



## SELECCIONES MATEMÁTICAS

Universidad Nacional de Trujillo

ISSN: 2411-1783 (Online)

2020; Vol. 7(2): 368-389.



### MATHEMATICS EDUCATION

#### **Evolución de la matemática en la Universidad Nacional de Trujillo: Mi vivencia con la matemática**

#### **Mathematics evolution in the Universidad Nacional de Trujillo: My life experience with mathematics**

Alejandro Ortiz Fernández 

Received, Set. 31, 2020

Accepted, Nov. 30, 2020



#### How to cite this article:

Ortiz Fernandez A. *Evolución de la matemática en la Universidad Nacional de Trujillo: Mi vivencia con la matemática*. *Selecciones Matemáticas*. 2020;7(2):368–389. <http://dx.doi.org/10.17268/sel.mat.2020.02.17>

#### Resumen

*Describir nuestra vida académica profesional en la Universidad Nacional de Trujillo en el periodo 1960 - 1989 (febrero). Dejar un legado a las presentes y futuras generaciones.*

**Palabras clave.** Matemática, UNT, espacios de funciones, integrales singulares.

#### Abstract

*To describe our academic-professional life in the UNT during the period of 1960 - 1989 (february)- To leave a legacy to the present and future generations.*

**Keywords** . Mathematics, UNT, spaces of functions, singular integrals.

**1. Introducción.** Presentamos un resumen descriptivo, el cual pretende ser una autobiografía del autor como profesor en la Universidad Nacional de Trujillo(UNT) por 30 años, en el período 1960 -1989 (febrero) y tiene por objetivo dar un mensaje a los colegas docentes y estudiantes de matemáticas en el país. En esta obra el autor narra sus experiencias, sus dificultades y algunas frustraciones en su anhelo de contribuir al progreso de la matemática pura en la UNT. El nivel matemático en Trujillo, en la segunda década de los años 1950's, era muy limitado y la creación de la matemática pura en 1957 fue el inicio de una aventura académica que creemos tuvo sus frutos. Estas vivencias en detalle se exponen en el libro del mismo [1].

Las nuevas generaciones, a partir de los años 1960's fueron concientes de hacer esfuerzos por mejorar tal nivel; esto, con énfasis en el análisis matemático, es descrito en la obra del Prof.Ortiz y constituye una parte de la historia de la matemática en el norte de nuestro país. El libro consta de 22 breves secciones, que los numeramos a continuación:

1. ¿Porqué escribir este libro?.
2. Breve visión de la matemática en los siglos XIX y XX.
3. La matemática en América.
4. La matemática en el Perú I: Pre-inca e inca.
5. La matemática en el Perú II: Siglo XIX.
6. La matemática en el Perú II: Siglo XX.
7. Los inicios: primaria, secundaria.
8. Estudios en la UNT: 1956-59.
9. Ingreso a la docencia universitaria.
10. La Universidad Nacional de Brasilia.

\*Sección de Matemática. Pontificia Universidad Católica del Perú- PUCP, Perú (jortiz@pucp.edu.pe).

11. Periodo 1965-1967(setiembre).
12. La matemática de Chicago .
13. Período 1968-1969: UNT.
14. Regresando a la Universidad de Chicago.
15. Perioso 1971-1972: UNT.
16. Nuestro primer libro: Operadores Integrales Singulares(1972).
17. El análisis armónico en la UNT: Período 1974-1979.
18. Período 1976-78: Tres publicaciones.
19. Período 1976-78: Últimos ocho años en la UNT.
20. La enseñanza de la matemática... hasta 1984.
21. Periodo 1986-1988: Nuestro último legado.
22. Otras actividades.

## 2. Estudios en la UNT. (1956-1959).

*“¡Ay!, mi vida está limitada, y el conocimiento no tiene límites.”*

Tschuangtsé.

*“El hombre más feliz es el que encuentra paz en su hogar.”*

Goethe.

**2.1. Antecedentes.** En las anteriores secciones hemos presentado un panorama del progreso de la matemática en Europa en los siglos XIX y XX, así como en países como México, Argentina y Brasil. Así mismo dimos un panorama de la matemática en nuestro país hasta mediados del siglo pasado. Por otro lado, lo expuesto en [1] §7, nos da también una idea de nuestro nivel matemático hasta 1955; en 1956 ingresamos a la Universidad Nacional de Trujillo (UNT) y encontramos que el nivel matemático en la ciudad era limitado, de acuerdo al nivel cultural que se tenía entonces; las comunicaciones eran lentas y el proceso natural de progreso era muy lento; las actividades matemáticas que se hacían en San Marcos, por ejemplo, no se conocían en Trujillo, mucho menos se conocía del gran progreso matemático que se había logrado en el siglo XIX y en el XX. Trujillo era una ciudad conservadora que conservaba sus costumbres y valores heredados de un sistema social-económico que nada contribuyó a la cultura en general, y menos al conocimiento científico, entre ellos, al progreso matemático. En este escenario la UNT jugó un muy importante papel pues la clase “media-baja” comenzó a surgir y a prepararse para ser profesionales y tener así cierto poder social-profesional; en este escenario la carrera de derecho era una de las más importantes y valoradas junto con la ingeniería (entonces la UNT sólo formaba ingenieros químicos) y la medicina; así surgió una clase de profesionales cuyo trato y desarrollo estaban aún dentro del molde tradicional y con valores cuestionables.

Veamos brevemente el panorama del nivel matemático que había en Trujillo alrededor de los años 1950's, época en que yo ya tenía cierta coincidencia de nuestra realidad. En esa época, y aún hoy, todo joven con buenas condiciones para la matemática era (es) sugerido para que estudie alguna ingeniería; de esta manera fueron los ingenieros y también los contadores públicos (algunos formados en la UNT, otros en Lima) quiénes eran los “matemáticos” de nuestra ciudad; remarco que aún no existía entonces la carrera de matemático puro; esto era también una realidad en el resto del país excepto en Lima en donde en San Marcos si se formaban matemáticos pero estos eran muy pocos y pocos conocidos por la comunidad en general. En este escenario también debemos considerar a los profesores de secundaria, especialidad matemáticas quiénes eran formados por las Facultades de Educación; algunos de ellos por iniciativas personales hacían progresos y llegaron a ser profesores en la universidad. Así las cosas, podemos imaginar el nivel de formación matemático que recibían los alumnos de ciencias, y aún de letras. Trujillo en los años 50's era una ciudad calma, tranquila, conforme con lo que se tenía y sobre todo poca información se tenía de lo que ocurría en Lima, en San Marcos, respecto a la matemática (ver sección §6). No existía otros proyectos hasta, más o menos, 1955 en que se iniciaría nuevas aventuras académicas.

**2.2. La Facultad de Ciencias. Ingeniería Química.** Terminamos la secundaria en diciembre de 1955; cada alumno de nuestra promoción tomaría su propio camino; en mi caso deseaba ser ingeniero por el estatus que esta profesión tenía en Trujillo y deseaba estudiar en Lima, en la Escuela de Ingenieros como algunos de mis compañeros lo hicieron, pero esto no pudo concretarse por razones no académicas; luego me quedaba la opción de prepararme sólo para ingresar a la UNT en donde existía sólo la ingeniería química pero como me atraía la matemática me enteré que la universidad ofrecía la carrera de profesor de secundaria, especialidad matemática. Me preparé en el verano de 1956 e ingresé a la UNT matriculándome en las Facultades de Ciencia y en la de Ingeniería Química; en la Facultad de Ciencias los alumnos estaban dos años al final del cual iban a sus especialidades (medicina, matemáticas y biológicas), en mi caso fui a la Facultad de Educación para salir como Profesor de Secundaria, especialidad Matemáticas. Esta carrera la terminé graduándome como tal en diciembre de 1960.

