



SELECCIONES MATEMÁTICAS

Universidad Nacional de Trujillo

ISSN: 2411-1783 (Online)

2025; Vol.12(1):218-242.



REVIEW

Applied mathematics, its importance in developing it in Peru

La matemática aplicada, su importancia en desarrollarla en el Perú

Alejandro Ortiz Fernández 

Received, Jan. 12, 2024;

Accepted, May. 20, 2025;

Published, Jul. 27, 2025



How to cite this article:

Ortiz F. *Applied mathematics, its importance in developing it in Peru..* Selecciones Matemáticas. 2025;12(1):218–242. <http://dx.doi.org/10.17268/sel.mat.2025.01.16>

Abstract

The objective of this article is to contribute with some ideas and proposals with the purpose of further developing the study and research in our country of this area of mathematics, given the historical background of how, thanks to it, many countries have achieved their technological development and in this way with the well-being of the respective society.

Keywords. Thales, Archimedes, Newton, Fourier, Gauss, von Neumann, Wiener, Turin.

Resumen

El objetivo de este artículo es contribuir con algunas ideas y propuestas con el propósito de desarrollar aún más el estudio e investigación en nuestro país de esta área de la matemática, dados los antecedentes históricos de cómo gracias a ella muchos países han logrado su desarrollo tecnológico y de esta manera con el bienestar de la sociedad respectiva.

Palabras clave. Tales, Arquímedes, Newton, Fourier, Gauss, von Neumann, Wiener, Turin.

1. Introducción. Vivimos en el siglo XXI, una era en que la ciencia y la tecnología ha alcanzado niveles muy avanzados, novedosos y que está contribuyendo al bienestar de las sociedades pues muchas cosas hacen más atractiva la vida familiar y profesional, esto al margen del mal uso que se hacen de estos progresos y que están originando problemas en la actualidad. Todo este progreso es logrado por la contribución de diversas áreas del conocimiento, de un trabajo interdisciplinario entre especialidades diversas que aportan cada una de ellas con su conocimiento para lograr un objetivo común. En este escenario es reconocido el aporte básico de la matemática, en particular de la matemática aplicada pues ella es lenguaje apropiado para describir al mundo físico y construir modelos que predicen la solución de algún problema en estudio. Vivimos en un mundo en donde la realidad es compleja, difícil de formular y de ahí el surgimiento de teorías que, relativamente, explican la realidad de generación en generación. El mundo no es lineal y por ello las ecuaciones diferenciales que las interpretan son difíciles de resolver: así, surge la teoría de la aproximación en donde se desea que el error sea el mínimo posible.

En la segunda mitad del siglo XIX se produjeron teorías extraordinarias que cambiaron la forma de pensar, aún a los propios matemáticos, se comenzó a pensar de un modo "libre" y así se lograron conquistas sorprendentes, que con el tiempo influyeron en el campo de las aplicaciones, como sucedió con la teoría de la relatividad. Estas "nuevas" matemáticas produjo a su vez una mayor variedad y potencia en las aplicaciones, sobre todo en el campo de la economía, de la industria y la sociedad comienza a disfrutar de los nuevos avances tecnológicos. La matemática se expande y las aplicaciones también; el lenguaje de las matemáticas es distinto, es un pensamiento más profundo. A

*Profesor Emérito Vitalicio de la Universidad Nacional de Trujillo. Exprofesor de la Pontificia Universidad Católica del Perú. (jortiz@pucp.edu.pe).

esta altura demos una idea de lo que es la matemática pura y la matemática aplicada; el matemático puro crea teorías, demuestra teoremas, . . . ; el matemático aplicado aplica tales conocimientos para resolver algún problema del mundo físico, . . . ; en realidad hemos llegado a una etapa en que estas fronteras son más didácticas que reales. Un matemático puro, muchas veces, formula aplicaciones de su investigación a problemas concretos; y recíprocamente, el aplicado de sus investigaciones formula un modelo que lo conduce a un teorema

El siglo pasado, el XX, fue escenario de una explosión de nuevas conquistas en el campo de las matemáticas, de la física y de la ciencia en general. Y ello gracias al surgimiento de nuevas teorías, que ampliaron a las clásicas, y que permitieron que poco a poco vayamos conociendo al mundo en que vivimos, y también al gran universo cósmico, en que estamos inmersos. La curiosidad del hombre primitivo, de entonces, alcanza niveles sorprendentes. La matemática es un “espejo” donde se ven dos rostros: la pura y la aplicada, y ellas formando un solo mundo y las sociedades marchan al ritmo de nuevas conquistas que la tecnología brinda cada vez más, teniendo a la matemática como sustento básico! Pero, . . . en el siglo XVII B. Pascal teniendo 19 años inventa una máquina de calcular, toda una proeza en aquellos tiempos y de esta forma Pascal es pionero de una relativa reciente era, la de las computadoras. Así mismo, en este siglo, G. Leibniz en 1666 escribe un ensayo en donde explica un método general en que todas las verdades de la razón se reducen un cálculo matemático y de esta manera Leibniz es considerado un precursor de la lógica simbólica, lógica que en el siglo XIX Boole ha de inventar; por otra parte se sabe de la íntima relación existente entre la lógica y las actuales computadoras. En 1671 Leibniz inventa una máquina calculadora concebida con fundamentos diferentes a la máquina de Pascal, pues la máquina de Leibniz podía efectuar de modo automático las cuatro operaciones aritméticas; para concebir su máquina Leibniz encontró una motivación en los engorrosos cálculos que los astrónomos de su época tenían que hacer en sus observaciones. Sigamos en esta dirección. Desde tiempos remotos el hombre siempre ha usado su inteligencia, en evolución, para contar los objetos que disponía, así como en sus actividades comerciales, y conforme estos cálculos se hacían cada vez más complicados el hombre aspiró con construir “algo” que le facilitara hacer sus cuentas. Este sueño se cumplió con los aportes de Pascal y Leibniz, cuyas máquinas aliviaron en algo la tan tediosa tarea de realizar cálculos. Luego, en el siglo XIX Charles Babbage propuso una máquina de calcular más ambiciosa. Charles en 1810 ingresa al Trinity College de Cambridge en donde demuestras condiciones para la matemática; tiene un carácter exigente y sensible a las imperfecciones del mundo que lo rodea. Con dos amigos de universidad firman un pacto para “hacer lo máximo posible a fin de dejar al mundo más sabio de lo que lo habían encontrado! Iniciativa que en los tiempos actuales es una emergencia.

Y cumplieron con el juramento pues el trío, en una primera acción, introdujeron en Inglaterra la notación matemática usada por Leibniz en vez de la de Newton. Cierta día un amigo de Charles le llevó una serie de cálculos para la Sociedad de Astronomía; en el transcurso de la fatigante revisión de los cálculos, y después de cometerse varios errores, Babbage exclamó amargado: “ojalá estos cálculos hubieran sido hechos por una máquina”. Su amigo le replicó: “ello es perfectamente posible; hazlo”. Así, la idea de construir una tal máquina se convierte en una obsesión de Babbage. Proyecta su máquina diferencial la que propone a la Sociedad Real, quien la financia. El proyecto demora tres años y Babbage tiene nuevas ideas para mejorar su proyecto y así surge la idea de la máquina analítica, la cual era de más fácil construcción, era más rápida y tenía mayor capacidad que su máquina diferencial.

El proyecto de la máquina analítica fue propuesta al gobierno inglés pero éste tardó ocho años para decir que no lo financiaba. Pero Babbage continuo con su nuevo proyecto usando sus propios recursos económicos; siempre tenía nuevas ideas y lamentablemente el proyecto fue abandonado y se dedicó a perfeccionar su primer proyecto, la máquina diferencial; volvió a buscar apoyo del gobierno lo que no consiguió. Sufrió la frustración de no ver ver realizadas sus revolucionarias ideas, y pensar que ahora . . . las grandes computadoras electrónicas tienen la estructura lógica de su máquina analítica!

Y llegamos al siglo XX, era de muchas conquistas científicas y la tecnología nos asombra con muchas novedades para bienestar de las sociedades de casi todo el mundo, pero también fue escenario de dos Guerras Mundiales que trajeron, sobre todo la segunda, muchas desgracias. Pero, también fue motivo de congregarse a una pléyade de científicos, del más alto nivel, con el objetivo de defender la agresión nazi. Bien o mal, se desarrolló un arma mortal y para ello fue necesario usar todas las tecnologías conocidas e inventar otras; fue algo inusual ver cómo en un lugar de los EEUU ingenieros, físicos, matemáticos y de otros campos discutían los problemas surgidos. Lo sucedido entonces es uno de los ejemplos más ilustrativos de lo que significa el trabajo interdisciplinario, tan usual en el siglo XX y en el presente. Al respecto, en los años 40's, N. Wiener fue un matemático que cultivó la matemática pura y la aplicada con la originalidad que lo caracterizó; también investigó en la física, la ingeniería y en la biología; trabajó en problemas relacionados con el análisis armónico, con la teoría de la predicción, con el movimiento browniano, con la teoría ergódica, . . . , fue un científico que encarnaba la ciencia pura y la ciencia del mundo físico y con esta motivación creó la “cibernética” vía un artículo de 1948 con el nombre de Cibernética, la cual incluye estudios interrelacionados de la lotería general de sistemas, la biónica (esto es, la ciencia interdisciplinaria que estudia los seres vivos para sí construir sistemas vía la tecnología; muy útil en la medicina para casos en que hay

que sustituir alguna parte de nuestro cuerpo con el adecuado sistema) . . . , se propone como tema de investigación a la inteligencia artificial, tan mentada en nuestros días, que lamentablemente se está usando con fines nada éticos. De esta manera Wiener es el científico que en una sola persona representa el trabajo de varios; sus colaboradores fueron también científicos de áreas como, por ejemplo, fisiólogos, antropólogos, neuropsiquiatras, neurofisiólogos, Es anecdótico su relación con Von Neumann, otro gigante que cultivó también las aplicaciones de la matemática, pues ambos tuvieron discusiones sobre sus proyectos; a ambos les interesaba las investigaciones científicas que estuvieran orientadas a resolver problemas matemáticos planteados por las aplicaciones y por ahí surgió la idea de construir máquinas que ayudaran a resolver tales problemas. Estamos a fines de los años 30's y comienzos de los 40's.

Alan Turing (1912-1954) fue otro genial matemático que cultivó las aplicaciones de la matemática y contribuyó al desarrollo de la era del hombre, la máquina y la matemática, un trío que parece estar orientando la vida de la humanidad, tal como lo estamos sintiendo actualmente; un mundo en crisis por el mal uso que se están dando a todo este progreso por algunas personas pero los beneficios son enormes y esto cuenta. Estamos viviendo los tiempos de los robots, de los autómatas, la cibernética estudia el control de los autómatas. Para un matemático un autómata es equivalente o reducible a otro autómatas ideal, llamado “la máquina de Turing” las que tienen una estructura sencilla pero que pueden hacer una enorme cantidad de cosas. Se camina hacia una máquina universal pues Turing demostró que con una sola máquina y una lista larga de instrucciones, se podía resolver resolver cualquier problema que fuera capaz resolver una máquina de Turing convencional. De esta manera existiría una máquina universal capaz de realizar todo lo que pudieran hacer las máquinas particulares! Pero, surgieron algunas críticas e inconvenientes con la propuesta de Turing. Y ha de aparecer otro gran matemático . . . J.Von Neumann, que veremos más adelante.

Conclusión: todos los personajes que contribuyeron con esta era digital tienen algo en común: fueron matemáticos! Esto nos ilustra que esta ciencia es hermosa como ciencia pura pero es tanto o más si ella sirve para crear bienestar a la sociedad del siglo XXI.

Nota. Para ampliar lo descrito en esta sección recomendamos las referencias [1], [2], [3], [4].

2. La Historia de la Matemática nos Enseña y Motiva.. En efecto, a través de la historia de la matemática sabemos de cómo nuestra ciencia ha evolucionado en el tiempo, desde las épocas más remotas, luego en la Antigüedad donde ya hubieron ciertas conquistas y lo importante es que tales acciones fueron hechas para resolver problemas, aún muy primitivas, relacionadas con las vivencias de aquellas culturas. Es decir, la matemática siempre estuvo al servicio de la humanidad, después surgió la abstracción. Una importante etapa en esta evolución es la ocurrida aproximadamente 400,000 años A.C. cuando surgió el Homo Erectus, o aún en el período 110 - 35 años A.C. cuando apareció el Homo Neanderthalensis, en Europa o Oriente Medio respectivamente, y se especula que en aquellos tiempos haya existido una primitiva concepción de la cantidad y de la forma pues ellos necesitaron saber la cantidad de animales y de objetos que poseían; así estos progresos se debieron a la estructura social y económica de la sociedad de aquellos tiempos.

Lo sucedido en el antiguo Egipto nos enseña cómo las ideas matemáticas surgieron por la necesidad de resolver dificultades que la naturaleza nos desafía. El historiador griego Herodoto proclamó que la geometría surgió en Egipto como consecuencia de los continuos desbordes del río Nilo; cuando el río crecía los terrenos quedaban inundados destruyendo las marcas que los propietarios hacían en sus terrenos y cuando las aguas bajaban había que hacer de nuevo mediciones, y esto se repetía periódicamente. Esta situación motivó el surgimiento de ciertos instrumentos de medición y de ciertas reglas prácticas para calcular el área de los terrenos. Así surgieron algunos sistemas de longitud y de áreas; por ello, los egipcios fueron los primeros en usar ciertas ideas matemáticas para aliviar un reto de la naturaleza. Capaz podría decirse que en Egipto **nació la matemática aplicada!**

Llegamos a la gran cultura griega en donde se cultivó con gran esplendor la ciencia - lo artístico y lo filosófico; una etapa donde se tuvo un alto y profundo pensamiento científico, pero también se interesaron en las aplicaciones, como veremos luego. Esta cultura tuvo tres períodos en su evolución:

- (i) P. Helénico. Albores del conocimiento griego hasta muerte de Alejandro el Grande y de Aristóteles; su representante es Tales de Mileto, posiblemente el primer matemático que demostraba verdades matemáticas; por ejemplo, todo ángulo inscrito en una semi - circunferencia, es recto. Predijo un eclipse y otras aplicaciones de la matemática.
- (ii) P. Helenístico. Etapa cumbre del conocimiento matemático y filosófico. El puerto de Alejandría se convierte en el centro del conocimiento. Pertenecen a este período Euclides, Arquímedes, Apolonio y muchos otros notables pensadores. Termina a inicios de la era cristiana.
- (iii) P. Greco-Romano. Etapa de la decadencia, no existe un gran matemático; se vive de los recuerdos pasados. La cultura griega llega a su fin. Los acontecimientos sociales y políticos condujeron a los romanos conquistar Grecia y la ciencia en general casi desapareció; la matemática ya no es un conocimiento “útil”. Tuvieron que pasar quince siglos para que la humanidad despertara de esta pesadilla y se vislumbrara nuevas conquistas donde la matemática jugaría un rol esencial.

A manera de ilustración y de recibir mensajes del pensamiento antiguo veamos algunos ejemplos dados por esta gran civilización.

Ejemplo 1.2. Tales mide la altura de la Pirámide Real.

Problema: “medir la altura de la Pirámide sin subirse al monumento”.

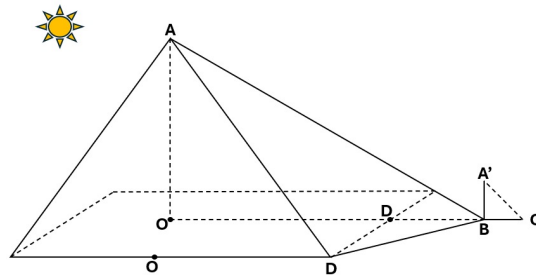


Figura 2.1: Tales mide la altura de la pirámide.

Solución. Un día con Sol radiante y mucho calor, Tales se dirige al vértice de la sombra de la pirámide en donde clavó un palo cuya longitud conocía. Esperó el momento en que la sombra del palo $\overline{A'B}$ fuera igual a la longitud del mismo; en este instante la longitud de la sombra $\overline{OB}$ de la pirámide debe ser igual a la altura $\overline{AO}$ de la misma.

Observemos que Tales podía medir la longitud de la sombra $\overline{OB}$ de la pirámide; así, la parte $\overline{OD}$ la midió externamente y $\overline{DB}$ la midió directamente. Así Tales resolvió el problema.

Nota. Tales usó su teorema; el “teorema de Tales”: $\frac{AO}{BO} = \frac{A'B}{BC}$.

