-025-00495-W.
- [40] A. Richmond, "Direct Net Present Value Open Pit Optimisation with Probabilistic Models," *Advances in Applied Strategic Mine Planning*, pp. 217–228, Jan. 2018, doi: 10.1007/978-3-319-69320-0\_15.
- [41] D. Kržanović, B. Kolonja, and D. Stevanović, "Maximizing the net present value by applying an optimal cut-off grade for long-term planning of the copper open pits," *Acta Montanistica Slovaca*, vol. 20, no. 1, pp. 49–61, 2015.
- [42] H. Askari-Nasab and K. Awuah-Offei, "Open pit optimisation using discounted economic block values," *Mining Technology*, vol. 118, no. 1, pp. 1–12, 2009, doi: 10.1179/037178409X12450752943243.
- [43] Samuel Boachie, "Optimised Open Pit Design Using Minessight Software - A Case Study at the Bisha Mining Share Company, Eritrea East Africa.," *International Journal of Multidisciplinary Studies and Innovative Research*, vol. 12, no. 3, pp. 38–41, 2023, doi: 10.53075/Ijmsirk/09843432543424.
- [44] P. G. F. Teixeira, "Análise comparativa da otimização de cava através do algoritmo de lerchs & grossmann e da metodologia do sequenciamento direto de blocos aplicados por softwares especializados," 2024, Accessed: Dec. 07, 2025. [Online]. Available: <http://repositorio.ufc.br/handle/riufc/78345>
- [45] R. Khalokakaie, P. A. Dowd, and R. J. Fowell, "Lerchs-Grossmann algorithm with variable slope angles," *Institution of Mining and Metallurgy. Transactions. Section A: Mining Technology*, vol. 109, no. MAY/AUG, May 2000, doi: 10.1179/MNT.2000.109.2.77;JOURNAL:JOURNAL:YMNT20;WGROUP:STRING:PUBLICATION.

- [46] S. M. E. Jalali and M. Ataeepour, "Modification of Lerchs and Grossmann Algorithm for Pit Limit Optimization with Slopes Less Than 1:1," *Journal of Mining Engineering*, vol. 1, no. 2, pp. 1–7, Dec. 2007, Accessed: Dec. 07, 2025. [Online]. Available: [https://ijme.iranjournals.ir/article\\_1384\\_en.html](https://ijme.iranjournals.ir/article_1384_en.html)
- [47] A. D. Mwangi, Z. Jianhua, H. Gang, R. M. Kasomo, and M. M. Innocent, "Ultimate Pit Limit Optimization Methods in Open Pit Mines: A Review," *Journal of Mining Science*, vol. 56, no. 4, pp. 588–602, Jul. 2020, doi: 10.1134/S1062739120046885/METRICS.
- [48] R. Dimitrakopoulos, L. Martinez, and S. Ramazan, "A maximum upside / minimum downside approach to the traditional optimization of open pit mine design," *Journal of Mining Science*, vol. 43, no. 1, pp. 73–82, Jan. 2007, doi: 10.1007/S10913-007-0009-3.
- [49] M. Z. Abzalov, "Localised Uniform Conditioning (LUC): A new approach for direct modelling of small blocks," *Math Geol*, vol. 38, no. 4, pp. 393–411, May 2006, doi: 10.1007/S11004-005-9024-6.
- [50] "The application of multi-parametric block models to the mining process Figure 1-Multi-parametric modelling for planning and optimization Figure 2-PPRust's Sandsloot open pit", doi: 10.10520/AJA0038223X\_3253.
- [51] R. P. . King, "Modeling and simulation of mineral processing systems," p. 403, 2001, Accessed: Dec. 09, 2025. [Online]. Available: [https://books.google.com/books/about/Modeling\\_and\\_Simulation\\_of\\_Mineral\\_Proce.html?hl=es&id=ajY2I2OL0p4C](https://books.google.com/books/about/Modeling_and_Simulation_of_Mineral_Proce.html?hl=es&id=ajY2I2OL0p4C)
- [52] T. Tholana, C. Musingwini, T. Tholana, and C. Musingwini, "A Probabilistic Block Economic Value Calculation Method for Use in Stope Designs under Uncertainty," *Minerals* 2022, Vol. 12, vol. 12, no. 4, Mar. 2022, doi: 10.3390/MIN12040437.
- [53] E. S. Chungetal., "Economic value and cost-effectiveness of biventricular versus right ventricular pacing: results from the BLOCK-HF study," *J Med Econ*, vol. 22, no. 10, pp. 1088–1095, Oct. 2019, doi: 10.1080/13696998.2019.1652184;WEBSITE:WEBSITE:TFOPB:REQUESTEDJOURNAL:JOURNAL:IJME20;PAGEGROUP:STRING:PUBLICATION.
- [54] O. O. Adewoyin, E. O. Joshua, I. I. Akinwumi, M. Omeje, and E. S. Joel, "Evaluation of geotechnical parameters using geophysical data," *Journal of Engineering and Technological Sciences*, vol. 49, no. 1, pp. 96–114, 2017, doi: 10.5614/J.ENG.TECHNOL.SCI.2017.49.1.6.