En el **primer año** en la Facultad de Ciencias llevé los siguientes cursos: **Aritmética Teórica y Práctica** que lo dictó Don Indalecio Puig y fue elemental, casi al nivel de lo aprendido en el colegio; en esos tiempos los cursos eran anuales, de abril a diciembre, y así no recuerdo de lo que se hizo en este curso. **Geometría y Trigonometría Esférica** que lo dictó Don Virgilio Rosales R. quién dio más énfasis a la trigonometría (también casi a nivel del colegio) y lo desarrolló en base a varios libros y que no los teníamos. Es oportuno remarcar que en estos tiempos habían en la universidad continuas huelgas, algunas duraban meses y por tanto poco se hacía en un curso anual. En otras condiciones, este curso pudo habernos dado una sólida base en geometría y en trigonometría a un nivel más avanzado a lo que por nuestra cuenta habíamos aprendido en la Academia del colegio. **Geometría Analítica 1** también dictado por Don Virgilio Rosales; digamos que el ambiente bibliográfico que encontré en la Facultad estaba dominado por dos libros: la “Geometría Analítica” de Ch. Lehmann y el “Cálculo Diferencial e Integral” de W. A. Granville, pero en esos tiempos no habían en Trujillo muchos libros de matemáticas. Don Virgilio desarrolló la geometría analítica en el plano y para nueve meses que duró el curso poco se avanzó, casi no fuimos entrenados en la solución de ejercicios y problemas, menos de cierto nivel (extrañábamos nuestra competencia en la Academia!), capaz porque al final seríamos profesores de secundaria; como llevaba dos carreras no tenía algún tiempo para avanzar por mi cuenta. **Cálculo Diferencial e Integral 1**, fundamental curso que fue dictado por Don Gilberto Tresierra C., quien fue mi profsor de aritmética y geometría plana en el colegio San Juan, con quién también hice gran amistad en nuestra vivencia en la academia “Federico Villarreal”, esto es el plano afectivo, personal, pero en el plano académico-matemático este importantísimo curso fue dictado en forma muy débil; en nueve meses sólo se hizo un poco de cálculo diferencial con ausencia de ejercicios y problemas; no tuvimos un libro texto no obstante qué existía el libro de Granville; esto fue nuestra realidad y desde luego lo aceptamos y respetamos; entiendo que mis profesores hicieron lo que pudieron. **Física 1** fue dictado por Don Javier Trevisani, un profesor “buena gente” qué hacía el curso para que los alumnos estén contentos y nadie reclame; tuvimos un libro texto en donde pudimos aprender algo más e informarnos de tantas cosas nuevas para nosotros que existían en el mundo de la física.

**2.2.1. La Ingeniería Química.** En el año 1956 también me matriculé en el primer año de ingeniería química donde también llevé algunos cursos de matemáticas y de física los que fueron: **Revisión de Matemática** dictado por Don Alfonso Chávez Cabrera quien había sido mi profesor de geometría del espacio y trigonometría en el colegio San Juan y con quién ya teníamos cierta amistad; fue un curso aceptable para aquellos tiempos y nos dio la oportunidad de conocer el libro “Álgebra Superior” de H. S. Hall-S.R. Knight, una excelente obra que contenía ejercicios problemas de dificultad para nosotros, muchos de ellos eran abstractos algo que no sabíamos manejar entonces; Don Alfonso usó este libro para desarrollar el curso y por tanto pudimos aprender muchas cosas nuevas y dejaron huellas en nuestro aprendizaje. **Geometría Descriptiva**, curso completamente nuevo para nosotros que fue dictado por don Grimaldo Luna Victoria, un ingeniero civil que acababa de graduarse en la Escuela de Ingenieros en Lima y por tanto venía con cierto prestigio e hizo un curso con cierta exigencia; debo confesar que mi vivencia en este curso fue muy fugaz pues fue la primera y última vez que lo llevé y por tanto casi no tengo huellas en mi aprendizaje de la matemática, sin embargo, con Don Grimaldo hicimos cierta amistad de aprecio mutuo. **Geometría Analítica**, curso dictado por don Miguel Zamora B. quien también fue un ingeniero civil egresado de la Escuela de Ingenieros; para bien de nosotros.

**Cálculo Diferencial e Integral 1**, también dictado por Don Miguel Zamora quien con su personalidad conocida nos hizo aprender el cálculo siempre al nivel de lo que un ingeniero de esa época podía enseñar la matemática. Lamentablemente este curso no lo pude culminar con el examen final por una desagradable anécdota que ocurrió, lo que no es oportuno detallar; sin embargo, con Don Miguel llegamos a ser colegas en la UNT y tuvimos un aprecio mutuo. **Física 1** dictado por Don Aurelio Cameri, un ingeniero de la UNT quien era un expositor agradable por su forma de exponer sus lecturas y que nos hizo resolver problemas de física. También en este año llevé el curso de **Química Inorgánica** con el Ing<sup>o</sup>. Reyes Príncipe con sus respectivas prácticas en un laboratorio.

Al final de este primer año de estudios hice un balance sobre mi experiencia en ambas carreras y llegué a la conclusión de que la ingeniería química no era mi vocación aún cuando en ella aprendí una matemática mejor que la que la recibida en la Facultad de Ciencias; así, mi futuro se redujo a continuar en esta facultad donde estaría un año más para luego pasar a la Facultad de Educación. Pero cuando ingresé a la UNT encontré un ambiente de inquietud y de gestión por parte de todos mis compañeros, algunos ya en la Facultad de Educación. Tal inquietud fue sobre la creación en la UNT la carrera de ingeniería civil, algo que yo deseaba estudiar desde mi época colegial pero más motivado porque varios de mis compañeros de colegio estudiarían en Lima y porque la matemática básica que se enseñaba en los cursos básicos en la Escuela de Ingenieros era bastante competitiva (así como sus exámenes de ingreso a la universidad) y yo no deseaba quedarme atrás; en realidad yo no sabía si mi verdadera vocación era la de ingeniero civil. Por otro lado, en este año (1956) se formaron comisiones para elaborar un proyecto qué sería presentado a las

autoridades de la universidad; una comisión viajó a Lima en busca de mayor información a fin de optimizar la gestión. El proyecto no fue aprobado por diversas razones que nos dieron y de un modo natural surgió la cuestión, ¿qué hacemos ahora?... en mi caso seguir la ruta para ser profesor de secundaria (anhelaba enseñar en mi colegio San Juan!). Pero, nuevamente, por ahí surgió una nueva idea: ¿porqué no crear en Trujillo la carrera de matemática pura?, ella ya existía en San Marcos desde hace muchos años. Muchos nos preguntamos, ¿en qué consiste esta carrera?, ¿Cómo se gana la vida un matemático puro?.