Ejemplo 2.2. Eratóstenes mide el radio de la Tierra (+ – 250 A.C.). Problema: “hallar la longitud del radio de la Tierra”.

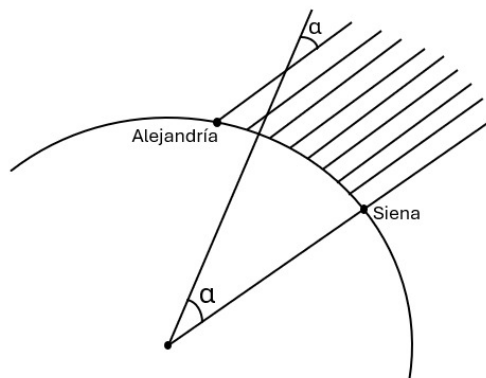


Figura 2.2: Medida del radio de la Tierra.

Solución. Eratóstenes usó un ingenioso argumento geométrico para resolver el problema considerando dos ciudades, Alejandría y Siena, cuya distancia es 926 kilómetros. Al medio día el Sol caía verticalmente y en el mismo día y hora los rayos del Sol formaban un ángulo α que valía $\frac{1}{50}$ de circunferencia con un rayo vertical (ver figura). Entonces se tiene

$$\frac{\text{distancia de Siena a Alejandría}}{\alpha} = \frac{\text{longitud de la circunferencia de la tierra}}{360}.$$

Es decir se tiene

$$r = \frac{926}{\alpha} \cdot \frac{360}{6,28} = \frac{926}{\frac{360}{50}} \cdot \frac{360}{6,28} = \frac{(926)50}{6,28} = 7373 \text{ kms.}$$

Por tanto el radio de la Tierra es 7373 kilómetros, la que es una buena aproximación del valor real del radio, que es 6378 kms.

Ejemplo 3.2. Antiguos astrónomos calcularon la distancia de la Tierra a la Luna.

Problema: “calcular la distancia de la Tierra a la Luna”.

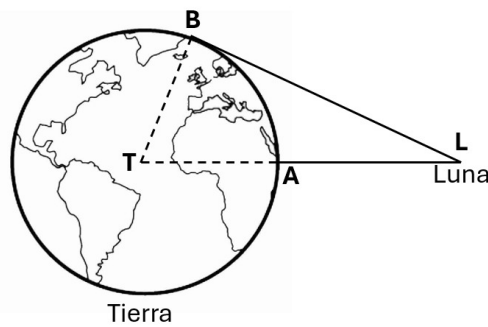


Figura 2.3: Distancia de la Tierra a la Luna.

Solución. Los antiguos astrónomos griegos fueron muy ingeniosos e imaginativos para calcular largas distancias, como en este caso y . . . usando una matemática muy simple! Se observa que ambos cuerpos están en movimiento y la distancia varía; el siguiente argumento brinda una aproximación de la distancia requerida. Ver la figura dada. La circunferencia que se da es un ecuador terrestre; A y B son dos puntos sobre este ecuador. Se pone la condición que el centro de la Tierra T , el punto A y la Luna L están sobre una línea recta, lo que se cumple en ciertos días de cada mes. El punto B se elige de modo que la línea BL sea tangente al ecuador, es decir, es el punto límite desde donde se puede ver a la Luna, aún no muy claramente. AT y BT son radios terrestres y el ángulo TBL es recto. Luego, tenemos $\cos T = \frac{TB}{TL}$. Ahora, con apropiados instrumentos se calcula que el valor de este ángulo T es $894'$ (se observa que Hiparco y Ptolomeo lo calcularon con un pequeño error). Sabemos que TB mide 6378 kilómetros, que se aproxima a 6400 kilómetros; por otro lado con una apropiada tabla se calcula que $\cos 894' = 0,0163$. Luego se tiene $TL = \frac{6400}{0,0163} = 392638$.

Entonces la distancia aproximada de la Tierra a la Luna es $392638 - 6400 = 386238$ kilómetros.

Nota. Hiparco llegó a la distancia 450615 kilómetros, lo que es una buena aproximación para aquellos tiempos.

Ejemplo 4.2. ¿Cuánto mide el radio de la Luna? . . .

Problema: “hallar la dimensión del radio de la Luna”.

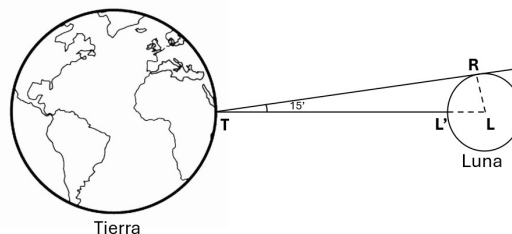


Figura 2.4: Medida del radio de la Luna.

Solución. Sea T un punto sobre la Tierra y L el centro de la Luna; TR es una tangente a la superficie de nuestro satélite; con un apropiado instrumento se calcula el valor del ángulo RTL , que igual a $15'$; por el ejemplo 3.2. se sabe la distancia de la Tierra a la Luna (cuando ésta es considerado como un punto); de esta manera se asume (con cierto error) que $TL = 386238$ kilómetros; por otro lado el ángulo TRL es recto, luego se tiene $\sin T = \frac{LR}{TL}$; pero, $\sin 15' = 0,0044$, y así se tiene $LR = (386238)(0,0044) = 1700$.

De esta manera el radio de la Luna mide aproximadamente , 1700 kilómetros.

Nota. Con una mejor aproximación se obtiene que $r = 1707$ kilómetros.

Ejemplo 5.2. ¿Cuál es la distancia del planeta Venus al Sol? . . .

Problema: “ Hallar la distancia de Venus al Sol”.

Solución. Sigamos con Hiparco y Ptolomeo y sus sorprendentes cálculos de enormes distancias cósmicas. Bien; en la figura (i) la Tierra y Venus están en una posición arbitraria. Se asume que las trayectorias de tales cuerpos celestes fueran circunferencias (se sabe que ellas son elipses). Ahora, vía adecuados instrumentos desde la Tierra se puede medir el ángulo VTS , ángulo cuyo valor varía conforme la Tierra y Venus giran alrededor del Sol. El objetivo es calcular el valor aproximado del lado VS del triángulo VST . Es importante saber que el ángulo VTS es máximo cuando el lado TV es tangente a la órbita de Venus (ver figura (ii)). Ahora, cuando el ángulo T es máximo, la recta que

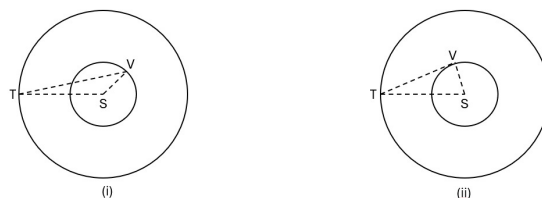


Figura 2.5: Distancia de Venus al Sol.

va desde la Tierra a Venus está más alejada de la recta TS y aún es tangente a la órbita de Venus. De esta manera $SV \perp TV$. Midiendo sucesivamente el ángulo T en diferentes fechas durante un año se determina el mayor valor del ángulo T ; en ese momento se tiene tal perpendicularidad. Se observó que el valor máximo del ángulo T es 47° , y las tablas trigonométricas dan $\text{sen} 47^\circ = 0,7314$. Por otro lado, se sabe que la distancia de la Tierra al Sol es $150'000,000$ kilómetros; luego se tiene

$$VS = (150'000,000)(0,7314) = 109'710,000.$$

Luego, la distancia de Venus al Sol es $109'700,000$ kilómetros.

Un gran científico que pertenece a esta cultura de la Antigüedad es Arquímedes quien tuvo una mente moderna, como lo demuestran sus trabajos, sobre todo su obra matemática. Fue un matemático puro, así como le interesaron las aplicaciones; fue un ser que estaba en continua meditación en la solución de algún problema, que podían ser problemas prácticos, cotidianos pero también podía pensar en algún complejo problema matemático y la solución las escribía usando un lenguaje técnico, difíciles de leer pues eran problemas bastantes técnicos; y pensar que muchos de ellos se perdieron; otros llegaron por referencias de matemáticos de su época. Veamos algunas de sus contribuciones dando énfasis a algunas al servicio de su comunidad.

- (i) **Agua para el desierto.** Arquímedes estuvo en el famoso Museo de Alejandría que concentraba a los mejores científicos y pensadores de la época. Y ahí estaba el río Nilo. El problema que surgió fue cómo obtener agua del río para irrigar ciertos sectores áridos del desierto; Arquímedes atacó este problema usando sus conocimientos matemáticos; para ello construyó un cilindro en cuyo interior colocó una rosca helicoidal; luego sumergía la parte inferior en el arenal, ponía en movimiento la rosca y el agua subía y salía por la parte superior, obteniéndose el agua deseada. Se construyeron muchos cilindros con estas características.
- (ii) **Nace un planetario.** ¿Qué hizo Arquímedes? ... Construyó una esfera central para representar al Sol, luego construye otras esferas para simbolizar la Tierra, la Luna, y a los planetas conocidos en esa época. Todo este sistema lo movió con una fuerza hidráulica e hizo una construcción casi tan perfecta que se producían las fases de la Luna, los eclipses y otros fenómenos celestes con una precisión admirable. Así justificó la exclamación de Platón: “la ley de los movimientos celestes es más hermosa de que la poética contemplación de las estrellas”.
- (iii) **Arquímedes mueve un barco!** En cierta ocasión este gran matemático exclamó: “denme un punto de apoyo y levantaré al mundo”. El rey Hierón le dio la oportunidad de probar tal afirmación cuando sus ingenieros navales se sintieron incapaces de lanzar al mar un enorme barco carguero que acababan de construir. El rey propuso el problema al matemático y éste aceptó el desafío y comenzó a actuar; construyó unas roldanas y dispuso un sistema de ellas alrededor del barco y entrenó a hombres para su manejo. Al final ligó todas las roldanas con una cuerda, cuyo extremo puso en manos de una frágil dama, quien al jalar la cuerda en presencia del rey y de su corte puso al sistema de roldanas en movimiento y el barco se movió lenta y majestuosamente hacia el mar. El rey emocionado por lo que vio, decretó: “Nadie en el reino podrá dudar de una sola palabra o de las afirmaciones de Arquímedes”.
- (iv) **Se descubre una alteración** ... El rey Hierón mandó a preparar una corona para lo cual entregó una gran cantidad de oro a un artista; al ser entregada la joya el rey desconfió de la honradez del artista y propuso esta cuestión a Arquímedes, saber si hubo o no mezcla. El problema era difícil pero Arquímedes era un matemático y un gran observador de las cosas que sucedían a su alrededor. Un día observó que al entrar a la tina, repleta de agua, tuvo la sensación de que su cuerpo perdía peso; meditó un momento y concluyó que: “un cuerpo sumergido en el agua pierde de su peso, tanto cuanto pesa el agua que él desaloja!”. Esta conclusión le dio la solución del problema; emocionado y abstraído salió corriendo completamente desnudo exclamando “Eureka, Eureka”(lo encontré, lo encontré). Fue el inicio de la hidrostática!

¿Cómo resolvió el problema Arquímedes? ... Hizo confeccionar dos masas, una de oro y

otra de plata de igual peso que la corona, luego midió el volumen del agua desalojada por cada uno de esos cuerpos y verificó que los volúmenes eran distintos.

Conclusión. la corona fue mezclada con plata!

- (v) **Un matemático vence a un ejército.** Luego de estar en Alejandría Arquímedes se instaló en Siracusa; por esa época esta ciudad fue sitiada por soldados romanos al mando del general Marcelo. La caída de tal ciudad era inminente por lo que el rey habló con el matemático para que ponga sus conocimientos al servicio de la ciudad y fuera así salvada. El anciano científico estaba abstraído en sus investigaciones matemáticas pero aceptó el pedido del rey y se dedicó a construir todo tipo de máquinas, tanto para la ofensiva como para la defensiva; al hacer esto, puso a prueba todos sus conocimientos de la matemática y de la física que tenía. Los romanos eran muy superiores en número y pensaron que la dominación de la ciudad era cosa fácil cuando atacaban aparecían por las murallas de la ciudad extraños aparatos que arrojaban a gran velocidad todo tipo de piedras y proyectiles los que causaban grandes estragos en los soldados de Marcelo.

Luego de alguna tregua, los soldados intentaban nuevamente el asalto por tierra y mar pero nuevamente aparecían unos brazos mecánicos que tomaban a las naves, las levantaban y luego las sumergían causando daños y bajas en el ejército de Marcelo. ¿Quién era el “demonio” que hacía todos estos extraños aparatos que hacían mucho daño a los soldados? . . . Marcelo herido en su orgullo prometió no abandonar el sitio de Siracusa, el que duró como dos años. En ese tiempo y cuando atacaban a la ciudad aparecían unos espejos cóncavos los cuales concentraban los rayos solares, los cuales causaban incendios en las naves y a los soldados que atacaban por tierra. Marcelo ordenó que se respetara la vida de Arquímedes, pero durante un saqueo producido porque el genial anciano estaba meditando en un problema matemático, un soldado entra en una casa llena de aparatos y de papiros que el soldado no entendía y encuentra a un anciano meditando en un problema de geometría en base a figuras hechas en el suelo. El soldado le ordenó que se presentara inmediatamente ante Marcelo; Arquímedes le pidió que primero terminara de resolver el problema y escribir la demostración. La leyenda nos dice que esto enfureció al soldado y con su espada mató al célebre hombre de ciencia. Sus últimas palabras fueron: “no borres mis círculos”. Sobre su tumba se escribió su teorema sobre una esfera inscrita en un cilindro. El lector interesado en los trabajos de Arquímedes es sugerido a ver [5].

Moraleja. El legado que recibimos de los matemáticos de la Antigüedad es de alto valor pues con una matemática simple hicieron proezas cósmicas y así realizaron una matemática aplicada de alto nivel.

Bien, seguimos caminando por donde la humanidad caminó; llegamos a la segunda mitad del siglo XVI y al XVII. Es el final de la Edad Media y los inicios del Renacimiento. En efecto, se renació luego de un largo período de casi congelamiento (salvo conquistas aisladas) del pensamiento científico, en particular del pensamiento matemático. En estos tiempos surge la figura de un gran científico, Galileo Galilei (1564-1643), quien inició la era de la ciencia experimental pues estuvo interesado en las aplicaciones de la matemática para explicar al mundo de la física, del cosmos vía un telescopio. Estudió el movimiento de un proyectil y concluyó que la trayectoria es una parábola; estudió a la cicloide; pero su mayor contribución, posiblemente, sea en la imagen del universo que él postuló; como se sabe desde los tiempos antiguos, Aristóteles afirmaba que los cielos eran perfectos e inmutables, no sujetos a cambios. Solo la Tierra, centro del universo, podría cambiar. Galileo refutó este modelo, algo muy peligroso en aquellos tiempos por las creencias religiosas y filosóficas.

A Galileo le debemos la ley del péndulo, la perfección del telescopio; estudia a la Luna, a las estrellas y al infinito universo. Tenía el Don del científico que creía en la verdades sustentadas en la experimentación y en el razonamiento riguroso de la matemática. Fue un gran matemático aplicado. Otro ejemplo histórico de cómo la matemática se aplica para entender al mundo donde las sociedades viven. Aún más, Galileo descubre los satélites de Júpiter y confirma que

“los planetas giran alrededor del Sol!!”.

Galileo usó la matemática como lenguaje científico para formular modelos de nuestra realidad objetiva, mientras que los antiguos matemáticos griegos dieron a la matemática un valor estético e intelectual. Galileo puso la matemática al servicio del hombre en su inquietud por descubrir la verdad. De algún modo, él fue un continuador del pensamiento de Arquímedes pues le preocupó el problema del infinito, estudió lo infinitamente pequeño donde está los gérmenes de otro descubrimiento que marcó fronteras en la historia de la humanidad: la creación del cálculo infinitesimal!

Galileo murió en 1642 y dejó un legado que continuaron algunos de sus alumnos como B. Cavalieri y E. Torricelli, y otros como J. Kepler; así como B. Pascal y R. Descartes. . . ., todos ellos además de ser matemáticos hicieron contribuciones de la matemática y de la filosofía para interpretar mejor al mundo en que vivimos. Y así llegamos al inicio de la matemática moderna y a mejores y profundas aplicaciones de la matemática. Según E. T. Bell la matemática moderna se inició por los progresos fundamentales ocurridos en el siglo XVII que son:

- (i) la geometría analítica de Fermat (1629) y Descartes (1637);
- (ii) el cálculo diferencial e integral de Newton (1666, 1684) y Leibniz (1673, 1675);
- (iii) la teoría matemática de las probabilidades de Fermat y de Pascal;
- (iv) la aritmética superior de Fermat (1630, 1665);
- (v) la gravitación universal de Newton (1666, 1684).