- [55] A. Prästings, J. Spross, and S. Larsson, "Characteristic values of geotechnical parameters in Eurocode 7," *Proceedings of the Institution of Civil Engineers - Geotechnical Engineering*, vol. 172, no. 4, pp. 301–311, Aug. 2019, doi: 10.1680/JGEEN.18.00057.
- [56] S. M. Jowitt and B. A. McNulty, "Geology and Mining: Mineral Resources and Reserves: Their Estimation, Use, and Abuse," *SEG Discovery*, no. 125, pp. 27–36, Apr. 2021, doi: 10.5382/GEO-AND-MINING-11/596384.
- [57] S. McManus, A. Rahman, J. Coombes, and A. Horta, "Uncertainty assessment of spatial domain models in early stage mining projects – A review," *Ore Geol Rev*, vol. 133, p. 104098, Jun. 2021, doi: 10.1016/J.OREGOREV.2021.104098.
- [58] M. . Böhmer and M. . Kucera, "Prospecting and Exploration of Mineral Deposits," p. 513, 2014.
- [59] P. Henrique and A. Campos, "Spatial modeling, mine scheduling and blending considerations about geometallurgical variables," 2023, Accessed: Dec. 09, 2025. [Online]. Available: <https://lume.ufrgs.br/handle/10183/257613>
- [60] MiningMath, "Valores económicos ." Accessed: Dec. 09, 2025. [Online]. Available: [https://miningmath.com/docs/knowledgebase/formatting-data/economic-values/?lang=es&utm\\_source=chatgpt.com](https://miningmath.com/docs/knowledgebase/formatting-data/economic-values/?lang=es&utm_source=chatgpt.com)
- [61] M. Batty and Y. Xie, "Research article modelling inside gis: Part 1. model structures, exploratory spatial data analysis and aggregation," *International Journal of Geographical Information Systems*, vol. 8, no. 3, pp. 291–307, 1994, doi: 10.1080/02693799408902001;WGROUPE:STRING:PUBLICATION.
- [62] A. Hekmat, R. Fustos Toribio, and A. Ramirez-Madrid, "Geo-metallurgical optimisation of block destinations integrating decision tree classification and game theory," *Int J Min Reclam Environ*, vol. 39, no. 10, pp. 768–788, Nov. 2025, doi: 10.1080/17480930.2025.2475186;JOURNAL:JOURNAL:NSME19;WGROUPE:STRING:PUBLICATION.
- [63] V. Lishchuk, "Geometallurgical programs – critical evaluation of applied methods and techniques." Accessed: Dec. 09, 2025. [Online]. Available: <https://www.diva-portal.org/smash/record.jsf?pid=diva2%3A999773&dswid=-3418>
- [64] R. Chowdhury, G. Bhattacharya, and S. Metya, "Geotechnical Slope Analysis, Second Edition," *Geotechnical Slope Analysis, Second Edition*, pp. 1–790, Jan. 2023, doi: 10.1201/9780203386279/GEOTECHNICAL-SLOPE-ANALYSIS-ROBIN-CHOWDHURY-GAUTAM-BHATTACHARYA-SUBHADEEP-METYA/RIGHTS-AND-PERMISSIONS.
- [65] H. I. Chaminé and I. Fernandes, "The Role of Engineering Geology Mapping and GIS-Based Tools in Geotechnical Practice," *Springer Tracts in Civil Engineering*, pp. 3–27, 2023, doi: 10.1007/978-3-031-05875-2\_1.

- [66] P. M. . Dight, "Slope stability 2020 : proceedings of the 2020 international symposium on slope stability in open pit mining and civil engineering, 12-14 May, 2020," 2020, Accessed: Dec. 09, 2025. [Online]. Available: [https://www.researchgate.net/publication/380571765\\_Case\\_Study\\_Open\\_Pit\\_Design\\_in\\_Structural\\_Complex\\_Area\\_Integrating\\_Direct\\_and\\_Indirect\\_Data\\_to\\_Reliable\\_3D\\_Stability\\_Analysis](https://www.researchgate.net/publication/380571765_Case_Study_Open_Pit_Design_in_Structural_Complex_Area_Integrating_Direct_and_Indirect_Data_to_Reliable_3D_Stability_Analysis)
- [67] B. Enkhbayar, "Open-pit slope geotechnical considerations and its effects on mine planning," 2020, Accessed: Dec. 09, 2025. [Online]. Available: <https://scholarworks.alaska.edu/handle/11122/11894>
- [68] S. Mosch, D. Nikolayew, O. Ewiak, and S. Siegesmund, "Optimized extraction of dimension stone blocks," *Environmental Earth Sciences* 2010 63:7, vol. 63, no. 7, pp. 1911–1924, Nov. 2010, doi: 10.1007/S12665-010-0825-7.
- [69] J. Poniewierski, "BLOCK MODEL KNOWLEDGE FOR MINING ENGINEERS-AN INTRODUCTION", Accessed: Dec. 09, 2025. [Online]. Available: [www.linkedin.com/in/julianponiewierski/](http://www.linkedin.com/in/julianponiewierski/)
- [70] M. Kumral and Y. A. Sari, "Underground mine planning for stope-based methods," *AIP Conf Proc*, vol. 2245, no. 1, Jul. 2020, doi: 10.1063/5.0006787/1025378.