**2.2.2. Segundo Año en la Facultad de Ciencias. 1957.** El proyecto de crear la carrera del matemático puro en la UNT prosperó aún cuando no conocíamos bien su utilidad y sobre todo el campo laboral futuro, pero aún así nos sentíamos más motivados pues intuíamos que esta profesión podría tener más proyecciones que la de ser profesor de secundaria (una lástima por cierto!). Así, en este año 1957 la matemática pura llegó a Trujillo! En este escenario hago mi segundo año en la Facultad de Ciencias; los cursos que llevábamos fueron: **Geometría Analítica 2** que fue dictado por Don Virgilio Rosales y en nueve meses que duró el curso poco se avanzó pues nos quedamos en la entrada de la geometría en el espacio, no llegamos a ver superficies y fue un vacío que tuvimos por muchos años. **Cálculo Diferencial e Integral 2** también dictado por Don Virgilio Rosales; en este fundamental curso también se avanzó poco en nueve meses; creo que llegamos a ver la integral y sólo se trató los casos más simples. Fue una gran lástima que ambos vitales cursos no lo hallamos aprendido de un modo sólido, aunque sea poco pero bien fundamentado; no creo que este retraso se deba sólo las continuas huelgas que habían, sino a la formación débil que tenían nuestros profesores, algunos eran profesores de colegio, otros ingenieros y algunos gente que no había terminado sus estudios (en carreras no matemáticas) pero que llegaron a la docencia por razones no académicas. Lamentamos esta situación pues se perdieron años vitales sobre todo en la formación y entrenamiento de una mente crítica que nos forme para resolver problemas difíciles. **Física 2** enseñado por Don Javier Trevisani quien continuó lo hecho en física 1 según un texto de física que nos ayudó en nuestro aprendizaje; remarco que respecto a los cursos de cálculo 1 y 2 no llevamos formalmente libro de Granville, libro que estaba en el ambiente de entonces, cada estudiante por iniciativa propia recurría al libro para ver ejemplos y ejercicios simples. Si entre ambos cursos se hubiera hecho un 70 en promedio, hubiéramos tenido una aceptable formación en cálculo. Por otro lado, y es natural, los exámenes finales (no habían talleres, prácticas dirigidas ni calificadas) no eran exigentes, eran al nivel de lo que nos enseñaban.

**2.2.3. La Matemática Pura. El Viaje a Lima.** Dos acontecimientos importantes ocurrieron en este año (1957): (i) El funcionamiento de la carrera del matemático puro y (ii) la excursión a Lima que hicimos un grupo de estudiantes y algunos profesores; era la **primera vez** que visitaba Lima! La idea era conocer el ambiente matemático de San Marcos, conocer a sus profesores y tener algún contacto con algunos alumnos, como ver las publicaciones que podían tener. En mi caso tuve una grata experiencia con lo visto en San Marcos y deseaba regresar pronto en busca de motivaciones para estudiar al año siguiente (1958) el tercer año de matemáticas pura.



**Educación. UNT. 25 Enero 1957.**

En este año (1957) vinieron a Trujillo los profesores Oscar Valdivia G. y Alberto Vidal C.; Don Oscar dictaría los cursos de matemática y Don Alberto los de física. Así se inicia la era de enseñar en Trujillo una matemática (y una física) con argumentos más modernos para entonces en la UNT; el cambio no podía ser brusco, se tuvo que avanzar un poco lento aún; Valdivia dictó el curso de análisis matemático a los que serían la primera promoción e introdujo un libro que recién aparecía, la obra de T. Apóstol sobre análisis matemático el cual era avanzado para el nivel que existía en Trujillo; en realidad se hizo poco de este libro pero tuvo la importancia de mostrarnos lo mucho que teníamos que aprender. Es oportuno remarcar que en ese tiempo eran poquísimos los jóvenes interesados en estudiar matemática pura y de éstos casi la mayoría

eran de cierta edad avanzada que habían dejado de estudiar algunos años pero teníamos que convencerlos para que se matriculen y pueda funcionar el tercer año de matemática pura al cual yo no pertenecía, estaba haciendo el segundo año en la F. de Ciencias. Precisemos lo siguiente: un alumno ingresa a la Fac. de Ciencias donde estaba dos años; luego tenía la alternativa de ir a la F. de Educación para ser profesor de secundaria y/o estudiar matemática pura para ser “matemático puro”; la mayoría se iba a Educación.

Es justo mencionar que en este segundo año de estudios en la F. de Ciencias Don Virgilio Rosales fue nuestro profesor del primer curso de análisis matemático lo que, creo, fue un reto para él enseñarlo pues se hizo muy poco para nueve meses que duró el curso pero nos fue muy útil pues nuestro profesor se guiaba por un libro de Mario González sobre funciones de variable compleja; si bien no se avanzó mucho fue la primera vez que vimos un curso en base a figuras curiosas pues nos estaba enseñando las primeras ideas de la teoría de conjuntos; recuerdo que nos hablaba de conjunto abierto, cerrado, de punto de acumulación, punto aislado y de otras cosas que nunca habíamos escuchado. En 1959 tuve la oportunidad de adquirir el libro de M. González y pude apreciar que había todo un mundo por aprender en el campo de la variable compleja.

Así Terminamos el segundo año de estudios y estaba entusiasmado por llevar dos carreras a la vez, una en la F. Educación y la otra en la de F. de Ciencias Físicas y Matemáticas de reciente creación; nuevos horizontes aparecían en Trujillo.

### 2.3. Nuestros Estudios de Matemáticas Puras. 1958.

*“Las leyes de la naturaleza no son más que los pensamientos matemáticos de Dios”.*

Euclides.

En 1957, aún no siendo alumno de los profesores Vidal y Valdivia adopté la costumbre de conversar con ellos, con cierta frecuencia, sobre el ambiente de San Marcos, sobre los profesores, en fin, indagaba según como las cosas salían al conversar; ellos me aceptaron como casi un nuevo amigo y satisfacían mis curiosidades. Esta costumbre se conservó hasta cuando ellos estuvieron en Trujillo lo cual me permitió tener una información académica muy útil y una motivación en mis estudios.

La tarea era comenzar a llenar las diversas lagunas que tenía sobre cosas básicas. En este ambiente me matriculé en el tercer año de matemática pura pero también en el tercer año en la Facultad de Educación donde llevaría cursos de letras, de pedagogía, metodología,... Don Oscar Valdivia nos enseñó **Análisis Matemático 2** quien hizo los primeros capítulos del libro de Apóstol, “Mathematical Analysis”, curso que nos abrió el panorama de lo que había en esta área, un cálculo avanzado cuyos pre requisitos no lo teníamos; aprender gran parte de este libro fue un reto por varios años de estudios. Este libro determinó nuestro interés futuro por el análisis matemático.

Observemos que nos faltaba un profesor para el área de geometría y para el álgebra; este año vino otro egresado de San Marcos, Don Ernesto López Carranza quién nos enseñó el curso de **geometría diferencial** y fue cuando sentimos lo débil que estábamos en geometría analítica y en el cálculo diferencial-integral, por ello tampoco se pudo avanzar mucho.



Profesores. O. Valdivia (izq) y A. Vidal. UNT. 1957.



Don Ernesto López C. UNT. 1960.

Don Ernesto, también era un ingeniero mecánico de la Escuela de Ingenieros, era muy buen expositor, buena letra y cuidadoso en sus lecturas; tenía un carácter amigable y tenía frases que nos entretenían. En el área de la física, Don Alberto Vidal nos enseñó **Física Teórica 1** y Don Mario Sato el curso de **Física Atómica** quién fue un ingeniero químico graduado en la UNT y recién regresaba del Japón. Como apreciamos, en esta época la matemática y la física se enseñaban juntas y el estudiante escogía su camino al

andar; el camino de la estadística aun no aparecía pero sí llevábamos el curso de cálculo de probabilidades, lo mismo sucedía con el curso de astronomía. Esto fue aproximadamente en el año 1958; nuestra vivencia matemática iba avanzando poco a poco, aún teníamos mucho por aprender en la matemática básica. Y este año salió la **Primera Promoción de Matemática Pura** la que estuvo integrada por: Juan García Cribilleros (matemática), Pedro González Cueva (matemática), Rogelio Llatas Vázquez (física) y Vilma González (?).