De estos progresos, sólo nos ocuparemos de Newton y de su obra aún cuando los otros aportes son de gran importancia en el progreso de la matemática. Bien, el cálculo infinitesimal surgió en el siglo XVII como un esfuerzo por precisar y mejorar los recursos del método del “agotamiento” de los antiguos matemáticos griegos, método que fue usado por Arquímedes en el cálculo de áreas y volúmenes. El cálculo tuvo algunos notables precursores como fueron: B. Cavalieri; J. Wallis, James Gregory, N. Mercator, I. Barrow, quien habría de ser profesor de I. Newton, un distinguido alumno. El cálculo fue descubierto, en forma independiente, por Godofredo Leibniz e Isaac Newton. Leibniz fue un profundo pensador, un filósofo que usó la matemática para crear un lenguaje universal. Creó una máquina calculadora y de esta forma es un precursor de nuestra era informática; Huygens le planteó hallar el valor de la serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n(n-1)}$. Vía argumentos muy simples pero ingeniosos calcula que el valor de la serie es 2. A Leibniz le debemos la notación que ahora usamos cuando estudiamos el cálculo infinitesimal.

Isaac Newton, un genio universal. En la historia de la ciencia de vez en cuando surgen genios que superan a otros genios, tal fue el caso, por ejemplo, de Arquímedes en la Antigüedad. En el siglo XVII, en 1642 nace Isaac Newton, en Inglaterra, quien habría de contribuir a un cambio en la concepción de la matemática y, de paso, al mundo de las aplicaciones dando inicio a una nueva era: la era moderna en que la humanidad inicia nuevas conquistas que conducen, con el tiempo, a tecnologías para bien de las sociedades. El cálculo infinitesimal, su creación, se aplica con éxito en la física - matemática, en la astronomía, en la mecánica. La intuición y la visión física guiaron diversas investigaciones matemáticas en el siglo XVIII, el siglo del apogeo del cálculo! Pero, ¿qué hizo Newton cuando tenía alrededor de 23 años de edad? . . . , estudia tres problemas fundamentales en la tranquilidad de su casa en un tranquilo pueblo de Inglaterra; Isaac estaba en la cúspide de su capacidad creadora. Los tres temas que medita, elabora y concibe las respectivas teorías fueron: (i) creación del cálculo diferencial e integral; (ii) la teoría de los colores y (iii) la ley de la gravitación universal.

Para cualquier hombre de ciencia que hubiera resuelto uno de esos problemas, hubiera pasado a la historia de la ciencia. Newton concibió las tres teorías, maduró sus ideas en años posteriores y al final tuvo el éxito esperado. Digamos algunas palabras sobre estas conquistas. Con el surgimiento del cálculo la matemática aplicada ganó mucho pues desde su génesis estaba relacionada con el mundo físico; así se deseaba calcular la velocidad instantánea de un objeto en movimiento a partir de la distancia que ha recorrido en un instante dado; así mismo motivaron su creación ciertos problemas geométricos como encontrar la tangente a una curva, encontrar los valores máximo y mínimo de una función. Newton fue un matemático puro pero a su vez un físico interesado en estudiar a la naturaleza vía la herramienta que había creado. Una de las primeras aplicaciones del cálculo fue en el problema de la forma de un puente colgante, ¿qué forma debía tener un puente colgante? . . . , algunos matemáticos pensaron que debía tener la forma de una parábola, otros pensaron que no era de esa forma. En 1691 Johann Bernoulli dio la solución a la cuestión: la forma del puente es una curva llamada “catenaria”, la que se define por la ecuación $y = k(e^x + e^{-x})$, donde k es una constante. Por otro lado, en el siglo XVIII el cálculo siguió creciendo, surgieron las ecuaciones diferenciales ordinarias y las parciales entre otras ramas del cálculo. Las ecuaciones diferenciales son, posiblemente las más usadas en la matemática aplicada pues los modelos que interpretan cierta realidad son dados vía una ecuación diferencial. En la física - matemática es un hecho histórico el gran progreso obtenidos para resolver problemas de valor de contorno y problemas de valor inicial, como por ejemplo la gran utilidad que tienen las ecuaciones en derivadas parciales en la solución de los problemas de Dirichlet y de Cauchy.

El cálculo infinitesimal fue una feliz creación del siglo XVII pues las aplicaciones, desde entonces, crecieron conforme el tiempo crece como ya hemos mencionado: se la utilizó en la mecánica celeste, en la elasticidad, en la dinámica de fluidos; en general en problemas centrales de la física-matemática. A partir del cálculo la matemática entra en otra dimensión; surgen nuevas cuestiones por investigar como son el infinito, la idea de límite, de continuidad, de derivada e integral, entre otras fundamentales cuestiones. Todo esta inquietud condujo a que en el siglo XIX surgiera el análisis matemático y ésta área permitió hacer aplicaciones con mayor rigurosidad y de otras dimensiones, como se hicieron a fines de este siglo y sobre todo en el siglo XX.

Veamos algo sobre la contribución de Newton sobre la teoría de los colores. Como hemos dicho, Newton en la tranquilidad de su hogar y con 23 años comenzó a investigar sobre el problema de la luz, lo que hizo en forma experimental; descubrió y demostró que la luz del Sol es descompuesta por el prisma en los siete colores del arco iris, y recíprocamente, los siete colores pueden ser recompuestos para dar la luz blanca. Además verificó que todo color queda unívocamente determinado por

su índice de refracción, el que es dado por un número. De esta manera Newton construyó un puente entre dos dominios: el de los colores (que los seres humanos convivimos todos los días) con el dominio de los números! Así, por ejemplo, el color rojo es caracterizado por su índice de refracción. El mundo de los colores no lo puede apreciar un ciego, pero la óptica de Newton sí la puede comprender. Esto es la belleza de la matemática, de la matemática aplicada! ... Su trabajo sobre la luz fue publicado en 1704 con el nombre la “Óptica”, obra que recibió la crítica de algunas autoridades en este campo.

Newton fue un hombre con una gran capacidad científica pues al pensar, simultáneamente, las dos anteriores conquistas tuvo el coraje de enfrentar el complejo problema de la atracción entre los astros y así dio un paso gigante para que la humanidad conociera la leyes clásicas que dominan al universo en que estamos inmersos. Después de muchos años de penosos cálculos y meditaciones llegó a elaborar las leyes de la gravitación universal y al hacerlo con la ayuda de su cálculo infinitesimal, encontró una bella aplicación del cálculo para explicar problemas cósmicos. El descubrimiento de la ley de la gravitación universal es considerado como un descubrimiento cumbre en la historia de la ciencia; esta ley nos dice que “los astros se atraen mutuamente, unos a otros, con una fuerza directamente proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que separa de sus centros”. Previamente digamos que la evolución de las ideas, desde los antiguos griegos pasando por científicos como Galileo, como Kepler, . . . , contribuyeron a tener una idea sobre el cosmos, pero estaban abiertas muchas cuestiones sobre cómo es gobernado el universo; se conocía que Kepler dio sus tres famosas leyes, Galileo observó que el movimiento de un objeto en caída libre es independiente de su peso, así como otras cuestiones.

Newton estudió cuidadosamente a Aristóteles y a Descartes; fue impresionado por la mecánica de Copérnico y por los trabajos sobre astronomía de Galileo y también por la óptica de Kepler y de sus leyes cósmicas. En 1666 comenzó a meditar y teorizar sobre el movimiento de los planetas. ¿Porqué las órbitas de los planetas son elípticas (según Kepler)? . . . el estudiar esta cuestión lo llevaría a su ley de la gravitación! Fueron tiempos de mucha meditación y de retos. Hay polémicas sobre este tema; se conversa en los cafés de Londres, Newton explica la ley de la gravedad y predijo el movimiento de la Luna así como explicó la subida y bajada de las mareas en la Tierra. En 1687 apareció la primera edición de “Los Principios Matemáticos de la filosofía Natural”, conocida como “Principia Mathematica”, obra cumbre en la literatura de la ciencia y que le dio gran fama a Newton. Este libro contiene el desarrollo del cálculo donde utilizó métodos geométricos en la demostración de sus resultados. La obra está dedicado también a la mecánica celeste en donde define los conceptos de inercia, momento y fuerza; luego establece sus tres notables leyes del movimiento. En uno de sus libros estudia al sistema solar, muestra como se puede calcular la masa del Sol en términos de la masa de la Tierra, así como de cualquier cuerpo celeste que tenga un satélite; calcula también la densidad de la Tierra. Newton también explicó algunas de las características de las mareas, donde la Luna es la causa principal. En realidad este famoso libro contiene tantas cosas científicas que fueron una contribución universal para la ciencia de esa época y la del futuro!

El lector interesado en tener más información en lo tratado en esta sección puede consulta [5], [6], [7], [8], [9] y [10].

3. La Matemática Aplicada en el Siglo XIX. Como hemos comentado, la creación del cálculo infinitesimal en el siglo XVII fue un acontecimiento histórico que marcó frontera en la historia de la humanidad pues a partir de entonces surgieron nuevos progresos y también las aplicaciones para bien de la sociedad ya que surgirían las tecnologías que con el tiempo contribuyeron al bienestar del hombre. El progreso del cálculo se dio con cierta fuerza en el siglo XVIII con el surgimiento de notables matemáticos quienes la hicieron progresar, tanto en sus aspectos teóricos como en variadas aplicaciones sobre todo a cuestiones relacionadas a la física, que aparecían cada vez más complicados y esto exigió técnicas más especializadas; y así surgieron las ecuaciones diferenciales, tanto las ordinarias como las parciales. El científico más representativo de este siglo, en opinión generalizada, es Leonhard Euler por ser un matemático universal. Por otro lado, el estudio de estas ecuaciones fue de gran importancia pues están íntimamente relacionadas con las aplicaciones; además, fue un enorme legado para el siglo XIX, siglo en que las ecuaciones en derivadas parciales (EDP) tuvieron un gran progreso. Como siempre los problemas que aparecían en la naturaleza motivaron buscar nuevas ideas, técnicas, para resolver tales cuestiones. En el siglo pasado el problema de la cuerda vibrante mereció atención y se llegó a ciertos progresos; además, en las investigaciones de la cuerda surgieron: “series trigonométricas.”^{en} la representación de la solución del problema de la cuerda. Y a inicios del siglo XIX ha de surgir una maravillosa teoría que a su vez conduciría a muchos progresos en el cálculo y sobre todo en las aplicaciones.

Las Series de Fourier. Otra vez un problema del mundo físico ha de guiar investigaciones en el campo de la matemática aplicada, en esta oportunidad usando nuevas matemáticas, que su autor introdujo. Este personaje fue Joseph Fourier (1768-1830). A inicios del siglo XIX el problema de la conducción del calor en un cuerpo era un problema que algunos matemáticos atacaron, y también lo hizo Fourier. La cuestión era estudiar el flujo del calor por su importancia en el uso de los metales en la industria; además había el interés de determinar la temperatura en el interior de la Tierra, saber cómo varía esta temperatura en relación con el tiempo. Unos problemas vitales en la física matemática. Fourier estudia el problema y en 1807 presenta a la Academia de Ciencias de París un

ensayo sobre la conducción del calor; el jurado rechazó el artículo. Pero recomendó que lo presentara en el concurso sobre la conducción del calor; en 1811 presentó una versión revisada de su trabajo; ganó el premio pero fue duramente criticado por la falta de rigor en sus afirmaciones matemáticas y en consecuencia el artículo no fue publicado en las Memorias de la Academia. Este trato molestó a Fourier, perfeccionó su trabajo y en 1822 sus aportes lo presentó en forma de un libro “Teoría Analítica del Calor”. Este libro jugaría un rol muy importante en lo que sucedería en el resto del siglo XIX y en el XX. Sin embargo tuvo las dificultades mencionadas; le acusaron de falta de rigor en sus argumentos pero recordemos que en aquellos tiempos el cálculo estaba en la ruta de ser formalizado, de tener rigor analítico, y que surgiría el análisis matemático; pero dejó un mensaje importante: las ideas intuitivas que se tienen de la naturaleza y de la matemática pueden tener la fuerza de la verdad; los argumentos dados por Fourier fueron revisados, estudiados, clarificados; surgieron nuevas ideas, nuevas teorías, . . . , y todo por una visión intuitiva de una mente genial.

En efecto, su proclama de que “toda función periódica puede ser desarrollada en una serie trigonométrica” provocó algunas críticas no favorables, así no fue bien recibida por la Academia; pero el método de Fourier si fue aceptada por matemáticos como S.D. Poisson (1781 - 1840) quien era un reconocido físico - matemático que también trabajó en la teoría del calor; fue uno de los fundadores de la teoría matemática de la elasticidad y sugirió que la teoría del potencial de la gravedad se podía extender a la electricidad y al magnetismo. Poisson en sus trabajos usó desarrollos en series trigonométricas. Como observamos se usaba una matemática aplicada para resolver problemas del mundo físico; el trabajo de Fourier motivó otras contribuciones como las de George Green quien estudió la electricidad estática y el magnetismo desde un punto de vista matemático; es recordado por sus identidades tan útiles en problemas de EDP, como el problema de Dirichlet. La obra de Fourier contribuyó con otras investigaciones y cada vez fue alcanzando mayor prestigio y utilidad su teoría. En 1888 el matemático Darboux proclamó:

“La teoría analítica del calor, que uno puede colocar al lado de los escritos científicos más perfectos de todos los tiempos, . . .”.

En efecto, lo propuesto por Fourier es una teoría matemática que interpreta un fenómeno físico y fue hecha con una gran intuición y de donde se extraerían profundas y nuevas teorías matemáticas que han dominado al resto del siglo XIX, del XX y aún el análisis de Fourier es motivo de nuevas e interesantes investigaciones, sobre todo en el campo de las EDP. Veamos algunos ejemplos de tales conquistas matemáticas.

- (a) La obra de Fourier forzó la formalización de la noción de función y de integral, ideas que entonces no enían el rigor necesario y que, precisamente, Fourier tuvo algunas críticas. La precisión de estos conceptos matemáticos, junto con la de límite, fueron la base de la edificación de la matemática pura en el siglo XIX, y de esta manera, también, las aplicaciones al mundo físico tuvieron mayor precisión e interpretación.
- (b) La teoría de Fourier, creada para resolver un problema de la conducción del calor, va a motivar la creación de una teoría de la matemática pura que fue fundamental en el siglo XX, es el surgimiento de la teoría de conjuntos. En efecto, el estudio del delicado problema de la unicidad en las series trigonométricas condujo a Cantor a elaborar su teoría del infinito a mediados del siglo XIX. Esta teoría fue revolucionaria que influyó en la filosofía del pensamiento científico; y surgió motivado por un problema del mundo físico.
- (c) La introducción de los espacios abstractos fue otra de las grandes contribuciones de las primeras décadas del siglo pasado; los espacios de Hilbert y de Banach son dos de los clásicos espacios, entre muchos otros. Una motivación para introducir tales espacios fue que a fines del siglo XIX y comienzos del XX la matemática había crecido mucho, evolucionado bastante, para pensar entrar a una etapa de síntesis; fue una etapa de grandes transformaciones científicas y de esta manera se pensó en introducir espacios generales con el objetivo de sintetizar a distintos espacios particulares. En tal expansión de la matemática el análisis de Fourier jugó un papel importante, tanto por sus ideas teóricas como por sus aplicaciones.
- (d) En el análisis matemático también el análisis de Fourier influyó; en particular en la noción de integral. Como se sabe durante mucho tiempo el uso de la integral de Riemann fue la íntegra! usada en las investigaciones, pero conforme estas eran cada vez más complejas, ella era ya insuficiente pues surgían otros tipos de funciones. Con esta motivación H. Lebesgue a inicios del siglo pasado introduce una nueva noción de integral, la “integral de Lebesgue”, la que clarifica muchas situaciones existentes, en particular habidas en el análisis de Fourier, análisis que fue puesto en el contexto de esta integral, más generalmente de la teoría de la medida y así se obtuvo una análisis de Fourier más general y con mayor fuerza.
- (e) No siempre se puede hacer matemática en un ambiente universitario, tener comunicaciones con colegas con quien intercambiar ideas, en fin en la tranquilidad que exige hacer un trabajo matemático, más aún si se está elaborando una teoría. Esto fue el caso de la teoría de distribuciones propuesta por el matemático francés L. Schwartz, la que fue elaborada en plena II Guerra Mundial. Esta teoría permite ampliar, aún más, el universo de las funciones y

de otras ideas matemáticas con aplicaciones en la física matemática ya que la teoría de operadores diferenciales parciales fue elaborada teniendo como escenario a las distribuciones, a los espacios de distribuciones. También el análisis de Fourier fue estudiado en el contexto de las distribuciones obteniéndose resultados bastante generales.