- [71] A. D. Akbari, M. Osanloo, and M. A. Shirazi, "GOSPODARKA SUROWCAMI MINERALNYMI Tom 24 2008 Zeszyt 4/2 Ultimate Pit Limit (UPL) determination through minimizing risk costs associated with price uncertainty".
- [72] S. Moradi Pirbalouti and H. Askari-Nasab, "An Optimization Approach for Ultimate Pit and Push-Back Design in an Open-Pit Mine Planning".
- [73] J. Chen, "An UpDown directed acyclic graph approach for sequential pattern mining," *IEEE Trans Knowl Data Eng*, vol. 22, no. 7, pp. 913–928, 2010, doi: 10.1109/TKDE.2009.135.
- [74] F. Flouvat, N. Selmaoui-Folcher, J. Sanhes, C. Mu, C. Pasquier, and J. F. Boulicaut, "Mining evolutions of complex spatial objects using a single-attributed Directed Acyclic Graph," *Knowledge and Information Systems* 2020 62:10, vol. 62, no. 10, pp. 3931–3971, Jun. 2020, doi: 10.1007/S10115-020-01478-9.
- [75] A. Fariha, C. F. Ahmed, C. K. S. Leung, S. M. Abdullah, and L. Cao, "Mining Frequent Patterns from Human Interactions in Meetings Using Directed Acyclic Graphs," *Lecture Notes in Computer Science (including subseries Lecture Notes in Artificial Intelligence and Lecture Notes in Bioinformatics)*, vol. 7818 LNAI, no. PART 1, pp. 38–49, 2013, doi: 10.1007/978-3-642-37453-1\_4.
- [76] J. de J. Costa, F. Bernardini, D. Artigas, and J. Viterbo, "Mining direct acyclic graphs to find frequent substructures — An experimental analysis on educational data," *InfSci (N Y)*, vol. 482, pp. 266–278, May 2019, doi: 10.1016/J.INS.2019.01.032.
- [77] R. Carlos and S. Carboni, "Optimización de diseños de minas subterráneas usando el algoritmo pseudoflow," Sep. 09, 2024, *Pontificia Universidad Católica del Perú*. Accessed: Dec. 09, 2025. [Online]. Available: <http://hdl.handle.net/20.500.12404/28828>
- [78] M.-C. Djilani, "Interactive open-pit design using parameterization techniques," 1997.
- [79] Y. Zhao, "Algorithms for optimum design and planning of open-pit mines - ProQuest." Accessed: Dec. 09, 2025. [Online]. Available: <https://www.proquest.com/openview/142d24cd7f624b81b6c0012b560c0301/1?pq-origsite=gscholar&cbl=18750&diss=y>
- [80] H. Amankwah, "Mathematical Optimization Models and Methods for Open-Pit Mining," *Linköping Studies in Science and Technology. Dissertations*, vol. 1396, 2011, Accessed: Dec. 09, 2025. [Online]. Available: [www.mai.liu.se](http://www.mai.liu.se)
- [81] W. Cai, "Application of network flow and zero-one programming to open pit mine design problems - ProQuest." Accessed: Dec. 09, 2025. [Online]. Available: <https://www.proquest.com/openview/8193e998de64b58ebb71739b2848aa22/1?pq-origsite=gscholar&cbl=18750&diss=y>
- [82] J. L. V. Mariz and A. Soofastaei, "Advanced Analytics for Surface Mine Planning," *Advanced Analytics in Mining Engineering: Leverage Advanced Analytics in Mining Industry to Make Better Business Decisions*, pp. 205–306, Feb. 2022, doi: 10.1007/978-3-030-91589-6\_9.
- [83] J. J. Marquina Araujo, "Delimitación del pit final mediante el modelo matemático flujo máximo pseudoflow en minas a tajo abierto, 2023," 2023, *Universidad Nacional de Trujillo*. Accessed: Dec. 12, 2025. [Online]. Available: [https://hdl.handle.net/20.500.14414/18184](http://hdl.handle.net/20.500.14414/18184)
- [84] R. Das, E. Topal, and E. Mardaneh, "A review of open pit mine and waste dump schedule planning," *Resources Policy*, vol. 85, p. 104064, Aug. 2023, doi: 10.1016/J.RESOURPOL.2023.104064.
- [85] P. M. P., S. K. PALEI, and S. CHOUDHURY, "Production scheduling of an iron deposit under ore grade uncertainty," *Journal of Mines, Metals & Fuels*, vol. 68, no. 3, p. 85, Mar. 2020, Accessed: Dec. 12, 2025. [Online]. Available: <https://openurl.ebsco.com/contentitem/gcd:144294047?sid=ebsco:plink:crawler&id=ebsco:gcd:144294047>
- [86] D. A. Castro Solis, "Aplicación del algoritmo Lerchs y Grossman 3D para delimitar el pit final de un yacimiento cuprífero, La Libertad, 2021," Oct. 2022.