**2.3.1. Agradecimiento póstumo.** Desde que Don Alberto Vidal llegó a Trujillo en 1957 nos unió una gran amistad lo que nos motivó para seguir adelante en nuestros estudios así como el tener algunos contactos con matemáticos mexicanos y brasileños y de esta manera la posibilidad de seguir mis estudios en México o en el Brasil; al final pude ir a Brasilia en donde hice la “Maestría en Matemática”. Expreso postumamente mi agradecimiento al Dr. Alberto Vidal por todo lo que hizo por mi persona!.

**2.3.2. 1959. El Cuarto Año de Estudios.** En este año hice algunos viajes a Lima para visitar a la U. de San Marcos que funcionaba en la antigua Casona en el Parque Universitario; tuve la oportunidad de conocer a algunos profesores como José Tola P. José Ampuero, José Reátegui, Gerardo Ramos, Flavio Vega, ..., así como a otros jóvenes profesores y jefes de prácticas; también conocí algunos estudiantes de matemáticas y física con quienes establecimos alguna amistad. También me informe de que habían notas mimeografiadas de algunos cursos como aritmética teórica, análisis matemático 1 y 2, álgebra moderna, notas que adquiriría y trataba de estudiarlas en Trujillo. Todo esto era por mí una gran motivación; remarcamos que San Marcos era la única universidad en el país que formaba matemáticos puros y ahora en Trujillo se estaba iniciando esta carrera. Por otro lado, a inicios de este año el Prof. Valdivia viajó al extranjero a continuar sus estudios y por ello una comisión de estudiantes viajó a Lima para traer un profesor que lo reemplace así como traer otro profesor para que dicte el curso de estadística y lógica matemática. En esta oportunidad vinieron los egresados Eduardo León González y Pedro Castro Ochoa; el Prof. Vidal aún permaneció en la UNT.

Los cursos que llevamos en este cuarto año fueron: **Álgebra Moderna** dictado por Don Eduardo León quien en Lima era Jefe de Prácticas del mismo curso y que era dictado por Don J. Tola; era la primera vez que aprendimos este curso en donde se hizo teoría de grupos y brevemente otras estructuras algebraicas; no tuvimos un libro texto pero yo conseguí unas notas mimeografiadas de San Marcos que me ayudaron mucho; Don Eduardo era un profesor muy serio, poco comunicativo con los alumnos, apropiado a grupos pequeños en número, como éramos nosotros, sólo estuvo un año en Trujillo. **Funciones analíticas**, también dictado por León según sus notas personales y esto era una limitación en nuestro aprendizaje de este importante curso; poco después logré comprar el libro de Mario González sobre variable compleja. **Estadística y lógica matemática** fueron los dos cursos dictados por Don Pedro Castro Ochoa quien hizo todo lo que estuvo a su alcance para quedar bien; en mi caso poco interés tuve por estos cursos pero si guardo gratos recuerdos de Don Pedro pues fue un profesor muy amigable e hicimos buena amistad por años. **Física teórica 2** dictado por Don A. Vidal y era continuación de F.T.1.

**Nota.** Mis estudios en la F. de Educación los continuaba en forma paralela a los de matemática pura en donde asistía a clases según las horas libres que tenía; mi prioridad estaba en la matemática pura; así en el año, 1959, estaba en el cuarto año y casi todos los cursos eran de letras.

**La Segunda Promoción.** En el mes de diciembre-1959 terminamos los estudios de Matemáticas cuatro alumnos: Juan Benítez Araujo, Carlos Martínez Cáceres, Carlos Vargas Flores (+) y A.O.F.



**Segunda Promoción**  
Izq-der: J. Benites, C. Vargas, C. Martínez y A. O.

**2.3.3. Visita del Prof. Godofredo García.** En la sección §6 (c) hemos presentado algunos aspectos sobre la labor académica del Prof. Godofredo García, distinguido científico que contribuyó mucho al progreso de las ciencias naturales en nuestro país; además, él invitó a venir al matemático polaco Rosenblatt quién impulsó la matemática moderna en el Perú (ver §6 (d)). En 1959, Don A. Vidal me invitó a visitar (por dos veces), al Prof. García y así conocer a tan distinguido Maestro. Lo invitamos ir a Trujillo lo que aceptó. Nos ofreció la conferencia “Ecuaciones diferenciales del movimiento, tanto en la teoría clásica como en la teoría de la relatividad”. La UNT lo distinguió con el título de Catedrático Honorario, lo que el profesor recibió muy emocionado. Esta visita contribuyó a motivarnos a todos los estudiantes para seguir adelante.



**Godofredo García rodeado de estudiantes de matemáticas en el patio central. UNT. 1959.**

### **3. Ingreso como profesor de la UNT. Período 1960-mitad 1962.**

**3.1. Llenando Lagunas, 1960.** ¿Cómo era el panorama matemático en la UNT a inicios de 1960?... Ya habían salido dos promociones de matemática pura, la de 1958 y la de 1959, con 4 estudiantes cada una y, naturalmente, surgió la cuestión de buscar trabajo; yo seguía haciendo el quinto año en la Fac. de Educación. De los ocho egresados la mayoría salió de Trujillo; el profesor Vidal aún estaba con nosotros pero pronto viajó al Brasil; los profesores León y Castro regresaron a Lima pero Don E. López aún se quedó un año más. Por esta época vino el profesor Reynaldo Franco para dictar los cursos de estadística pues había estudiado en el Cienes en Chile y con él se inicia la especialidad de estadística en la UNT. Ante este panorama una comisión de estudiantes viajó a Lima, a San Marcos, para atraer nuevos profesores para que dicten los cursos de aritmética teórica, análisis matemático, geometría diferencial, variable compleja, álgebra moderna, así como los cursos de física. Por otro lado, en San Marcos en esa época había muy pocos estudiantes de matemáticas puras y el número de egresados menos; obtener el bachillerato en matemática era exigente y pocos lo tenían; la comisión no tuvo éxito pues no vino alguien a Trujillo como profesor. Las autoridades de nuestra Facultad se preguntaron ¿qué hacer ante esta situación de emergencia?...

El decano de la Facultad de Ciencias era el Ing<sup>o</sup> Alfonso Chávez Cabrera (quien había sido mi profesor de geometría del espacio y trigonometría plana en el colegio San Juan), él junto con el Consejo de Facultad evaluaron la situación y decidieron recurrir a los egresados de las dos promociones mencionadas antes; en esta decisión también influyó fuertemente la opinión del Prof. A. Vidal quien argumentó que esta solución podría ser una motivación para que otros jóvenes estudien matemática pura.

Fue así como Pedro Gonzáles Cueva y yo ingresamos a la docencia universitaria a inicios de 1960. Indudablemente esta situación fue un enorme reto para nosotros pues tanto Pedro como yo éramos conscientes de la formación que teníamos; Pedro había sido un excelente alumno y bien merecido tenía su nombramiento, para nosotros fue una gran motivación para poner a prueba nuestros propios recursos así como saber hasta donde podríamos llegar; tuve el apoyo de mis profesores, en especial del Prof. Vidal, así como de nuestros compañeros de estudios, algunos de los cuales pasaron a ser nuestros alumnos! Por otro lado, ya tenía alguna experiencia docente pues en 1957 gané un concurso para ser asistente del curso de cálculo 1 cuyo profesor era Don Virgilio Rosales, cargo que también tuve en 1958. Así mismo, me sentí respaldado por mis continuos viajes a Lima y tener contactos con algunos profesores de San Marcos, todo lo cual fue un gran soporte anímico para la tarea que estaba asumiendo.