- (f) Históricamente las funciones seno y coseno estuvieron en la génesis del trabajo de Fourier y ellas son funciones periódicas, es decir, este análisis trata frecuentemente con procesos periódicos, en particular con ondas periódicas y en la naturaleza muchos procesos son periódicos como son los circuitos eléctricos, en las transmisiones, ...; en la teoría de comunicaciones se usan series y transformadas de Fourier y esto está relacionado con el progreso de la ciencia, la tecnología y la cultura de las sociedades modernas.

El análisis de Fourier a veces llamado análisis armónico, a contribuido mucho con el progreso de las EDP en la segunda mitad del siglo XX; se hicieron muchas contribuciones alrededor de los problemas de Dirichlet y de Cauchy en donde se destaca la Escuela de Chicago. Ver [24].

Gauss, otro gigante de la matemática: pura y de la aplicada! Como ya hemos mencionado, vivimos en una era altamente científica y tecnificada; en ciertos sectores la historia de la ciencia constituye ya parte de la cultura de todo ser que aspire a comprender su época y sea consciente de lo que sucede en esta época. En nuestro país, creemos, que tal cultura aún no ha alcanzado un promedio aceptable; tenemos muchos problemas, uno de ellos es la falta de ética en algunos de nuestros gobernantes que resolver, pero creemos que debemos impulsar la matemática, tanto pura como aplicada, vía la difusión de acciones de divulgación que con términos no técnicos ayuden a educar a tales políticos. Este artículo está en esa dirección y ahora vamos a presentar brevemente a un personaje excepcional: C. F. Gauss, quién fue un niño prodigio en las matemáticas y su obra fue muy profunda y trabajó también en las aplicaciones de la matemática. Y este ejemplo puede servir como modelo para ver la utilidad en la sociedad de cultivar, apoyar desde el Estado, de las universidades, para iniciar así una renovada gestión en pro de lo mencionado. No olvidemos que el éxito de las aplicaciones determina a su vez un crecimiento acelerado en el bienestar de todos nosotros.

La genialidad de Gauss le permitió avanzar en casi todos los dominios de las matemáticas, siendo su campo favorito la teoría de números en donde su legado es enorme; pero también fue un notable físico - matemático. Fue un gran astrónomo en donde alcanzó fama al calcular la órbita de Ceres, un pequeño cuerpo celeste; este triunfo lo condujo a ser director del observatorio de Göttinga por muchos años.

En la física hizo contribuciones al magnetismo, a la óptica, a la geodesia, en donde usó su matemática para formalizar nuevas ideas en esos campos.

Digamos algunas palabras sobre el cálculo de la órbita de Ceres en donde utilizó el método de mínimos cuadrados, uno de sus descubrimientos. **A la Caza de un Astro Perdido.** La primera etapa de la vida de Gauss, estuvo dedicada a la matemática pura desde muy joven, pero sus colegas le motivaron para que colabore también en un difícil problema de la mecánica celeste: ubicar a un astro perdido en el espacio; la solución de este problema era un reto a un matemático consagrado y genial. Además, sería su consagración como matemático aplicado y obtendría la admiración y el respeto de sus colegas científicos y de sus contemporáneos. Posiblemente algún matemático puro desea sentirse “útil”.^{al} resolver un problema del mundo físico para que así la gente no matemática pueda comprender la utilidad de las abstracciones que investiga (esto es el caso de países como el Perú!), y esto es, capaz, lo que pensó Gauss. Bien, en el primer día del siglo IX en el cielo brilla un nuevo astro, Ceres; un pequeño cuerpo celeste que se acercaba al Sol. Ceres era considerado; un pequeño planeta que luego de verlo claramente se perdió en medio de la luminosidad solar y dejó a los astrónomos en el más completo abandono y expuestos a las críticas. El problema de encontrar Ceres fue atacado por Gauss; una tarea muy difícil en aquellos tiempos. Su primer paso fue calcular la órbita completa del astro y ello significaba usar la matemática con el mayor rigor posible y ... Gauss era un matemático del mayor nivel, y el argumento matemático es el supremo recurso que ha creado la mente humana, hasta entonces, y aún ahora. Gauss comienza a trabajar; está a prueba su prestigio.

Después de una agotadora batalla, Gauss logra calcular la órbita de Ceres y predice su posición entre el 15 e noviembre y el 31 de diciembre de 1801. ¿Lo logrará? ... Justo en la noche de año nuevo, un astrónomo rastreando el cielo con su telescopio logra ubicar al pequeño cuerpo celeste, tal como Gauss lo había calculado matemáticamente! La astronomía y la física ganaron a un notable representante; Gauss trabajó por alrededor de veinte años en problemas astronómicos y su fama como científico universal fue reconocida por la comunidad académica.

Surgen Nuevos Mundos Geométricos, ... , una nueva visión del universo! Como sabemos, en la lejana cultura griega Euclides escribió su célebre libro “Los Elementos”, el cual tenía como fundamento “por un punto exterior a una recta pasa una, y solo una, recta paralela a ella”. Euclides intentó demostrar este postulado V, pero no obtuvo éxito; lo admitió y siguió escribiendo su libro. En la posteridad también se intentó probar al postulado pero no se logró el objetivo y el problema fue un reto histórico al orgullo de los matemáticos. Así estuvo el panorama hasta mediados del siglo XIX en que llegó Gauss y otros notables matemáticos como Riemann, János Bolyai y Lobachevski, quienes habrían de dar un nuevo panorama a la geometría. Gauss tenía 19 años, y en lugar de pensar en cosas propias de edad, se sumergió en el problema de las paralelas; su genialidad y su intuición

le permitieron ver un rayo de luz dentro de un bosque oscuro que lo condujo a un nuevo mundo geométrico. ¿Qué hizo este jovencito ? ... simplemente se liberó del pensamiento de cerca de dos mil años en que el V Postulado se admitía sin prueba alguna. Gauss negó al postulado y ver que pasa. No apareció alguna contradicción en sus argumentos y por tanto se asumió que se podía construir una geometría, tan verdadera como la euclidiana. Con las contribuciones de Gauss, de Bolyai, de Riemann y de Lobachevski, surgieron las geometrías no-euclidianas [las geometrías hiperbólica (por un punto exterior a una recta pasan infinitas rectas paralelas a la recta dada) y la elíptica (por un punto exterior a una recta no pasa ninguna recta paralela a la recta dada)]. ¿Una aplicación de estas geometrías ? ... Sí, y es de dimensión cósmica! ... En efecto las geometrías no-euclidianas sirvieron de escenario para una revolución científica por parte de A. Einstein, quien elaboró su teoría de la relatividad basado, en estas geometrías y demostró que el espacio y el tiempo no son absolutos, como postulaba la física clásica.

4. Llegamos al Siglo XX, una Época de Grandes Progresos en la Ciencia y en la Tecnología ... Alrededor de inicios del siglo XX, la matemática progresa gracias al surgimiento de ideas revolucionarias, cuyos germen vienen del anterior siglo. Pero también la física y otras ramas de la ciencia tuvieron cambios sustanciales y en parte usaron tales progresos de la matemática. Ver [6] para mayores detalles de tal panorama. El siglo pasado fue la etapa de la expansión y la síntesis de la matemática; se crearon varias ramas, algunas muy novedosas, como la teoría de la comunicación la que por su naturaleza tiene un interés de seguridad nacional, teoría en donde participaron matemáticos de renombre y que es de actualidad ahora con la era digital y de la inteligencia artificial y otras áreas afines; en todas ellas, además de otro tipo de profesionales; los matemáticos están presentes como matemáticos puros y aplicados! Como esta etapa es muy amplia y para ilustrar la importancia de la matemática aplicada, solo vamos a presentar, brevemente, a dos genios como fueron J. von Neumann y a N. Wiener, y a la teoría de ondículas ("wavelets").

4.1. John von Neumann (1903-1957), un genio universal. Estamos en 1926, en Gotinga; un joven llega a trabajar como ayudante de D. Hilbert; su nombre es John von Neumann y encuentra un ambiente científico muy agitado por las teorías matemáticas que se están investigando. En particular se está tratando de encontrar un adecuado modelo matemático que explique a la recién creada mecánica cuántica; hubieron varias propuestas pero ellas no fueron del todo satisfactorias. Hilbert, máxima autoridad de entonces llegó a decir: "la física se está haciendo demasiada complicada para dejársela a los físicos"(Heisenberg y Schrödinger habían dado algunos modelos). Hilbert propone a von Neumann resolver este problema! Él era un gran matemático y resolvió la cuestión planteada y al hacerlo impulsó a nuevas ideas en el análisis funcional, dedujo que las teorías de Heisenberg y de Schrödinger eran equivalentes; además, en su trabajo estaban los nuevos espacios abstractos de Hilbert, los cuales se hubieran llamado "espacios de von Neumann". Observemos, nuevamente, que un problema del mundo objetivo, motivó la introducción de nuevas ideas y métodos en la matemática pura y que, a su vez, estas nuevas teorías sirven para aplicarlas a tal problema concreto. Pero, von Neumann contribuyó con trabajos, tanto en la matemática pura como en las aplicaciones a dominios que impactarían el desarrollo de la ciencia y de la tecnología en el siglo XX, con implicancias en una nueva sociedad dominada por las máquinas.

Nota. El lector interesado en el trabajo de von Neumann en relación con la mecánica cuántica puede consultar su libro: "Mathematical Foundations of Quantum Mechanics". Princeton. Princeton University Press. 1955. En esta obra, el autor dice: "El objeto de este libro es presentar la mecánica cuántica en una presentación unificada la cual, tan útil como sea posible es matemáticamente rigurosa"

"Si la gente no piensa que las matemáticas son simples, es sólo porque no se dan cuenta de lo complicada que es la vida".

John von Neumann

J. von Neumann fue un niño prodigio; a los 6 años dividía mentalmente cifras de ocho cifras. Se doctora en matemáticas con 23 años con una tesis que investiga la teoría de conjuntos. En 1930 visita la Universidad de Princeton y en 1933 es profesor en el Instituto de Estudios Avanzados, año en que funda tal instituto y en donde estuvo toda su vida. Realiza muchas investigaciones en el campo de las aplicaciones; así funda la Teoría de Juegos donde concibe al mundo, como juego matemático donde la humanidad se rige por una lógica universal. Cuando von Neumann llegó a los EEUU su actividad científica varió de tener como prioridad de la matemática pura en Europa a incursionar en temas de aplicaciones, de filosofía, de cultura y hasta entró un poco en el ambiente de la política. Le interesa el desarrollo de la tecnología como, también, de un recurso de seguridad nacional. Estamos en la década de los años 1930's y como sabemos a fines de ese tiempo estalló la II G.M., con las consecuencias conocidas. John se nacionaliza como ciudadano de EEUU y es invitado a colaborar con las fuerzas armadas. Fue la época en que se formó un grupo de científicos con la participación de matemáticos y ahí estuvo von Neumann. Posiblemente esta historia sea la más clara para ilustrar que la ciencia, y la matemática como fundamento esencial, sea un recurso de defensa de un país o continente; ya Arquímedes en la Antigüedad nos dio una lección similar.

Durante la II G.M. se desarrolló tecnologías de un modo sorprendente como fueron la tecnología de la comunicación, los ordenadores, se investigan el control de sistemas automatizados; surgen las

máquinas como una creación de cerebro humano con las consecuencias que se tienen en este siglo XXI ; se inicia una era de grandes sorpresas en el campo de la ciencia y también en el campo filosófico pues el hombre piensa de un modo diferente a nuestros antepasados, tanto en el mundo de lo más pequeño como del inmenso universo en que estamos inmersos.

1940 es un año en que a partir de ella von Neumann se orienta hacia las matemáticas aplicadas y como son tiempos de guerra, sus trabajos son compatibles con tal ambiente y piensa en una nueva arquitectura de los ordenadores y esto tendría un gran efecto en la era posguerra. von Neumann investiga una matemática aplicada relacionada con una industria de armas pero a su vez usa su matemática pura para investigar la estructura lógica de los autómatas celulares; ver como las matemáticas rigen el funcionamiento del cerebro para el cuál él consideró al cerebro como una red neuronal y que así podría ser simulado por un ordenador; se orienta hacia un cerebro electrónico.

Este siglo XXI, en que vivimos es altamente especializado, de grandes aplicaciones producidas por las tecnologías producidas por los sueños de matemáticos que vivieron siglos atrás, como fueron Pascal, Leibniz hasta otros visionarios del siglo XIX, hasta llegar a von Neumann. El cerebro humano es algo maravilloso pero también misterioso y fue también motivo de reflexiones por parte de los filósofos; Leibniz lo era. Como se sabe las primeras calculadoras fueron diseñadas por Pascal y Leibniz. Según Leibniz la realidad del mundo es interpretado y comprendido según el aspecto físico, en el espacio y tiempo en que se tienen las reglas de la física; y el otro aspecto es el metafísico donde se tienen a los números; él dio una explicación precisa de este aspecto y para ello buscó un lenguaje universal! De esta manera Leibniz soñaba con la posibilidad que algún día se podía construir una máquina que imitara a la mente del hombre y ... von Neumann anhelaba construir un lenguaje de programación que permitiera hacer realidad el sueño de Leibniz.

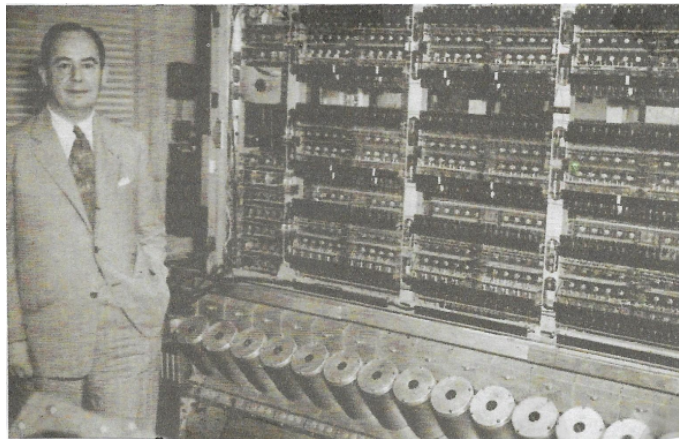


Figura 4.1: John von Neumann y las computadoras.

John von Neumann fue un científico universal pues investigó áreas de la matemática pura como la teoría de conjuntos, en los espacios de Hilbert y áreas afines; como matemático aplicado formalizó la mecánica cuántica, contribuyó en la construcción de los ordenadores de esa época, en la predicción del tiempo; hizo un estudio matemático de la teoría de juegos, investigó la teoría y organización de los autómatas, en donde comparaba el cerebro humano como si fuera una máquina que podía calcular con un adecuado lenguaje. von Neumann tuvo una mente extraordinaria pues según un colega suyo “él podía resolver los problemas antes de concluir su formulación”. John von Neumann falleció víctima del cáncer en 1957; tenía 54 años. Un escrito, que no llegó a completar, se publicó póstumamente y tuvo el título

“El ordenador y el cerebro ”.

Nota. Para ampliar la información sobre J.von Neumann consultar, por ejemplo, [1] y [11].

4.2. Norbert Wiener (1894-1964). La Cibernética.. N. Wiener fue otro gran matemático que se hizo famoso por sus notables aplicaciones al mundo donde vivimos; estuvo rodeado de profesionales de distintas disciplinas como fueron los físicos, los ingenieros, los biólogos y de otras áreas. Como matemático hizo contribuciones a la integral de Lebesgue, al movimiento browniano, a la teoría del potencial, al cálculo operacional de Heaviside, a la teoría ergódica, etc. Trabajó en la teoría de filtros de ondas y en la teoría de la información; en los espacios funcionales, en los procesos estocásticos y en la teoría de la predicción también hizo notable contribuciones. Wiener y von Neumann fueron destacados científicos que dieron fama y gloria, al siglo XX; ambos fueron niños prodigios y ambos cultivaron la matemática aplicada con contribuciones que se reflejaron en el bienestar de la sociedad de entonces y del actual. Tuvieron personalidades un tanto diferentes, mientras von Neumann participó en actividades relacionadas a la política y al poder, Wiener tuvo una vida independiente.

Wiener desde muy niño mostró sus dotes de niño prodigio; su padre se encargó de la educación de su hijo por un tiempo con un sistema de enseñanza que no fue del agrado del niño. A los ocho años de edad Norbert aprendía álgebra, geometría y trigonometría; era un niño inquieto por saber, conocer cosas de la naturaleza; tenía facilidad para aprender idiomas. A los diez años escribió un ensayo titulado: “La teoría de la ignorancia.”^{en} donde reflexionaba sobre el conocimiento de los seres humanos; a los 11 años fue admitido en una universidad y fue la persona más joven en ser alumno de un centro superior de estudios en los EEUU. Con 18 años se doctoró en filosofía en la universidad de Harvard. Luego viaja a Inglaterra, a la universidad de Cambridge donde completa su formación en matemática; aprende la teoría de números según la Escuela de tal universidad. En este tiempo tiene la oportunidad de visitar Alemania donde se motiva para dedicar su talento a las matemáticas aplicadas. Debido a la I G.M. Wiener tuvo que regresar a los EEUU.

Wiener en sus inicios tuvo interés por la filosofía que luego dejaría un poco por influencia de las lecturas dadas por G.H. Hardy en Inglaterra, quien lo introdujo en la integral de Lebesgue, la que fue útil a Wiener en sus primeros trabajos matemáticos; él estudió esta integral a profundidad pues leyó a otros matemáticos, como V. Volterra, M. Fréchet, F. Oswood, quienes les dieron una sólida formación en análisis. En este ambiente, 1919, Wiener se entera de un campo de investigación era generalizar el concepto de probabilidad tal que esta idea se pueda aplicar a casos más complejos como si fueran curvas o funciones, en vez de espacios cuyos sucesos fueran puntos del plano. Con estas motivaciones Wiener dio un modelo matemático del movimiento browniano donde introdujo algunas idealizaciones, trabajo que usó en posteriores investigaciones. Como se sabe el movimiento browniano es un problema del mundo físico que fue estudiado, también, por A. Einstein. Ver [12] y [13] para mayores detalles.

Estamos más o menos por 1920. Wiener trabaja con Fréchet y ataca el problema de caracterizar axiomáticamente ciertos espacios abstractos (Banach trabajaba también en este problema!!); así él introdujo el concepto de espacio normado completo (que se llamarían “espacios de Banach”).



Figura 4.2: Norbert Wiener.

Un problema clásico, muy famoso en las ecuaciones en derivadas parciales (EDP), fue (es) el problema de Dirichlet, el que motivó muchas investigaciones y progresos tanto en las EDP como en la física - matemática. Como se sabe este problema consiste en encontrar la solución de la ecuación de Laplace en un cierto dominio del espacio euclidiano y se conoce el comportamiento de la solución en el contorno del dominio. Wiener estudió este problema (matemática aplicada!) y dio contribuciones para el caso $n > 3$.

Esta situación está relacionada con el flujo de calor con el flujo de calor en cierto contexto físico. Wiener abordó un contexto generalizado de este problema. Así: dada una función f sobre el contorno de un dominio Ω , se desea encontrar una función armónica u (satisface a la ecuación de Laplace $\Delta u = 0$) que satisfaga $\lim_{x \in \Omega, x \rightarrow Q} u(x) = f(Q)$ para el mayor conjunto posible de puntos $Q \in \partial\Omega \dots$ problema generalizado de Dirichlet.

Observemos que en esta formulación está el germen del teorema de Fatou, el cual fue el inicio de muchas investigaciones en la segunda mitad del siglo XX, en particular dadas por la Escuela de Chicago. Se observa que el interés de Wiener por la teoría del potencial clásico (teoría que estudia problemas de valor de contorno) fue por las motivaciones recibidas en conversaciones con el matemático O. D. Kellogg, un especialista en

esa área. Posteriormente, en 1930 publica un artículo relacionado al análisis de Fourier:

“Análisis armónico generalizado.”^{en} donde amplía los recursos del análisis de Fourier clásico y así ser útil en el estudio de fenómenos físicos que estén relacionados con señales que no pierdan energía conforme el tiempo pasa; estas señales podrían no ser periódicas. De esta manera Wiener hace uso de la matemática pura para resolver problemas de señales, como las enviadas por un teléfono, por ejemplo. Al estudiar estos problemas de comunicación Wiener hace uso del análisis de Lebesgue y de cierto espacio de funciones; de algún modo se ven algunas luces de lo que sería la teoría de distribuciones. Una característica de los trabajos de Wiener es que estaban relacionados con problemas de la física, de la ingeniería, en general de la matemática aplicada. Y su análisis armónico fue útil en tales ramas y estuvo relacionado con aspectos estadísticos y con la teoría ergódica. Estuvo también interesado en los filtros de ondas. Con R. Paley trabajaron algunas cuestiones relacionadas con la transformada de Fourier. Wiener tuvo admiración por la gran capacidad matemática de Paley.

Cibernética. Wiener, al igual que von Neumann, también se interesó por los ordenadores, por las máquinas, y fue un precursor de la edad digital en que vivimos actualmente, gozando de todos los beneficios que la moderna tecnología nos es útil. Por los años 1940's Wiener siente la necesidad de poner su genio matemático al servicio de la sociedad; retoma a sus reflexiones filosóficas y formula sus teorías de: la “Cibernética”, 1947; “El uso humano de los seres humanos”, 1950; “Dios y Golem (autómata con forma humana)”, 1964. Veamos algo sobre cibernética. La cibernética es una forma de pensar para explicar cómo se comportan las máquinas y los seres con vida; para tal objetivo se estudia el rol y sentido que tienen lo que entendemos por aprendizaje y memoria de las máquinas. Para tener una explicación directa de la cibernética recurrimos a su obra [14] donde en forma breve

trataremos de tener una idea sobre esta teoría. En el prólogo dice:

“El comienzo del siglo XX fue algo más que el fin de un período de cien años e iniciación de otro. Existió una verdadera reorientación de los puntos de vista aún antes que se efectuara la transición política entre una centuria de paz y el medio siglo de guerras por el que acabamos de pasar. Ese cambio se manifestó quizás primeramente en la ciencia, pero es muy posible que lo que influyó en ella condujera independientemente a la notable diferencia que encontramos entre el arte y la literatura del siglo pasado y del actual. La física newtoniana que reinó desde el siglo XVII hasta fines del XIX, sin encontrar casi . . .”.

El capítulo 1 tiene por título “Historia de la Cibernética” donde comienza diciendo: “Desde que terminó la segunda guerra mundial, he trabajado en la teoría de los mensajes. Además de la parte electrónica de su transmisión, existe un campo muy amplio que incluye, no sólo el estudio del lenguaje, sino además el estudio de los mensajes como medio de manejar aparatos o grupos humanos, el desarrollo de las máquinas de calcular y otros autómatas similares, algunas reflexiones sobre la psicología y el sistema nervioso y una tentativa de enunciar una nueva hipótesis del método científico. Esta teoría más amplia de los mensajes es probabilística y parte intrínseca de aquella corriente que debe su origen a Willard Gibbs y que describí en la introducción.”. . .

El capítulo VIII tiene por título “ El Papel del Intelectual y del Investigador ”

en donde comienza diciendo: “Este libro asegura que la integridad de los canales de comunicación es esencial para el bienestar de la sociedad. Por el momento las comunicaciones en el interior del país están sometidas no sólo a las mismas amenazas a las que ha debido hacer frente siempre , sino además a ciertos problemas nuevos y particularmente serios que son peculiares de nuestra época. Uno entre ellos es la creciente complejidad y costo de las comunicaciones.”. . .

Capítulo IX La Primera y la Segunda Revolución Industrial

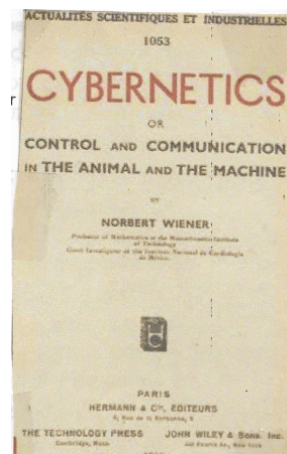
“Los capítulos anteriores de este libro se ocupan principalmente del hombre en cuanto organismo de comunicación. En éste discutiré aquel campo en el que se encuentran el carácter comunicativo del hombre y el de la máquina, y también trataré de estimar la dirección en la que proseguirá el desarrollo de la última y lo que podemos esperar de sus efectos sobre nuestra sociedad.”. . .

Capítulo X Algunas Máquinas de Comunicación y su Futuro

“Dediqué el último capítulo a considerar los problemas de la repercusión en las industrias y en la sociedad de ciertas máquinas de regulación que ya ahora demuestran cierta capacidad para reemplazar el trabajo humano. Sin embargo, una variedad de problemas que conciernen a los autómatas no tiene nada que ver con nuestro sistema industrial, sino que sirven para ilustrar y arrojar una viva luz sobre las posibilidades de los mecanismos de comunicaciones en general o para propósitos semimédicos: prótesis y reemplazo de funciones que algunos desdichados individuos han perdido total o parcialmente. La primera máquina que discutiremos fue construida con propósitos teóricos para aclarar experimentalmente una investigación sobre el papel, efectuada por mí años antes en colaboración con unos colegas, los doctores Arturo Rosenbluth y Julián Bigelow. Supusimos que el mecanismo del acto volitivo coincide por su naturaleza con la retroalimentación de acuerdo con esto, buscamos en la actividad libre del hombre las características de ruptura que aparecen en los mecanismos de retroalimentación cuando se les sobrecarga.

El señor Shannon ha publicado algunas razones para demostrar que esas investigaciones tienen mayor importancia que la de una simple curiosidad, interesante sólo para los jugadores. Entre otras posibilidades, sugiere que esa máquina puede ser la primera etapa para construir otra capaz de evaluar una situación militar y determinar la mejor jugada en un momento especificado. No piense el lector que hablo ligeramente. El gran libro de von Neumann y Morgenstern sobre la Teoría de los juegos ha hecho una gran impresión en el mundo y la menor no ha sido sobre Washington. Cuando el señor Shannon habla del desarrollo de tácticas militares, no dice tonterías, sino que discute una contingencia inminente y peligrosa.

Una de las más fascinadoras perspectivas que se abren es la de la dirección racional de los asuntos humanos, en particular , de los que interesan a las comunidades y parecen presentar una cierta regularidad estadística, tal como el desarrollo de la opinión pública. ¿No es posible imaginarse una máquina capaz de coleccionar este o aquel tipo de información, como, por ejemplo, la información sobre la producción y el mercado, determinando después, como función de la psicología media del ser humano y de las cantidades que es posible medir en un caso dado, el futuro probable de una situación determinada? ¿No es posible imaginarse un aparato estatal que comprenda todos los



sistemas de decisiones política s., sea bajo un régimen de numerosos estados esparcidos por toda la tierra o bajo el aparentemente mucho más simple de un solo gobierno humano de este planeta?

N. Wiener fue un gran científico que estuvo comprometido con los problemas de la sociedad de entonces, y del futuro; sus contribuciones en el campo de la matemática aplicada así lo confirman. En particular sus trabajos con las máquinas y áreas afines fueron muy importante para el desarrollo tecnológico y de la sociedad del siglo XX y del actual. La era de la informática fue producto de los esfuerzos de matemáticos como A. Turin, J. von Neumann, C. Shannon y de N. Wiener, entre otros científicos como los ingenieros y físicos.

N. Wiener por su gran trayectoria científica recibió en 1964 la Medalla Nacional de Ciencias de los EEUU, así como recibió diferentes homenajes. Murió el 18 de marzo de 1964.

4.3. Las Ondículas, un análisis de Fourier con muchas aplicaciones!. ¿Qué es una ondícula? ... una ondícula es una cierta función de la que partimos y es sometida a encogimientos, alargamientos y a traslaciones para dar origen a una familia de funciones la que constituye una base ortogonal de un cierto espacio de funciones. Tal función es llamada “la ondícula generadora o madre” los elementos de la familia son las ondículas, las que están definidas en ciertos intervalos de la recta. La teoría fue formulada en la década de los 80's en relación con yacimientos de petróleo y sus aplicaciones fueron hechas en distintos campos de la tecnología. Veamos un poco sobre su evolución y sus aplicaciones.

Como se sabe la ciencia moderna nace en el siglo XVII con la creación del cálculo infinitesimal el cual tuvo un gran desarrollo en el siglo siguiente donde se desarrollan la mecánica celeste, las ecuaciones diferenciales y otras áreas; este siglo XVIII se caracteriza por el uso de métodos analíticos en los razonamientos matemáticos. A finales de esta época la matemática, en general, va entrando en el umbral que ha de conducir al análisis matemático en el siglo XIX. En particular la física -matemática se enfrenta con la solución de problemas de EDP, en donde surgen algunas series trigonométricas! ... Estamos a inicios del siglo XIX. El personaje es J. B. Fourier quien al estudiar el problema de la conducción del calor, proclama (ver sección 3, las series de Fourier): “toda función 2 - periódica puede ser representada por una serie trigonométrica”; es decir, como una suma infinita de combinaciones de funciones senos y cosenos. Esta afirmación fue difícil justificar por parte de Fourier pues en ese entonces aún no existía el análisis matemático. Pasados los años, en 1873, Dubois Raymond construyó una función continua, 2 -periódica tal que su serie de Fourier no la representa en un punto dado! ... Este contraejemplo ha de conducir a las ondículas a comienzos del siglo XX. Veamos. El ejemplo de Raymond produjo cierta crisis; se buscaron nuevas ideas, nuevas teorías que aclaran el panorama; en esta ruta, A. Haar, en 1909, estudia al espacio $L^2([0, 1])$ e introduce la función:

$$h(x) = \begin{cases} 1 & , x \in [0, \frac{1}{2}) \\ -1 & , x \in [\frac{1}{2}, 1) \\ 0 & , x \notin [0, 1]. \end{cases}$$

(El lector es invitado a hacer el gráfico de la función h). Se observa que el intervalo $[0, 1]$ es el soporte de $h(x)$, la que es sometida a traslación - dilatación de la forma $h_{j,k}(x) \equiv h_n(x) = 2^{\frac{j}{2}} h(2^j x - k)$, donde $n \geq 1$, $j \geq 0$ y $0 \leq k < 2^j$. Se pone $h_0(x) = \varphi(x) = 1$ sobre $I = [\frac{k}{2^j}, \frac{k+1}{2^j}]$. Haar establece que la familia $\{h_i(x)\}$, $i = 0, 1, \dots$ es una base ortogonal de $L^2([0, 1])$. Esto fue el primer ejemplo de lo que sería la teoría de ondículas. Tuvieron que pasar alrededor de 80 años para que se inventara tal teoría. En efecto, el geofísico francés Jean Morlet trabajando en señales de petróleo, es decir, una cuestión relacionada con el tratamiento de la señal, utiliza un análisis “tiempo -frecuencia” que permite un análisis cuidadoso, usa una codificación eficaz que permite una transmisión rápida y una reconstrucción óptima de las señales recibidas. Este análisis trabaja determinando lo que se difiere de una escala a otra; el objetivo es optimizar las aproximaciones; “pasar de algo aún tosco a algo de mejor calidad”. Este algoritmo se llama “análisis multiresolución”(AMR), idea que es una abstracción matemática del concepto de aproximación y ella fue motivada por los trabajos de Morlet y de A. Grossmann, un físico teórico. Posteriormente intervinieron los matemáticos, como fue los aportes de Yves Meyer quien fue el primero en encontrar diversas conexiones entre las ondículas con diferentes áreas del clásico análisis real - complejo. El AMR fue luego formalizado matemáticamente por S. Mallat (un ingeniero electrónico) y por Y. Meyer.

4.3.1. Algunas Aplicaciones de las Ondículas.. Formalizada la teoría de ondículas en los años 80's ella fue muy estudiada matemáticamente y sobre todo tuvo muchas aplicaciones a variados problemas en diferentes áreas. La teoría fue aplicada: a. al análisis matemático y a las ecuaciones diferenciales, ordinarias y parciales. b. a la estadística, muestreo. c. a la física. d. a la computación gráfica. e. a las huellas digitales. f. a la ingeniería, electrónica en particular. g. a la medicina (tumores, electrocardiogramas). h. telecomunicaciones (radares, teléfono - video). i. visión computacional - visión humana. j. turbulencias. k. procesamiento de la señal e imágenes. l. en la astronomía (procesamiento de señales de ondas gravitatorias que surgen de las colisiones de los agujeros negros). Y. Meyer ganó el Premio Abel (Nobel en matemáticas) por sus investigaciones y aplicaciones de las ondículas en, por ejemplo, estudiar el comportamiento de los tumores, en prevenir los terremotos. En el campo matemático hizo contribuciones a la teoría con notables resultados.