Estando aún en Trujillo el Prof. Vidal inició unas gestiones para que yo estudie en la Universidad Nacional Autónoma de México, gestiones que tuvieron éxito pues al poco tiempo recibimos una comunicación en que se me acepta para estudiar el post grado en tal universidad lo que ese iniciaría en 1961 con una beca de la OEA. Cuando Don Alberto regresó a Río de Janeiro tuvo la oportunidad de conversar con el Profesor Leopoldo Nachbin quien entonces era uno de los líderes de la matemática brasileña (ver 3.(iii)); don Alberto me pidió que escribiera a Don Leopoldo expresándole mi deseo de estudiar en el IMPA. Así lo hice. Paremos acá (lo que continuaremos en la próxima sección) y sigamos con la evolución de los acontecimientos ocurridos en el año 1960.

Vía un oficio con fecha 05 de julio de 1960 y firmado por el decano Alfonso Chávez C. fui nombrado Profesor de los cursos Aritmética Teórica-Álgebra y Análisis Infinitesimal 1° curso, cursos que ya venía dictando desde abril de tal año, este nombramiento fue el inicio de mi carrera como docente universitario y fue un reto para mí pues tenía que enseñar cursos cuyos fundamentos no los conocía bien.

En este panorama mi relación con el Prof. J. Ampuero fue vital para mí pues Don José dictaba tales cursos en San Marcos y esto me permitió usar sus notas mimeografiadas de aritmética y de análisis; recuerdo que estas notas las estudiaba como un alumno más, día a día para ser enseñadas enseguida. Esto fue un reaprendizaje de estos cursos y me sentía más seguro, a la vez que ofrecía a mis alumnos cursos de un mejor nivel y esto nos satisfacía enormemente.

Debo remarcar que en este año (1960) mi labor como profesor las compartía con mis obligaciones como alumno del último año de estudios en la Facultad de Educación en donde tenía varios cursos (de letras) por estudiar y rendir exámenes, lo que logré superar con un trabajo disciplinado dedicado íntegramente a la universidad. En el mes de diciembre culminé mis estudios y obtuve el título de Profesor de Educación Secundaria, especialidad Matemática, título que debo agradecer pues para ser profesor en la universidad debería tener título profesional y como en matemática pura aún no habían las condiciones académicas para otorgar títulos, aquel título me sirvió para trabajar por varios años hasta que, luego de yo graduar a muchos de mis alumnos de bachilleres, yo obtuve el Bachillerato en Matemática Pura en 1976. Por otro lado, también debo enfatizar que vía la enseñanza de la aritmética logré comprender los fundamentos de los números reales y de sus subconjuntos los números naturales, enteros y racionales, todo lo cual aprendí (y enseñé) según el reciente libro de Aritmética Teórica del Prof. Ampuero. así mismo, la enseñanza del cálculo me permitió aprender la técnica de los  $\delta$ 's y  $\varepsilon$ 's lo que me fue duro al inicio pues estas cosas las aprendía solo, en Trujillo no había alguien que conociera estas técnicas, mas bien fue un acontecimiento y novedad que se enseñara el cálculo infinitesimal vía estos argumentos y otros.

**3.2. Siguiendo Aprendiendo. 1961.** Como decíamos antes, nuestra comunicación vía cartas con el Prof. Leopoldo Nachbin fue relativamente continua; así, en el mes de diciembre de 1960 recibí un abultado paquete que venía desde Río de Janeiro y era enviado por Don Leopoldo; al abrir el paquete me encontré con la sorpresa de ver un conjunto de varias publicaciones matemáticas, las que eran Notas de Matemática que publica el IMPA y que era dirigida por el Prof. Nachbin. Nunca había tenido tantas publicaciones matemáticas juntas y escritas en portugués e inglés. En esa época no había alguien en Trujillo que me ayudara a clasificarlas según su nivel y por ello tuve que hojearlas a todas y ver cuáles me serían más fáciles de leer; fue así que las notas de Elon Lima, “Topología dos espaços métricos” y la “Topología Geral” de S. M. Lane eran las Notas que me eran un poco familiar y decidí estudiarlas solo, con mis propios recursos; comencé con la publicación de Elon Lima; era el verano de 1961. Debo manifestar que las otras publicaciones (“Integral de Haar” por L. Nachbin, “Commutative Banach Algebras” por G. Mackey, entre otras, las veía difíciles de poder comprenderlas). Así mismo las publicaciones recibidas fueron mi primer contacto con una matemática moderna y de nivel avanzado, y esto fue una gran motivación para mí, sobre todo en el ambiente matemático que había en Trujillo.

De las publicaciones recibidas la de los espacios métricos atrajo mi atención y la estudié de alguna manera y me atreví a ofrecer un seminario en el Dpto. de Matemática y fue la primera vez que se hablaba sobre ciertos espacios abstractos. Con esta motivación viajé a Lima y en una conversación que tuve con el Prof. Ampuero le conté de estas novedades quién se interesó por la topología general de M. Lane; acordamos hacer un seminario en ese verano de 1961 sobre esta publicación (ver §6.f. para otros detalles). En efecto, el seminario se desarrolló y llegamos casi a terminar la publicación y esto fue la primera vez que expuse en un seminario ante un destacado profesor. Por otro lado, esta actividad me ayudó a comprender las ideas fundamentales de la topología general, así como de algunos teoremas, todo lo cual me sería muy útil en lo que ocurriría en este año de 1961.

Con oficio del 6 de mayo de 1961 fuí confirmado como Profesor Auxiliar y nombrado como profesor de Análisis Matemático 1 y 2, además de seguir dictando Aritmética Teórica, es decir, con 15 horas semanales de trabajo docente. Para el segundo curso de análisis usé unas notas mimeografiadas del curso que dictaba el Prof. Ampuero en San Marcos y cuyo contenido era el análisis en  $R^n$ : funciones de varias variables, límite,

continuidad, derivadas parciales, integración, ..., no recuerdo haber tratado la teoría de series y por tanto mi conocimiento en este tema no me era familiar desde el punto de vista del análisis. Por otro lado, el área de las ecuaciones diferenciales, tanto ordinarias como en derivadas parciales me eran desconocidas y recién las aprendí en Brasilia. Cómo comprenderemos mi trabajo era una magnífica oportunidad para llenar las lagunas que tenía y a la vez era un reto para ofrecer a mis alumnos cursos de mayor nivel a los que recibí mi promoción. La tarea era dura pero éramos jóvenes (25 años) y con ambiciones académicas. Pero, aún más! ... en el segundo semestre los Profesores León y López Carranza dejaron Trujillo y surgió nuevamente el problema de conseguir profesores; ante las dificultades de conseguirlos el decano Chávez C. me nombró profesor de los cursos topología y álgebra moderna, además de dictar los tres cursos antes mencionados, es decir, dictaría 5 cursos con un total de 25 horas semanales! Acepté el reto pues de otra forma corríamos el riesgo de que cierren la especialidad de matemática pura, como algunos deseaban. Recuerdo que sólo vivía para preparar clases y exponerlas de inmediato; las tensiones fueron grandes pero tenía el apoyo de los estudiantes y de algunos profesores.

Así, para el curso de topología usé las publicaciones de E. Lima y de Mac-Lane justo los temas que había estudiado en el anterior verano y pude hacer un curso, creo, aceptable al ambiente de la UNT y a las circunstancias; para el curso de álgebra me guié por lo hecho por el Prof. León así como usé unas notas mimeografiadas del Prof. Tola.