Veamos algunos breves comentarios sobre las referencias [15], [16], [17] para tener una visión más completa sobre las ondículas. En [15] Jaffard - Meyer - Ryan exponen de forma muy motivadora la teoría de ondículas, las que son consideradas como un instrumento para la ciencia y para la tecnología: El libro tiene 12 capítulos, 4 apéndices y 264 referencias bibliográficas y así es una referencia ideal para ilustrar cómo la matemática pura puede originar aplicaciones en un mundo muy tecnificado y esto es un mensaje muy importante para países como el nuestro si es que deseamos, al menos, tener una cultura matemática que nos permita entender al mundo actual. Por su importancia mencionemos los títulos de los 12 capítulos.

1. Señales y ondículas. 2. Ondículas desde una perspectiva histórica. 3. Filtros espejos cuadraturas. 4. Algoritmos piramidales para procesamiento numérico de la imagen. 5. Análisis tiempo - frecuencia para procesamiento de la señal. 6. Algoritmos tiempo - frecuencia usando ondículas de Malvar - Wilson. 7. Análisis tiempo-frecuencia y paquetes de ondículas. 8. Visión computacional y visión humana. 9. Ondículas y turbulencia. 10. Ondículas y funciones multifractales. 11. Compresión de datos y restauración de imágenes con ruidos. 12. Ondículas y astronomía. Apéndice A: Fundamentales filtros. Apéndice B: Transformadas de ondículas. Apéndice C: Un contraejemplo. Apéndice D: Espacios de Hölder y espacios de Besov.

Este libro es recomendado para obtener una información actualizada de las ideas matemáticas de las ondículas, así como de sus variadas aplicaciones donde se exponen los detalles de las mismas.

[16]. Este libro tiene siete secciones y cada una de ellas es escrita por especialistas en el tema, las ondículas y sus aplicaciones. Comienza con unas palabras de los editores, Ch. Heil y D. Walnut; luego viene un prefacio escrito por I. Daubechies y enseguida una introducción escrita por J. Benedetto. Luego vienen las secciones. Veamos brevemente.

1. Sección I: Precursores del procesamiento de la señal; hay una introducción por J. Kovacevic. Se presentan 7 artículos sobre el tema del título de la sección.
2. Sección II: Precursores en la física: estados coherentes afines. Introducción: J - P. Antoine . Se presentan 3 artículos (A. Grossmann - J. Morlet).
3. Sección III: Precursores en matemáticas: primeras bases de ondículas. Se dan 6 artículos (A. Haar, J. Stromberg, Y. Meyer, P. G. Lemarié).
4. Sección IV: Precursores y desarrollos en matemáticas: descomposiciones en átomos y en marcos. La introducción la escribe Y. Meyer. Se presentan 6 artículos (R. Coifman, I. Daubechies, M. Frazier, B. Jawerth).
5. Sección V: Análisis multiresolución. Introducción por G - Weiss. Hay 6 artículos de G. Mallat, Y. Meyer, A. Cohen, I. Daubechies.
6. Sección VI: Ondículas multidimensionales. Introducción por G. Weiss; 4 artículos; Y. Meyer, K. Grochenig, M. Vetterli, R. Madych.
7. Sección VII: Aplicaciones selectas. Introducción por M. V. Wickerhauser; contiene 5 artículos escritos por G. Belkin, R. Goifman, V. Rokhlin, R. De Vore, D. Donoho, S. Jaffard, J. Shapiro.

Este libro contiene una gran cantidad de artículos sobre ondículas y sus aplicaciones y es útil, por ejemplo para hacer algún seminario sobre algún tema de interés particular. Es una excelente referencia bibliográfica histórica de las principales contribuciones hechas por ingenieros, físicos y matemáticos y da una visión panorámica de la evolución de las ondículas y de sus aplicaciones hasta el 2006. Su contenido es un gran ejemplo del valor de la matemática aplicada en la edificación de una teoría que tuvo, tiene, grandes aplicaciones a la tecnología.

[17]. Este interesante libro tiene dos partes diferenciadas, la primera contiene 5 capítulos no técnicos, de lectura no muy especializada donde se exponen argumentos sobre las ondículas a modo de tener información sobre hechos anecdóticos de vivencias de la autora con algunos matemáticos especialistas en las ondículas y en sus aplicaciones. La segunda parte contiene un lenguaje “más allá del inglés sencillo”, es decir, la autora trata los temas usando recursos matemáticos y esto exige un lector más especializado. Trata, por ejemplo, a la transformada de Fourier, a la convergencia de series de Fourier; la computación de los coeficientes de Fourier; a la transformada rápida de Fourier, a la transformada continua de ondículas, al análisis multiresolución, a la transformada rápida de ondícula; ondículas y visión: otra perspectiva; ondículas, música y voz. Contiene un apéndice en donde se exponen diferentes nociones matemáticas que complementan la lectura del texto. Así mismo, en la Referencias el lector puede encontrar una variedad de libros y artículos sobre el tema.

En conclusión: [17] es un libro que nos da una cultura sobre las ondículas, sobre su historia y de algunas ideas matemáticas relacionadas al tema, y todo ello nos da una visión amplia de la teoría hasta 1996.

[18]. es un libro escrito en dos volúmenes. El volumen 1 contiene 7 capítulos y el volumen 2 contiene 4 capítulos. Brevemente, ellos son: 1. Un paseo a través del tiempo. 2. Ondículas y procesamiento de la señal. 3. Ondículas y tecnología. 4. Ondículas y AMR. 5. Ondículas con soporte compacto. 6. La transformada de ondícula continua. 7. La transformada de ondícula discreta. 8. Un

poco de análisis matemático. **9.** Ondículas, teoría - R. **10.** Ondículas y análisis armónico - funcional. **11.** Misceláneas de temas.

Colofón. Ondículas: alternativa en la ciencia y en la tecnología.

Ambos volúmenes contienen amplias referencias como guía para el lector.

5. La Matemática Aplicada y su Importancia en la Sociedad del Siglo XXI..

5.1. Comentarios Generales.. Estamos en el siglo XXI y somos herederos de una alta tecnología gracias al instrumento matemático que es capaz de interpretar a los fenómenos del mundo físico en que vivimos. Estamos ante un milenio muy cambiante, sorprendente, por las conquistas que con frecuencia recibimos. La inteligencia del hombre está explorando los confines del universo; las sociedades están también cambiando su forma de vivir, coherente con todos estos adelantos. Las ciencias, en general, tienen un papel muy importante en todo este proceso y la matemática, a través de la matemática aplicada, está cumpliendo un rol muy importante a través de sus modelos para interpretar los distintos problemas que tenemos; es el lenguaje de las ciencias y de las tecnologías. La verdad sobre el mundo en donde vivimos es muy compleja y por ello siempre han existido teorías para entender a este mundo ; la idea es que se obtenga cada vez una buena aproximación vía experimentos, comprobaciones y donde entra a tallar las probabilidades. Se debe minimizar el error (las ondículas!). En esta etapa, de era digital, las computadoras ayudan muchísimo a procesar muchísimos datos. Así, los países como el nuestro deben tener autoridades educativas, al alto nivel posible, para que tengan la cultura que les permita ser conscientes que una forma, no la única, para salir del subdesarrollo en que estamos es desarrollar las ciencias, en particular a la matemática dando énfasis a la matemática aplicada, por las razones que expondremos posteriormente.

5.2. Un Pequeño Paseo en el Tiempo ; el Valor de las Aplicaciones de la Matemática. En la sección 2 hemos visto cómo la matemática de la Antigüedad se usó para resolver ciertos problemas prácticos, como lo hizo Arquímedes; así como el medir la altura de una Pirámide por parte de Tales. Los astrónomos de entonces midieron el radio de la Tierra, la distancia de la Tierra a la Luna, y otras aplicaciones muy ingeniosas usando una matemática básica. En la Edad Media no hubo desarrollo de las ciencias, salvo casos aislados, y las sociedades de entonces tampoco tuvieron grandes progresos en sus vidas como tales. ¿Coincidencia? . . . Con el Renacimiento el pensar en la ciencia, y en la matemática, por grandes científicos la sociedad va a entrar en una era más moderna pues se produciría una revolución en el mundo de esa época. Newton fue un científico notable como matemático puro y grande por sus aplicaciones que hizo de la matemática que él creó. Pues bien, el legado de la ciencia iniciada en el siglo XVII fue decisivo para el desarrollo de cierta tecnología conforme las sociedades iban evolucionando y este progreso fue debido, en parte, por los matemáticos del siglo XVIII. Las ecuaciones diferenciales jugaron un rol importante en la construcción de nuevos modelos matemáticos de problemas que surgen en el mundo físico. Como ya hemos mencionado, a inicios del siglo XIX Fourier (1807) introduce las series trigonométricas en su trabajos sobre el problema de la conducción, del calor y en particular las series de Fourier teoría que partiendo de un problema concreto de la naturaleza influyó en el desarrollo de muchas ideas y teorías matemáticas, las cuales a vez fueron aplicadas para resolver problemas concretos con mayor rigor y generalidad. En este siglo se produjeron algunos hechos revolucionarios en la matemática que a su vez tuvo un impacto en el mundo físico, en las aplicaciones y estas en la forma de vida de la sociedad que acompaña siempre los avances de la ciencia y de la tecnología. Y se llega al siglo XX, una época muy productiva en el progreso de la física, de la matemática y otras disciplinas ; los problemas que heredamos de los siglos anteriores se resolvían con nuevas armas y técnicas; los avances logrados fueron muchísimos y las sociedades del mundo comenzaron a gozar de grandes comodidades (por ejemplo, la TV, las comunicaciones, la medicina tiene nuevas tecnologías para optimizar la cura de los pacientes, lo mismo sucedió en la ingeniería, en la biología, etc . . .

Ahora estamos en la cuarta parte del siglo XXI y nos abruma las conquistas que se han logrado y las que se esperan se realicen pero que se conjeturan se lograrán. Entonces se nos hace difícil dar una idea de la situación actual. Sin embargo, digamos algunas palabras . . . La tecnología digital está progresando rápidamente; estamos en la era de la competencia en las comunicaciones, de procesar los datos. La ciencia se hace interdisciplinaria, la matemática está presente en estos grupos de trabajo donde hay, según la naturaleza del problema que se investiga, profesionales de distintas ramas. La informática nos ayuda en nuestras tareas diarias; ya casi no podemos vivir sin ellas. La computación teórica ya ha entrado en las investigaciones teóricas de los matemáticos y en otras ramas como en la medicina donde se estudian problemas de salud y se estudian modelos que ayuden a comprender la naturaleza de las enfermedades. Esta actividad , además de su valor científico, tiene un valor humano pues nos ayuda al bienestar en casos difíciles. Por otro lado, estamos entrando a la era de los robots. Alan Turing dijo: “Propongo considerar la cuestión: ¿pueden pensar las máquinas ?” . . . ¡¡Turing consideró la posibilidad de que existiera una máquina capaz de ahorrar a los matemáticos el riesgo de intentar demostrar un enunciado indemostrable. En caso de existir una máquina así, la certeza de que la búsqueda de una demostración de la hipótesis de Riemann no sería tiempo perdido. Ver el estimulante libro de M. du Sautoy [19], pag. 294, donde el lector encontrará mayores detalles sobre la milagrosa máquina mental de Turing.

Vía esta breve caminata por el tiempo podemos apreciar el gran valor de la matemática aplicada en el progreso que estamos disfrutando y siendo conscientes que la matemática aplicada descansa

en una matemática pura del mejor nivel posible. Como ya hemos dicho, y lo repetimos, ambas diferencias de lenguaje es sólo una cuestión de convenio, pues a decir de renombrados matemáticos solo existe la matemática y sus aplicaciones.

5.3. Matemática y Sociedad.. Por lo expuesto anteriormente ya tenemos alguna idea sobre la relación que existe entre la sociedad y la matemática, a través de sus aplicaciones. La utilidad de las matemáticas es reconocida de un modo universal. En efecto, ella está presente en nuestras vidas de casi todos los días como sucede con la ama de casa cuando va al mercado, cuando entramos a nuestro cuarto y prendemos la luz; cuando levantamos el teléfono y ahora el celular; cuando viajamos en un avión la variable compleja ayudó en los cálculos para predecir que el avión no se desintegre cuando está en zonas inestables ; y ahora artefactos humanos están volando por los confines del universo! No nos olvidemos que la matemática surgió en la Antigüedad cuando las necesidades de la sociedad de entonces lo exigieron. La antigua cultura griega no legó algunas notables aplicaciones de cómo la matemática estuvo al servicio de la ciudad (Arquímedes), así como en la astronomía. La Edad Media fue una época oscura porque no cultivaron a la ciencia como elemento básico para lograr un progreso. Pero, volvamos a cosas que están a nuestro alrededor: la ingeniería civil, que tiene como base a la matemática, construye actualmente casas, edificios más estables, más confortables y más estéticos; y así vivimos más conformes con el adelanto actual.

Conforme las matemáticas fueron evolucionando y habían nuevas ideas que usar en casos prácticos, las aplicaciones crecían en problemas relacionados con los seres de determinada sociedad. En la historia de la ciencia (de la ingeniería, de la física, la estadística, medicina, astronomía, etc.) hay muchísimos ejemplos que existen en esta dirección. Una área que recibe los beneficios de la matemática aplicada es la industria a través, por ejemplo, de muchos aparatos automáticos (una calculadora, . . .) los que alivian algunas tareas matemáticas. Estos aparatos también se usan para resolver complejos problemas matemáticos; ahora también se usan, en tales tareas, los matemáticos - robots. En este aspecto la cultura que se tiene del real valor que tiene la matemática es muy importante pues el desconocimiento que se tiene en países, como el nuestro, de ese aspecto lleva muchas veces a no optimizar algún proyecto donde se requiera de nuevas técnicas que exijan el uso de una matemática más avanzada o de algún método basado en tal nivel. Como consecuencia de esta falta de cultura, la industria no contrata a profesionales competentes con buena formación académica, y humanística! (para evitar las corrupciones conocidas); así, por ejemplo reemplaza a un obrero calificado por un peón; en lugar de un ingeniero se contrata a un capataz; casi nunca aparece el matemático aplicado en países en desarrollo, como el Perú; pero, en países desarrollados el papel del matemático, por las aplicaciones que puede hacer, ya es reconocido. Hay hospitales con médicos que trabajan en investigaciones al lado de un matemático especializado en temas de salud; en nuestro país ya hay grupos de profesionales matemáticos que hacen investigación en esta área y que ojalá tengan el apoyo estatal para mayores progresos. Es anecdótico que la profesión del matemático es “barata”, pues, por ejemplo, cualquier consulta que se hace al médico, a un abogado, a un ingeniero, . . ., esas consultas tienen un costo monetario, a veces alto. Pero las consultas (orientación de tesis, conferencias, etc) que se hacen a un matemático, son gratuitas! Esto es consecuencia de cómo está organizada la sociedad, cuya estructura desfavorece (por ignorancia) al trabajo del matemático puro, y aún al aplicado. Las profesiones que tienen un beneficio económico son aquellas que de forma inmediatas producen beneficios materiales; el investigador teórico, según la sociedad tradicional, está en desventaja aún cuando los beneficios de su trabajo es a largo plazo. Parecería que ya en algunos países, y en el nuestro en forma aislada, esta situación se está corrigiendo. Una idea sería formar matemáticos con especialidad en la industria y ser ellos los que , en sus fundamentos propongan proyectos de desarrollo; estamos en la era de la especialización.

En una sociedad X se ha logrado un gran nivel en su organización social, político, económico; ha desarrollado las ciencias en general y la matemática en particular, ha cultivado las artes y las humanidades; entonces estamos ante una sociedad civilizada, ante una sociedad desarrollada donde sus habitantes tienen las condiciones y motivaciones para lograr nuevos progresos. En nuestro contexto nos interesa ver un poco la relación de las matemáticas con la civilización. En esta dirección las antiguas Babilonia y Egipto fueron dos civilizaciones en donde la matemática contribuyó en algunos progresos, como fueron los famosos puentes y las pirámides respectivamente; Grecia fue una gran civilización pues entre otros logros la filosofía y la matemática alcanzaron un alto nivel de abstracción pero a su vez, con Arquímedes y otros notables pensadores, pusieron la matemática al servicio de la sociedad de entonces. Pero fue en el siglo XVII cuando la matemática tuvo una influencia histórica en el surgimiento de una tecnología que con el tiempo fue poco a poco dando otra característica en la forma de vivir de las sociedades de muchos países; nos referimos a la creación del cálculo infinitesimal y a las ecuaciones diferenciales. La humanidad veía nacer nuevas conquistas, inventos, que contribuyeron al bienestar del hombre.

Descartes dijo: “ la matemática contribuye a la vasta empresa de la dominación de la naturaleza por la humanidad”. En efecto, el tiempo se ha encargado de comprobar que esta sentencia es una verdad. Hoy más que nunca que vivimos en una era de altísimas tecnologías en donde se usan unas matemáticas cada vez más refinadas y avanzadas. Y pensar que muchas de las grandes ideas matemáticas han sido hechas por seres que aislados en un ambiente solitario y usando solo sus recursos mentales, su imaginación y su inteligencia, crea conocimientos que muchas veces, tarde o temprano, tienen aplicaciones en el mundo objetivo, en el que vivimos los seres humanos. Parece que existe

una relación intrínseca entre la evolución de la sociedad y la evolución de la matemática y de sus aplicaciones. Esto se puede observar en el mundo de la economía, la que mueve al mundo fundamentalmente y por ella se han producido conflictos entre países. Y quien tiene mayores recursos en ciencia y tecnología, por lo general gana. Históricamente, en las civilizaciones Egipcia y babilónica se elaboraron técnicas en sus intercambios comerciales basadas en una reglas aritméticas. Así, desde lejanos tiempos las sociedades dependían del recurso matemático que poseían, las que progresaron con el tiempo hasta los tiempos actuales en que la economía hace uso de una matemática más avanzada. Por tales razones es muy importante que nuestros países tengan una cultura científica acorde con los tiempos actuales y esto es el lado débil de sociedades como la del Perú en que esta cultura no existe en quienes siempre nos gobiernan y haciendo un “mea culpa” en algo tengamos la culpa nosotros los matemáticos que poco se hace por lograr esta concientización en la sociedad en que estamos. Este artículo trata de aportar algo en tal dirección, así como de otras contribuciones debidas a otros autores.

Nota. El lector es sugerido consultar [9], [10], [14], [20], [21] y [22] para ampliar, de un modo general, lo expuesto en esta sección.

6. Algunos Comentarios y Propuestas . El tema que comenta este artículo es muy amplio, con muchas ramas que actualmente se estudian teniendo como herramienta a la matemática y por lo tanto lo expuesto en este artículo es sólo una visión parcial y cuyo objetivo es dar a conocer algunos aspectos de cómo la matemática fue y es útil para el desarrollo de la sociedad. Veamos algunos comentarios.

5.1. Los antecedentes históricos de algunos países desarrollados nos dicen que ellos lograron este estatus porque, entre otros aspectos, desarrollaron la ciencia así como impulsaron el estudio e investigación de la matemática y de sus aplicaciones.

5.2. El desarrollo de la matemática en el Perú se inicia con la llegada de Alfred Rosenblatt a nuestro país en 1936 pues trajo mucha información de su patria, Polonia, así como de los progresos habidos en Europa. Como profesor en la Universidad de San Marcos (la única que formaba matemáticos en el país) comenzó a dictar cursos que por primera vez se dictaban y así se introdujeron en el Perú cursos como: álgebra moderna, variable compleja, ecuaciones diferenciales, análisis matemático, mecánica celeste; la topología se introdujo en seminarios.

5.3. Rosenblatt formó un pequeño grupo de jóvenes matemáticos quienes a partir de la segunda mitad de la década de los años 1940's fueron los nuevos profesores en San Marcos y se inicia una etapa de la enseñanza de la matemática, con énfasis en los aspectos teóricos; las aplicaciones, creemos, se hizo a través de la enseñanza de la física en donde se introdujeron las novedades del progreso de esa área; Rosenblatt también publicó algunas aplicaciones de la matemática, en la mecánica celeste, que también fue cultivado por Godofredo García. La estadística y áreas relacionadas aún no se cultivaba.

5.4. Estamos en las décadas de los años 1950's y 60's; en ese entonces la matemática se enseña en las universidades de San Marcos, de Ingeniería y en la Pontificia Universidad Católica del Perú; el relativamente pequeño grupo de profesores fue liderado por el Profesor José Tola P., pero a partir de entonces surgieron nuevos profesores, algunos con nuevas ideas traídas de post-grado hechos en el extranjero; surge la estadística y algunas áreas relacionadas y la matemática aplicada se desarrolla a través de su enseñanza.

5.5. Pasados los años, de solo la enseñanza se pasa a la entrada de la investigación; se tienen nuevos jóvenes doctores y se estimula la investigación, tanto como matemática pura o aplicada o ambas. Esta tendencia tiende a crecer y ya se tienen algunas revistas especializadas que estimulan la investigación, así como conferencias, talleres, grupos de trabajo en áreas como en la medicina, por ejemplo.

5.6. ¿y en la enseñanza? . . . El siglo XXI nos abruma con tanto progreso de la ciencia como en la matemática y sus aplicaciones y por tanto hay mucho que enseñar y cómo hacerla. Esto es una cuestión delicada y solamente deseamos dar una propuesta la que puede ser modificada o no aceptada. La idea es lo importante. En [23] se pretende dar una guía de algunos tópicos para profesionales que necesitan de tales conocimientos en sus trabajos de investigación, así como de trabajo profesional. Veamos. **Capítulo 1:** espacios normados, aspectos básicos sobre topología, aspectos básicos sobre la medida y la integral, operadores y teoría espectral en espacios de Hilbert.

Capítulo 2: ecuaciones diferenciales. introducción, edo, edp, series y análisis de Fourier. **Capítulo 3:** espacios de distribuciones, introducción a la teoría de la aproximación, introducción a la teoría de ondículas. La elección de estos temas han sido motivados pues al revisar muchas revistas de ingeniería hemos observado que los ingenieros investigadores usan similar lenguaje al propuesto. Y deseamos formar ingenieros y profesionales que estén a la altura del lenguaje del siglo XXI.

5.7. En los últimos 50 años la matemática se ha desarrollado en el Perú al ritmo de las circunstancias, a los esfuerzos de pequeños grupos, a veces a esfuerzos personales, de entusiastas por mejorar el nivel y la enseñanza de nuestra ciencia. Sin embargo es muy lamentable que no exista aún por parte de los gobiernos un programa de desarrollo de la matemática vía la creación, por ejemplo, de un instituto central donde se congreguen investigadores, tanto en el aspecto puro como en las aplicaciones. Actualmente esta labor la vienen haciendo algunas universidades, tanto públicas como privadas, lo que es muy meritorio y merecen todo nuestro apoyo. Es un reto para los colegas del presente, y

del futuro, luchar para que la matemática tenga el lugar de importancia en el desarrollo de nuestro país, la historia así lo confirma!

7. Las Aplicaciones de la Matemática en el Perú . Una Breve Visión.. Lo expuesto en las anteriores secciones tienen por objetivo ilustrar, de un modo general, la utilidad de la matemática en el desarrollo de la ciencia y de la tecnología, y así contribuir con el bienestar de las sociedades en las diferentes etapas del tiempo. Creemos que este enfoque es importante en países como el nuestro en donde casi no existe una cultura científica que contribuya a valorar ese rol que tiene la matemática y sus aplicaciones. En nuestro caso, el Perú, quienes dirigen la educación y el país en general están ocupados en cuestiones nada favorables para un desarrollo de la ciencia y de la tecnología, como un objetivo del Estado. Sin embargo, ya en el siglo XIX y comienzos del XX Federico Villarreal hizo algunas contribuciones a la sociedad de entonces usando argumentos matemáticos; también debemos destacar los estudios de Godofredo García, durante la primera mitad del siglo pasado, sobre la mecánica celeste y la teoría de la relatividad. Como ya hemos mencionado, con la llegada de Alfred Rosenblatt (matemático polaco) en 1936 la matemática moderna llega al Perú y se introducen la matemática que se cultivaba en Europa de entonces y así la matemática pura y la aplicada comenzó a tener mayor rigor en las aplicaciones a algunas cuestiones concretas. Es en la segunda mitad del siglo XX en que en nuestro país se comienza a producir algunas contribuciones de las aplicaciones de la matemática, pero en forma muy aislada y con un nivel propio de la evolución que se tenía hasta, más o menos, los años 1960's, 70's. A partir de entonces algunos estudiantes salen a hacer su postgrado en el extranjero y traen una mejor formación matemática y algunos de ellos con intereses en las aplicaciones. Esta tendencia se hace mayor, tanto en calidad como en número, podríamos decir que en este cuarto de siglo se está produciendo una gran inquietud por aplicar la matemática a problemas del mundo físico, así como de las enfermedades que nos aquejan. Por razones de que no disponemos de una amplia información sobre este aspecto solo vamos a tratar dos contribuciones, de las cuales tenemos alguna información; esto con la disculpa del caso si omitimos alguna otra contribución en esta dirección.

7.1. Matemáticas y Ciencias de la Vida.. Hemos visto algunas de las aplicaciones de la matemática al servicio de la sociedad y se dijo la importancia que tales aplicaciones contribuyeron al bienestar del hombre . Ahora veremos, brevemente, cómo la matemática está contribuyendo a tal bienestar desde el punto de vista de su salud física, es decir, aportar ideas y métodos para ayudar a curar alguna enfermedad usando argumentos matemáticos. Contribuir a tal bienestar y que la vida del hombre sea menos dolorosa y triste ante una enfermedad, es algo muy noble y reconocido! Por ello hay opiniones que este tipo de investigación es, y será, una área de investigación de mayor interés y apoyo de los gobiernos dado que el panorama mundial hace cada vez más difícil vivir en un ambiente de mucha agitación, de muchos problemas sociales, políticos y económicos y eso conduce a muchas enfermedades, desequilibrios emocionales, y que la ciencia debe contribuir a aliviar esa situación. En diversos países existen grupos de investigación en esa dirección, y en el nuestro también. Veamos.

En efecto, en la Universidad de San Marcos existe un grupo de investigación sobre la ciencia de la salud en donde se destaca la labor pionera de la Dra. Roxana López Cruz, quien además de su labor como investigadora está formando nuevos cuadros de jóvenes interesados en impulsar estos estudios en nuestro país. R.López es graduada de Ph.D. por la Universidad de Arizona; es profesora de la U. de San Marcos y su campo de interés es el estudio de los modelos bio matemáticos, campo donde además hace una labor de difusión en distintas conferencias y congresos nacionales e internacionales. También se interesa por la epidemiología matemática, la dinámica de la población. Al respecto se observa que la matemática tiene un rol importante en la comprensión de las pandemias y de cómo tratarlas; además ellas sirven para prevenir, predecir y controlar a la pandemia. En estos estudios la matemática que se usa son las ecuaciones diferenciales, las series temporales, los procesos de Markov, . . . Es loable de cómo los modelos matemáticos están sirviendo para contribuir al bienestar de la salud del hombre. En efecto, el instrumento matemático está sirviendo para saber un número máximo de contagios, un dato importante para los centros de salud.

Según el grupo de San Marcos (R. López, Y. Agüero, M. Alvarez, . . .), se observa que en las últimas décadas las investigaciones han conducido a verificar la efectividad de las técnicas matemáticas en indagar respuestas en problemas que surgen en la ciencia de la salud. Los intereses de López también van por estudios en la ecología relacionada con las especies de interacción y el medio ambiente, labor que hace motivando a nuevos jóvenes interesados en el tema. Debemos remarcar que López está también en el análisis funcional, en las ecuaciones diferenciales con retardo y es nuestra representante en las reuniones internacionales. Su producción científica es también buena con diferentes artículos en revistas de su especialidad. En resumen, consideramos que la labor del grupo de ciencia para la vida es una contribución muy importante en nuestro país y confiamos que las autoridades relacionadas al tema den todo su apoyo para que este grupo tenga mayores conquistas y logre estar al nivel internacional que permita darnos un bienestar cultural y de una salud física que tanto aqueja a nuestro país.

Nota. En [25] el lector puede encontrar una amplia información de cómo las ondulaciones son un buen instrumento matemático para investigar muchos temas relacionados con la ciencia de la salud.

7.2. Las Matemáticas y sus Aplicaciones al Mundo Físico. Simulación de Fluidos Dinámicos. Turbulencias, . . . El mundo físico en que vivimos es muy complejo, no lineal y desde tiempos antiguos los pensadores, filósofos y matemáticos, trataron de explicar al universo en que estamos inmersos, así como los fenómenos naturales que surgen con frecuencia en la vida diaria de los seres humanos. La ciencia y la ingeniería fueron, y son, los recursos que sirvieron para explicar y resolver muchos de los problemas planteados por la naturaleza. Cuando la matemática, gracias al cálculo infinitesimal, fue evolucionando y surgieron teorías como las ecuaciones diferenciales la matemática aplicada fue también enriqueciéndose; esto a partir del siglo XVIII en que se resolvieron algunos notables problemas. Así, por ejemplo, Euler hizo analítica a la mecánica; propuso las ecuaciones fundamentales del movimiento de los fluidos las que se usan en la hidrodinámica; Euler fue un matemático puro pero pudo ser “práctico cuando un problema práctico mereció su atención. Hizo contribuciones en el cálculo de variaciones así como en las ecuaciones diferenciales. En el siglo XIX la matemática aplicada se enriqueció mucho con el trabajo de Fourier y mucho más en el XX. En nuestro país la atención a este tipo de problemas, alrededor de la teoría de flujos de fluidos, creemos no fue muy atendida al menos hasta finales de los años 90's, salvo quizás algunos trabajos aislados. Es a partir de estos años en que la contribución del Dr. Obidio Rubio M. comienza a tener un espacio en la evolución de este tipo de estudios en el Perú. O. Rubio es profesor Principal de la Universidad Nacional de Trujillo (UNT), es Doctor en Matemática Aplicada y Doctor en Ingeniería Mecánica por la Universidad Federal de Río grande del Sur, Brasil. Ha ocupado cargos y responsabilidades institucionales diversas en donde se destaca el cargo de Editor de la Revista “Selecciones Matemáticas” del Departamento de Matemáticas de la UNT, cargo muy importante porque gracias a tal revista, que se publica dos veces por año, nuestro país es conocido a nivel internacional, lo cual es un orgullo para la comunidad matemática.

Por otro lado, O. Rubio tiene una amplia experiencia laboral y docente pues ha sido profesor en la Universidad Nacional de Ingeniería y en la Universidad del Callao; actualmente es profesor en la UNT. Ha sido, y es, profesor de Postgrado, tanto a nivel de maestría como de doctorado en la UNT y en otras universidades del país. Su producción bibliográfica y especializados en matemática es amplia sobre toda la segunda con artículos publicados en revistas nacionales e internacionales. También, por su labor académica ha recibido algunas distinciones y distinciones; es organizador de eventos científicos nacionales e internacionales, así como ha participado en diferentes eventos tanto como conferencista como organizador.

Veamos el interés científico de Rubio. En general está interesado en los flujos de fluidos; de su naturaleza matemática. En esta dirección está interesado en la solución numérica de modelos matemáticos relacionados con el fenómeno “El Niño”, algo de interés nacional por los daños que ocasiona este fenómeno. También es de su interés los fluidos dinámicos computacionales, las ecuaciones diferenciales estocásticas; los elementos finitos y la simulación de fluidos dinámicos; en esta dirección le interesa también la turbulencia atmosférica y la geofísica; además, y es un tema de moda en el actual mundo en que vivimos, le interesa la simulación numérica y el modelamiento matemático. Por ser de interés veamos algunos aspectos de estos temas.

Desde tiempos remotos la naturaleza nos ha atormentado con desbordes de ríos, torrenciales lluvias, turbulencias, terremotos, y otros fenómenos naturales; todo ello ha sido una preocupación de los seres pensantes de toda época, de los matemáticos en particular y así surgieron a través del tiempo distintos aportes hacia la solución de tales problemas naturales. En la dirección que nos ocupa, son los fluidos los que tienen nuestra atención, en particular la dinámica de los fluidos computacionales (DFC). Esta rama de la matemática trata sobre la simulación numérica de los flujos de fluidos, de cómo se transfiere el calor; estudia también la aeroacústica; la DFC surgió de combinar a la mecánica de fluidos con el cálculo numérico, dos interesantes áreas de la matemática aplicada; como se sabe el flujo de fluidos es gobernado por ecuaciones que tienen su origen en la mecánica de fluidos, las que son resueltas por métodos numéricos; en esta dirección se usan varios métodos de discretización. La DFC es aplicada en la industria, como por ejemplo en la fabricación de aviones, automóviles y navíos. Así, los países más desarrollados y que tienen una matemática pura y aplicada las más desarrollada posible son capaces de hacer este tipo de fabricaciones gracias también a sus poderes económicos. Esto es un ejemplo para mostrar en nuestro país sobre la importancia de la matemática aplicada. La ingeniería está recibiendo muchos beneficios de la DFC como son: analizar la aerodinámica de vehículos, simular la difusión de sustancias fluidas en diversos ambientes, reallzar la planificación y gestión de los recursos hídricos; en computación ciertos softwares están permitiendo, vía DFC, analizar fenómenos como las turbulencias, la transferencia del calor, modelar el flujo de fluidos, entre otras tareas.