**Moraleja.** Comprendí que enseñar era la forma de aprender y esto yo necesitaba. Tuve suerte! Mientras tanto mi correspondencia con el Prof. Nachbin continuaba así como las gestiones para conseguir una beca de la OEA; tuve suerte de que todo iba bien y esto me presionaba para prepararme lo mejor posible. Conseguí tener la beca y todo estaba programado para estudiar en el IMPA a partir de 1962.

**3.3. Enero-Junio. 1962.** A inicios de este año ya tenía planificado el viaje a Río de Janeiro, todo gracias a la gestión del Prof. Leopoldo Nachbin a quien le expreso mi **eterna gratitud** póstuma por su valiosa orientación; así mismo mi agradecimiento póstumo al Prof. Alberto Vidal quien me guió desde que fui su alumno. Por otro lado como había escasez de profesores de nivel universitario se postergó mi viaje para el segundo semestre, así en el primero tuve a mi cargo del curso de análisis matemático II y el de topología. La nostalgia de dejar a mis padres y a la UNT por un tiempo ya nos ganaba.

**Colegio Nacional de San Juan.** En 1962 yo ya era Profesor graduado por la Facultad de Educación y como tal tuve la suerte de enseñar en este primer semestre dos cursos en mi colegio "San Juan" lo cual fue una enorme alegría para mí pues vivieron a mi memoria los años felices que pasé en sus aulas. Lamentablemente nunca más tuve esta gran satisfacción !

#### 4. Período 1965-1967.

**4.1. Nuevos Retos Académicos- Pedagógicos.** La experiencia académica tenida en el Instituto de Verano de Matemática que organizaba un curso de verano para profesores de matemáticas de secundaria que se realizaría del 01 febrero al 12 marzo de 1965, en la Cantuta nos concientizó para que pongamos también atención al problema de la enseñanza de la matemática a nivel de secundaria en una época en que se escuchaban cambios en el contenido de los programas oficiales. Mientras tanto me integré a mi trabajo en la UNT y fue en este año (1965) en que fui ascendido a Profesor Auxiliar, tiempo completo, lo que me dio estabilidad laboral y una motivación para realizar los proyectos que traía; remarco que a mitad de año yo me casé con la dama Luz Marina y tener un hogar también fue un estímulo para seguir adelante en mis proyectos.

Por otro lado, es oportuno remarcar que la Facultad de Ciencias y Matemáticas se crea el 21 de abril de 1961 y se inicia el 17 de abril de 1962 siendo su primer decano el Ing°. Javier Trevisani y su primer secretario el Prof. Rogelio Llatas V. De esta manera la especialidad de matemática y de física ya estaba más protegida a nivel de la universidad, también habían más alumnos regulares y desaparecieron aquellos tiempos en que teníamos que buscar alumnos para que no cierren a la matemática.

Al asumir mi labor docente a inicios del año académico (1965) dicté tres cursos: análisis matemático III, topología general y ecuaciones diferenciales. Respecto al primer curso tuve la oportunidad de ofrecer un curso de cálculo avanzado, área que de un modo general no era bien conocido, no bien enseñaba tanto en contenido como en nivel; este curso es base de muchas otras áreas y clave para seguir adelante sobre todo en temas de análisis moderno. En esta dirección yo tenía dos excelentes libros sobre cálculo avanzado, el de W. Fulks y el de C. Buck; recuerdo que usé el texto de Fulks el cual también me ayudó para llenar algunas lagunas, que aún tenía. La enseñanza del cálculo en las diversas universidades del país es una cuestión a estudiar en cuanto a su contenido y nivel para alumnos de letras y ciencias, en particular de matemáticas. La enseñanza de la teoría debe ir paralelo con horas de prácticas en donde el alumno aprenda a reflexionar resolviendo ejercicios y problemas, sobretodo venidos del mundo real, de la realidad física para que así los

jóvenes vean la utilidad de los métodos del cálculo en nuestros problemas cotidianos; no había algo en esta dirección en la UNT en la segunda mitad de la década de los años 1950's.

En relación al curso de topología me sentí con mayor confianza pues ya tenía la experiencia del seminario con el Prof. Ampuero, así, el curso lo desarrollé usando las monografías de E. Lima y de Mac Lane dándole énfasis a los ejemplos y contraejemplos, en Brasilia no tuve la oportunidad de llevar un curso de topología general pues la mayor atención estuvo en el análisis y en las EDP's pero sí adquirí cierta madurez para leer y enseñar otros temas. Por otro lado, el curso de ecuaciones diferenciales fue una novedad en la UNT pues se le dictaba por primera vez, en forma independiente del cálculo. De inicio, el curso tuvo dos partes: la primera dedicada a las ecuaciones diferenciales ordinarias y la segunda a las parciales. Fue una primera experiencia para todos, en particular para mí pues tenía la oportunidad de enseñar lo que aprendí en Brasilia, sobre todo las parciales; además, había traído bonitos libros introductorios para ambas partes, así para las ordinarias usé parte del libro de E. Coddington: "An Introduction to Ordinary Differential Equations", y para las parciales seleccionamos tópicos del libro de Greenspan: "Introduction to Partial Differential Equations". El dictado de este curso nos motivó para planificar otros en esta área pero en forma independientes, las ordinarias de las parciales; al final nuestro interés estuvo en las segundas. El camino para concretizar este proyecto fue también a través de proponer seminarios, algo que no era usual en la UNT de entonces.

**4.2. Seminarios en Análisis y en EDP's.** Cuando me integré a la Facultad me encontré con la novedad de que los alumnos al final de sus estudios de pre-grado podían obtener el bachillerato en matemática y el título de "Matemático"; para ello tenían que participar de un seminario ofrecido por algún profesor, hacer exposiciones y redactar una monografía sobre el tema estudiado y luego presentarlo ante un Jurado. Como sabemos, en mi época de estudiante no había la forma de obtener un grado o un título profesional en matemática pura; luego cuando regresé de Brasilia sólo tenía mi grado de "Mestre" y el título de profesor de matemática de secundaria, y por mi grado fui encargado de organizar diversos seminarios dirigidos a alumnos de los últimos años de estudios. Los temas de estos seminarios estuvieron orientados hacia el análisis funcional y a las ecuaciones en derivadas parciales, áreas que traía algunas experiencias y un buen material bibliográfico para trabajar. En esta dirección dirigí los siguientes seminarios:

- (i) **Solución del Problema de Dirichlet** (1967); teniendo como alumno a Rafael Castañeda Castañeda, seminario que condujo al grado de bachiller. Era la primera vez en Trujillo (y posiblemente en el Perú) que se estudiaba este clásico problema vía argumentos del análisis funcional y de las EDP's, qué si bien eran argumentos básicos era una novedad entonces. Así, se expusieron los conceptos de función armónica, propiedad del valor medio, funciones sub y super armónicas, super y sub-función y el principio del máximo y del mínimo; se manejó la idea de función barrera y se estableció el teorema de Harnack. Una novedad para la UNT fue la introducción de los espacios de funciones  $C_0^\infty(D)$  y  $H_0(D) \equiv L^2(D)$  así como discutir el problema de Dirichlet cuándo el dominio es una esfera unitaria, luego cuando es una esfera  $r$  y finalmente cuando el dominio  $D$  es convexo y limitado. También se expuso la unicidad y la dependencia continua de la solución del problema y se expuso un ejemplo de problema de Dirichlet cuya solución no existe.
- (ii) **Ecuaciones Elípticas** (1967); seminario que tuvo por objetivo obtener el título de Matemático y el alumno fue nuevamente Rafael Castañeda C. y fue hecho paralelo al anterior seminario; su objetivo fue estudiar las propiedades de las funciones armónicas y a las ecuaciones en derivadas parciales elípticas de tipo  $Au + au = f$ . Se discutió las tres identidades de Green y la propiedad del valor medio estableciéndose su equivalencia con la noción de armonicidad; asimismo se estudio y aplicó el principio del máximo y del mínimo. El libro de Hellwig y la monografía de Figueiredo fueron útiles.
- (iii) **El Principio de Dirichlet** (1967); seminario hecho con el alumno Benito Zanini González cuyo objetivo era obtener el grado de Bachiller; su objetivo fue estudiar las soluciones generalizadas del problema de Dirichlet, lo que está en la dirección de la teoría de distribuciones y dentro de este contexto se remarca el Principio de Dirichlet el que representa la transición entre la teoría clásica de las ecuaciones elípticas y la teoría moderna; este enfoque fue también pionero en la evolución de la matemática en la UNT. Remarcamos que el Principio motivó la introducción de nuevos métodos que permitieron estudiar problemas para ecuaciones elípticas de orden superior. En este seminario con Benito se usó el libro de B. Epstein, la monografía de Figueiredo sobre la teoría del potencial así como la publicación de J. Peetre, "Introduction to Hilbert Space methods in partial differential equations", escrita en base al curso que Peetre dio en Brasilia en 1963 y que deseaba estudiar con calma en Trujillo. La monografía de Zanini estuvo bien presentada y fue una contribución a elevar el nivel matemático en la UNT. Al término de sus estudios de pregrado en la UNT recomendamos a Benito para que estudie la Maestría en Matemática en la PUCP; lástima que al poco tiempo falleció.

- (iv) **Espacios  $L^p$**  (1967); este seminario también tuvo como alumno a B. Zanini y fue dirigido para optar el título de Matemático. Como apreciamos el tema fue sobre unos clásicos espacios de funciones, los espacios de Lebesgue  $L^p$ ,  $1 \leq p \leq \infty$ , los que fueron y son de gran importancia en el análisis moderno y así en la UNT se estaba hablando, por primera vez, un lenguaje relativamente nuevo, sobre todo en nuestra región, y esto fue una idea en nuestras actividades-seminarios. Como es natural el seminario comenzó con los fundamentos de la teoría de la medida y de la integral de Lebesgue y en base a estas ideas se estudió al espacio de Hilbert  $L^2$ ; así como algunos tipos de convergencia para luego pasar a los espacios de Banach  $L^p$  pensemos que en aquel entonces, todos estos temas no eran conocidos en la UNT, pasados unos años ya se enseñó los cursos de medida y de la integral en el contexto del análisis moderno.
- (v) **El Problema de Cauchy** (1967); un seminario desarrollado con la alumna Nélica Medina G. para optar el título de Matemático. Como sabemos el problema de Cauchy es uno de los clásicos problemas (otro es el problema de Dirichlet) que impulsó el desarrollo de las EDP's; en este sentido el seminario fue un aporte al conocimiento y a la divulgación de un tema de importancia para entonces, sobre todo. Se inició con una motivación que vino de la física-matemática el cual se formalizó como un problema de Cauchy en  $R^n$ , el cual se discutió y resolvió para la ecuación de la onda en  $R^1$ , luego en  $R^3$ . En el seminario se usaron los libros de Hellwig y el de Petrovsky.
- (vi) **El Teorema de Weierstrass-Stone** (1967); fue un seminario que tuvo como alumna a Nélica Medina G. y que condujo al grado de Bachiller en Matemática. Este teorema nos dio la oportunidad de usar algunas ideas de la topología general, el análisis matemático, más concretamente a la teoría de aproximación en donde se ubica el clásico teorema de Weierstrass, el cual fue extendido por M. Stone en un contexto topológico más general. Se consideraron algunas aplicaciones de este teorema (W-S) a las distribuciones, a los espacios de Hilbert, y a los espacios métricos compactos. Debemos remarcar que este seminario combinó argumentos topológicos con argumentos del análisis, algo que por primera vez se hacía en la UNT.

**4.3. Primeros Escritos.** Escribir, es una actividad que ahora practico con frecuencia y me es relativamente no difícil hacerlo, en esa época (1965-66) solo tenía la experiencia de escribir la tesis en Brasilia, y por otro lado, dirigía seminarios que conducían a escribir monografías por parte de mis estudiantes. Así surgió la motivación para escribir algunas monografías las que, además, serían contribuciones para el aprendizaje de jóvenes y que no tuviéramos contactos físicos; el concretizar esta idea vimos que la UNT no tenía los recursos para hacer publicaciones matemáticas de cierta complejidad. Esto no nos desanimó y escribimos nuestra primera monografía **Teorema del Punto Fijo** (octubre, 1965), un breve escrito (14 páginas) que contenía breves notas del curso de topología general que estaba dictando las que fueron: el teorema del punto fijo de Brouwer y el teorema de Schauder.

La idea era iniciar una serie de publicaciones a cargo de los profesores del Departamento, un poco imitando a las Notas de Matemática que publicaba el IMPA en Río de Janeiro, guardando las distancias desde luego. Remarcamos que no se tenía la infraestructura administrativa ni los recursos económicos para tan ambicioso proyecto, pero la cuestión era comenzar con algo y eso nos motivó también a realizar o publicar esta monografía. Al año siguiente (mayo 1966) se publicó **Introducción al Análisis Funcional**, monografía que tenía dos capítulos, el primero dedicado a los espacios de Hilbert y el segundo a los de Banach; el proyecto fue seguir escribiendo otros capítulos de esta bella área del análisis, algo que no se concretó por las razones que se producirían después. Esta monografía fue producto de un curso de verano sobre introducción análisis funcional que ofrecimos a nuestros alumnos del cuarto año, el último del pregrado, durante el período enero marzo pero fue extendido a todo el año 1966 por el interés que tuvieron nuestros estudiantes. Si bien esas monografías eran sobre temas básicos, para aquella época tuvieron algún valor pues proyectaba, por primera vez, la imagen matemática de nuestro departamento a nivel local y nacional, y además, esta labor podría servir de motivación para la publicación de otros trabajos a cargo de nuestros colegas del departamento.

Es oportuno mencionar que desde la segunda mitad de la década de los años 1950's llegó a Trujillo el profesor alemán Ernesto Zierer quién cultivaba la lingüística y llegó a impulsar al Departamento de Idiomas de un modo sobresaliente pues fue autor de muchas publicaciones escritas en diferentes idiomas y tuvieron circulación nacional e internacional. Don Ernesto era muy inquieto y exigente, algo que en esa época no le entendían bien; hice amistad académica pues él comprendía el valor de la matemática y así surgió la idea de hacer un seminario con el objetivo de aplicar la teoría de conjuntos a la teoría de la lingüística, de matematizar ideas lingüísticas; la metodología de trabajo fue de exponer, a mi cargo, aspectos matemáticos de tal teoría y luego Don Ernesto hacía las aplicaciones del caso, o al revés, él formulaba cuestiones lingüísticas y buscábamos el lenguaje apropiado conjuntista y se hacían en las discusiones del caso. Para mi gusto observé que tal matematización era factible de hacerse y de esta manera los argumentos lingüísticos se volvían más consistentes, rigurosos y también tenían ciertas bellezas. El seminario culminó

en el mes de julio de 1966, se escribió de un modo coherente y didáctico lo estudiado y el escrito fue sometido a una editora europea y al poco tiempo salió nuestra publicación: **Set Theory and Linguistics** (en co-autoría). Mouton. The Hague. París. 1968. Este librito (60 páginas) sirvió para proyectar la imagen de la UNT a nivel internacional; en particular para mí fue un gran estímulo; lamentablemente no continuamos con este proyecto pues pronto me ausentaría nuevamente de Trujillo. Don Ernesto continuó con su labor de investigador impulsando la lingüística a nivel internacional; actualmente es un Profesor Emérito y goza del aprecio de todos quienes valoramos su gran capacidad de trabajo y los aportes hechos en pro de la UNT.