Por lo expuesto estamos entendiendo que la DFC ya es una rama de la ingeniería y que en países como el nuestro nos imaginamos que en los departamentos de ingeniería se dan cursos sobre la DFC, y de otras ramas afines pero más modernas y mejores recursos matemáticos. Así, en las ecuaciones que se usan se deben enseñar las famosas ecuaciones de Navier - Stokes pues ellas describen el comportamiento del flujo de fluidos en diversas situaciones; esas ecuaciones se aplican en la DFC, en la aerodinámica, en la ingeniería biomédica; ellas describen cómo cambia la velocidad y la presión de un fluido en función del tiempo y de su ubicación en el espacio. Algo que ya Wiener proclamó: la DFC es una rama interdisciplinaria en donde interviene la matemática, la física y la informática para

de esta manera simular y analizar el comportamiento de los fluidos usando métodos numéricos. En relación con la ciencia de la salud la DFC se aplica también a la biología y a la medicina. El mundo físico no es lineal y esto hace difícil encontrar soluciones en ciertas situaciones como, por ejemplo, en los flujos turbulentos; como se sabe hay países que sufren periódicamente los destrozos causados por huracanes, por tormentas muy peligrosas, y las soluciones son aproximaciones. Conforme la ciencia avance y se tengan mejores recursos matemáticos ojalá que tales desgracias sean mínimas en el futuro. Se confía que las investigaciones en la DFC produzcan modelos de turbulencia más sofisticados y se usen computadoras de alto rendimiento para que las simulaciones sean más óptimas. De esta manera la DFC está posibilitando hacer simulaciones más avanzadas y con mayores posibilidades en la industria. De esta manera la DFC está innovando a la ingeniería para bienestar de la sociedad pues ella es una herramienta fundamental para el análisis y diseño de diferentes estructuras y sirve para situaciones prácticas, como en la industria de alimentos. Algo más sobre la utilidad de la DFC en la industria: sirve para precisar el movimiento del aire y de su calidad en el interior de los edificios, así como diseñar los sistemas de ventilación; en casos de incendios se aplica en el movimiento del humo (esto es muy útil en Lima donde con frecuencia hay incendios); es útil también en los equipos electrónicos pues proporciona ayuda en la optimización de procesos evacuación de calor en alternadores y redes; es útil en la industria aeroespacial ya que simulando con la DFC es factible visualizar procesos de ventilación externa o refrigeración y permitiendo así diseños más seguros y eficientes; en la ciencia de la salud se usa la DFC para observar el flujo de la sangre y así tener mejores diagnósticos. Y así . . .

Respecto a la turbulencia, las ondículas también tienen sus aplicaciones pues estudiar aquella mediante esta herramienta matemática ha motivado muchas investigaciones; veamos algunas ideas, según el interesante libro [15]. Tan pronto las ondículas fueron introducidas en 1984 surgieron muchas aplicaciones en variadas áreas de la física e ingeniería, más concretamente en la dinámica de fluidos y en la turbulencias; en estas investigaciones se usaron modelos fractales o multifractales. También vía las ondículas se estudió el tratamiento numérico de las ecuaciones de Navier - Stokes y se especuló si este método es mejor que los métodos conocidos! Respecto a las turbulencias, ellas fueron estudiadas vía las ondículas usándose el procesamiento de imágenes y la transformada de Fourier. Se formuló una teoría estadística de la turbulencia vía el análisis de Fourier. El lector interesado en estos argumentos es sugerido ver el capítulo 9 de [15] “Wavelets and Turbulence”.

En conclusión podemos decir que lo expuesto en 6.1. y en esta subsección son dos contribuciones muy importantes pues nos dicen lo importante que es la matemática aplicada y que debemos apoyar su desarrollo, entre otras áreas, para lograr el progreso científico e industrial en el Perú!

7.3. La Sociedad Peruana de Matemática Aplicada y Computacional. (SPMAC). En nuestro país casi nunca ha existido una real voluntad por desarrollar la ciencia y en particular la matemática; esto porque siempre nuestros gobiernos no tuvieron la asesoría adecuada para entender que el desarrollo de un país, entre otros aspectos, descansa en el nivel científico que tenga, así lo demuestran los actuales países líderes del mundo actual, porque han desarrollado tecnologías que les han permitido resolver sus problemas esenciales. El actual panorama general del Perú pareciera que las cosas no van a mejorar, lo que es muy lamentable. Por todo esto es muy loable que un grupo de profesores de diversas áreas se reunieran en la ciudad de Trujillo y el 26 de abril del 2000 fundaron la “SOCIEDAD PERUANA DE MATEMÁTICA APLICADA Y COMPUTACIONAL”, (SPMAC), con el objetivo de estimular, estudiar e investigar problemas que surgen en el mundo físico haciendo uso de las matemáticas, de sus aplicaciones y de los adelantos computacionales. La motivación de esta feliz idea, entre otras, fue lo que en forma similar se hacía en países vecinos como es la “Sociedade Brasileira de Matemática Aplicada y Computacional” y Trujillo fue precisamente la sede del III Panamerican Workshop on Applied and Computational Mathematics realizada del 20 al 26 de abril de ese año.

La SPMAC es una institución legalizada y su partida de nacimiento fue hecha en Trujillo, Perú, siendo 74 sus socios fundadores. Es una sociedad sin fines de lucro, de carácter científico, cultural y con proyecciones hacia la comunidad en general. Sus objetivos son: reunir a las personas interesadas en el uso de las matemáticas y la computación en diversas áreas; propiciar el trabajo conjunto del matemático con profesionales de otras áreas; promover y realizar eventos, nacionales e internacionales, para difundir los últimos avances producidos en distintas áreas; formar grupos de estudios e investigación para abordar problemas donde la matemática y la computación tienen un rol fundamental. Es decir, se desea cumplir el sueño de N. Wiener quien introdujo la cibernética en donde se realiza un trabajo interdisciplinario.

Así mismo, la SPMAC planifica diversas acciones como son: celebrar distintos tipos de eventos científicos con el fin de intercambiar experiencias entre sus participantes; formar comisiones de trabajo para realizar distintas actividades en pro de la sociedad como la parte económica dado que no se tiene un soporte estatal ni de otra fuente. La SPMAC es consciente de que no tenemos un adecuado desarrollo de las ciencias y por ello siempre importamos tecnologías; nos hace falta una profesionalización técnica, especializada; y todo esto por falta de una decisión política en ciencia y tecnología por parte de quienes nos gobiernan. En consecuencia, esta situación exige una participación activa, colaboración y aporte de ideas para que SPMAC pueda cumplir con sus objetivos. Sin embargo, aún no teniendo las facilidades del caso y como es, casi, costumbre en nuestro país las acciones son

realizadas por pequeños grupos de personas, que en el caso de SPMAC debemos destacar la entrega elogiada del Profesor Obidio Rubio M. quien lidera esta Sociedad en condiciones difíciles pero aun así se han realizado en estos 25 años de vida actividades como plenarias, talleres, cursos, sesiones técnicas, que pasamos citar como un estímulo a seguir por los futuros directivos de la Sociedad y que pasamos a citar.

7.3.1. Congreso Internacional de Matemática Aplicada y Computacional . Dentro de las actividades Científicas - Pedagógicas de la SPMAC. Se realizaron varias versiones de lo que llamamos los Congresos Internacionales de Matemática Aplicada y Computacional - CIMAC:

- (i) CIMAC - I. 2001, 20 - 24 marzo. Universidad Nacional de Trujillo (UNT). Trujillo.
- (ii) Simposio Nacional de Matemática Aplicada y Computacional. UNALM. 2002, 5 - 10 agosto. Lima.
- (iii) CIMAC - II. 2003, 11 - 15 agosto. UNMSM - Facultad de Sistemas. Lima.
- (iv) CIMAC - III. 2005. U.N. del Callao. Facultad de Sistemas. Callao.
- (v) CIMAC - IV. 2008, agosto. UNPRG. Lambayeque.
- (vi) CIMAC - V. 2010, 2 - 6 agosto. UNSAAC. Cusco.
- (vii) CIMAC - VI. 2012, 27 - 29 agosto. UNJBG. Tacna.
- (viii) CIMAC - VII. 2014, 08 - 13 octubre. UNT. Trujillo.
- (ix) CIMAC - VIII. 2016, 23 - 26 agosto, UNI. Lima.
- (x) CIMAC - IX. 2019, 21 - 24 agosto. UNALM. Lima.
- (xi) CIMAC - X. 2021, 19 - 28 agosto. UNAS. Tingo María.
- (xii) CIMAC - XI. 2023, 1 - 4 agosto. UNAS. Tingo María.
- (xiii) CIMAC - XII. En proceso; UNAP. Puno.

Además, la SPMAC ha organizado otros eventos como son

- (xiv) Simposio Peruano de Matemática Aplicada y Computacional. 2002, 5 - 10 agosto. UNALM. Lima.
- (xv) Seminario Nacional de Ondículas ("Wavelets") - SEWA
SEWA I. 2002, 3 - 4 junio. UNT. Trujillo.
SEWA II. 2003, 12 - 13 agosto. UNMSM. Lima.
- (xvi) ITALIAN LATIN AMERICA CONFERENCE ON APPLIED AND INDUSTRIAL MATHEMATICS - ITLA. 2007, diciembre. UNT. Trujillo. VI - 2012. Rosario. ITLA. IV - VI.

7.3.2. Seminario Internacional de Biomatemática. Es otra actividad Científico Pedagógica, del SPMAC, que como hemos mencionado en 6.1. en la Universidad de San Marcos se formó un grupo para estudiar e investigar la ciencia de la salud lo cual es una actividad muy importante por la naturaleza de los temas a estudiar, la salud!, algo de interés para todos nosotros y que también es una actividad interdisciplinaria en donde la matemática y sus aplicaciones juegan un rol fundamental. Ya desde décadas atrás en diversos países, la medicina, la biología y áreas familiares vienen siendo investigadas por grupos de diversas especialidades pues la naturaleza física del cuerpo humano es muy complejo y se requieren de métodos y técnicas especializadas; por tal razón deseamos que este grupo logre crecer con el trabajo unificado de sus miembros. Al igual que el CIMAC, Biomatemática es una iniciativa de profesores, donde se destaca el entusiasmo, vocación y entrega de la Profesora Roxana López C., que requiere de un apoyo de un proyecto estatal que brinde los financiamientos para que se puedan hacer más proyectos con las condiciones necesarias con tales objetivos. Pero, Biomatemática ha realizado diversas actividades que han prestigiado a nuestro país y que pasamos a describir.

- (i) II Seminario de Biomatemática. 2004, 11 - 13 agosto. UNMSM. Lima.
- (ii) III Seminario Internacional de Biomatemática.
- (iii) IV Seminario Internacional de Biomatemática. 2007, 16 - 18 agosto. UNPRG. Chiclayo.
- (iv) V. Seminario Internacional de Biomatemática. 2009, 8 - 10 enero. UNT. Trujillo.
- (v) VI Seminario Internacional de Biomatemática. 2010, 4 - 8 enero. UNMSM . Lima.
- (vi) VII Sembimat. 2011. Previniendo enfermedades con las matemáticas.

- (vii) VIII Sembomat. 2012, 7 - 10 agosto. UNSAM. Huaraz. Perú.
- (viii) IX Sembomat. 2013, 7 - 9 agosto. Cusco. Perú.
- (ix) X Sembomat. 6 - 8 agosto. Tingo Maria. Perú.
- (x) XI Sembomat . 2015 , 6-8 agosto . Piura . Perú .
- (xi) XII Seminario Internacional de Biomatemática. 2016, 2 - 5 agosto. Universidad de Lima. Lima.
- (xii) XIV Seminario Internacional de Biomatemática. Primera Escuela Sembomat. 2018, 3 - 5 diciembre. Lima.
- (xiii) Coloquio Internacional de Biometría en Ciencias de la Vida. 2018, 5 - 7 diciembre. UNMSM. Lima.
- (xiv) XV Sembomat. 2020, 11 - 26 setiembre. UNMSM. Lima.
- (xv) XVI Seminario Internacional de Biomatemática. 2021, 17 - 22 diciembre. Cusco.
- (xvi) XVII Seminario Internacional de Biomatemática. 2023, 13 - 16 diciembre. Perú.
- (xvii) XVIII Sembomat. En honor al Prof. E. González O. 2025, 20 - 21 marzo. Lima.

Así mismo, la SPMAC auspicia diversos eventos sobre temas afines. Ha publicado su Boletín, números 1 y 2; también su libro de resúmenes: CIMAC I, II; vía online tiene el Libro de resúmenes de CIMAC IX, X y XI.

7.4. Conclusión. Consideramos que las actividades de la SPMAC y de Sembomat merecen nuestro reconocimiento por la ardua labor que realizan en pro de la ciencia en nuestro país y ojalá que continúen con nuevos proyectos con la colaboración de más interesados en estos bellos proyectos y ojalá se tenga también el apoyo estatal!

Author contributions. El autor es responsable de la definición, selección y discusión del material.

Funding. Este trabajo no ha recibido fondos externos .

Conflicts of interest. Declaro que no hay conflicto de interés.

ORCID and License

Alejandro Ortiz Fernández <https://orcid.org/0000-0002-9380-4301>

This work is licensed under the [Creative Commons - Attribution 4.0 International \(CC BY 4.0\)](#)

Referencias

- [1] Israel G, Millán A. El mundo como un juego matemático. Ciencia Abierta. 2. Nivola. España. 2001.
- [2] La nueva matemática. Salvat Editores. S.A. Barcelona. 1973.
- [3] Lahoz-Beltrá R. Turing: Del primer ordenador a la inteligencia artificial. Nivola 24. España. 2009.
- [4] Almira JM. Norbert Wiener. Un matemático entre ingenieros. Nivola 41. España. 2009.
- [5] Heath TL. The work's of Archimedes. Cambridge at the University Press. 1897.
- [6] Hawking S. (Editor). Dios creó los números. Crítica, Barcelona. 2010.
- [7] Durán A. La fuerza más atractiva del universo. Newton. La ley de la gravedad. Grandes Ideas de la Ciencia. España. 2012.
- [8] Boyer C. Historia de la matemática. Alianza Editorial. 1987.
- [9] Stewart I. Historia de las matemáticas en los últimos 10,000 años. Crítica. Barcelona. 2007.
- [10] Kline M. El pensamiento matemático de la Antigüedad a nuestros días. Alianza Editorial. Madrid. 1972.
- [11] Gracián E. Piedra , papel, teorema. von Neumann, La teoría de Juegos. Grandes Ideas de la Ciencia. España. 2013
- [12] Almira JM. Norbert Wiener: Un matemático entre ingenieros. Nivola 41. España. 2009.
- [13] Heims SJ. John von Neumann y Norbert Wiener. Vols. 1 y 2. Salvat. Barcelona. 1986.
- [14] Wiener N. Cibernética y sociedad . Tercera Edición. Edit. Sudamericana. Buenos Aires. 1988.
- [15] Jaffard S, Meyer Y, Ryan R. Wavelets .Tools for science and technology. Siam. Philadelphia. 2001.
- [16] Heil Ch, Walnut D. (Editores). Fundamental papers in wavelet theory. Princeton University Press. USA. 2006.
- [17] Hubbard B. The world according to wavelets. AK Peters. Wellesley Massachusetts. 1996.
- [18] Ortiz A. Ondículas ("wavelets"), un paseo histórico-analítico. Vols. 1y2. (inéditos). UNT, PUCP. Perú. 2011-2012.
- [19] Du Sautoy M. La música de los números primos. Barcelona. Acantilado. 2007.

- [20] Le Lionnais F (Editor). Las grandes corrientes del pensamiento matemático. Eudeba. Argentina. 1962.
- [21] Whitehead AN. Science and the modern world. Cambridge at the University Press. 1929.
- [22] De Guzmán M. Impactos de la matemática sobre la cultura. La Ciencia ante el siglo XXI. Abril. 1994.
- [23] Ortiz A. Fundamentos matemáticos para aplicaciones. (Inédito). UNT. PUCP. 2005.
- [24] Akay M. Time frequency and wavelets in biomedical signal processing. IEEE Engin. in Med. and Biol.Soc. 1997.
- [25] Stein EM, Weiss G. Introduction to Fourier analysis on euclidean spaces. Princeton University Press. Princeton. 1971.