#### 4.4. Unas Reflexiones....

- El período de tiempo 1965-parte de 1967 fue de un trabajo continuo, intenso por partes, en pro de retribuir lo que la UNT me dió y ayudó para lograr estudiar en Brasilia pero, además, se hizo porque traía varios proyectos por ejecutar y que me darían la oportunidad de formar a nuevos jóvenes estudiantes y futuros docentes en alguna universidad, idea que me entusiasmaba.
- En general el ambiente académico en la UNT en este período no era del todo favorable para realizar actividades como las mencionadas y esto teníamos que aceptar pues era nuestra realidad, así habían algunas corrientes de conductas incompatibles para el desarrollo académico, situación que (creo) aún perdura en nuestros días de algún modo; habían colegas cuyo máximo aporte era dictar solo cursos y éstos con un nivel bajo, veían el progreso como un peligro a sus intereses. Pero, para ser justos, en general se pudo hacer actividades como las descritas y poco a poco se fue cambiando los criterios en el Departamento pues otros colegas también salieron al extranjero o a Lima para seguir estudiando, regresar para contribuir con este proyecto de desarrollo que no era oficial, eran iniciativas personales.

**5. Período 1968-1969: UNT.** En el mes de agosto de 1968 regresamos a Trujillo dejando ya alguna nostalgia de la vivencia tenida en la Universidad de Chicago, donde había ido a iniciar los estudios de doctorado. Ya había determinado estudiar el análisis armónico, en particular la obra de Calderón-Zygmund; con esta idea el Prof. Calderón me dió un programa por cumplir en el año que estaría en Trujillo y consistió en estudiar diversos trabajos sobre los operadores integrales singulares y áreas afines. Llevé a Trujillo una buena cantidad de trabajos en esta dirección así como algunas monografías; en particular la publicación del Prof. Umberto Neri sobre tales operadores me sirvió de mucho para comprender los fundamentos de la teoría de Calderón-Zygmund, cuyos trabajos originales son de lectura no-fáciles. Estando en la UNT inicié mi plan de trabajo.

Con las motivaciones que teníamos, en el segundo semestre de 1968 ofrecimos el seminario: **Métodos de los Espacios de Hilbert en las Ecuaciones Diferenciales Parciales**, el cual tenía por objetivo familiarizar a nuestros estudiantes con los métodos del análisis funcional surgidos en situaciones concretas y formalizadas vía ecuaciones en derivadas parciales; el contenido del seminario fue: la conducción del calor, teoría de elasticidad, clase general de ecuaciones; soluciones generalizadas de problemas de contorno, desigualdades de energía. Como observamos, el contenido del seminario fue bastante motivador y exigente para aquella época sobre todo, era la primera vez que en nuestro Departamento se estudiaba algunos métodos del análisis funcional en cuestiones que tratan con ecuaciones en derivadas parciales. Por otro lado, en este segundo semestre del 68 ofrecimos un curso extracurricular sobre **Integrales Singulares**, cuyo objetivo fue introducir en nuestro país la teoría de Calderón-Zygmund sobre operadores integrales singulares y relacionarlos con los operadores diferenciales parciales. Para este curso usamos la publicación "Integrales Singulares" (1965) basada en un curso que A. Zygmund dictó en Francia y cuyo contenido fue: la transformada de Hilbert, teoremas de existencia. La transformada para funciones en  $L^1$  y en  $L^p$ ; el teorema de Riesz. Aplicación de la transformada de Fourier a las integrales singulares.

**5.1. Algunas Tesis-Monografías sobre Integrales Singulares.** En el periodo 1968-69 asesoramos las siguientes tesis, cuyas descripciones lo pueden visitar en [1]:

- (1) **Introducción a la transformada de Hilbert**; Franklin Sheen C. (1969).
- (2) **Introducción a algunos aspectos sobre integrales singulares**; Virgilio Gutiérrez M. (1969).
- (3) **Espacios funcionales  $L_k^p$** ; Uldarico Malaspina J. (1969).
- (4) **Espacios tonelados**; Emilio Gonzaga R. (1970).

Por otro lado, el esfuerzo hecho en la formación de cuatro estudiantes con una matemática relativamente nueva para entonces, como era el estudiar temas del análisis armónico en un nivel más que aceptable, todo ello se perdió en un breve tiempo pues Franklin se fue al Brasil a estudiar otros temas y perdimos su rastro; V. Gutierrez se fue a la Argentina y a su regreso radicó en Lima y se dedicó con fuerza a la educación matemática a nivel de secundaria. Malaspina y Gonzaga fueron recomendados para hacer la Maestría en la PUCP y al término de sus estudios fueron nombrados en tal universidad y se dedicaron a otras áreas matemáticas. Pero, creemos, que la imagen académica del Departamento de Matemática de la UNT mejoró a nivel regional y nacional !

**6. Nuevamente en la Universidad Nacional de Trujillo. 1971-1972.** La vivencia académica tenida en el segundo viaje a la Universidad de Chicago nos fue muy estimulante pues nos permitió conocer un poco más a la universidad, en particular al Departamento de Matemática la que era, es, una de las mejores en los EEUU y con mucho prestigio internacional. Conocí, al menos de vista, a muchos notables maestros de distintas áreas así como respirar un aire de estudio y de investigación. Aún cuando yo no estaba del todo preparado para optimizar mi formación en tan excelente escenario, si pude ser consciente de lo que tendría por delante y los futuros retos. Por otro lado, tal año académico nos permitió conocer un poco más al Prof. Alberto Calderón, sus extraordinarios dotes de gran matemático así como de su calidad humana. Como hemos expresado anteriormente el nivel de los cursos que Calderón ofreció fueron a nivel de investigación, bastantes profundos y técnicos, muchos de los asistentes al curso eran profesores reconocidos del Departamento. Es oportuno mencionar que en este período consolidé mi amistad con dos amigos argentinos, Alberto Torchinsky y Álvaro Gonzales Villalobos, con quienes pasamos momentos de relajamiento muy oportunos ante la tensión académica. En particular, con Alberto hice una amistad más estrecha pues tuvimos similares intereses por el análisis armónico; gracias a Torchinsky pude entender algo de lo expuesto por Calderón, en particular sus notas de clase me ayudaron mucho y me sirvieron para re-estudiarlas en Trujillo.

Y, nuevamente, mi primera tarea para realizar a partir de 1971 sería organizar seminarios con los estudiantes del último año de estudios para que obtengan el grado de bachiller y/o el título de matemático. Así, en el periodo 1971-72 tuve dos estudiantes: Ana Mantilla Fuentes y Luis Vidal Ascón con quienes desarrollamos los siguientes seminarios( cuyas descripciones se encuentran en [1])

- Operadores Integrales Singulares de Tipo  $C_\beta^\infty$ ,  $0 < \beta < 1$ , organizado con Ana Mantilla.
- El Teorema de Interpolación para Operadores Sublineales de M. Riesz, organizado con el alumno Luis Vidal Ascon.
- Algunos Resultados Fundamentales de los Espacios  $L^p$  con Norma Mixta, con Luis Vidal Ascon para obtener su título de matemático.

Luis Vidal era un joven inquieto, con deseos de aprender; fue un tiempo profesor en la UNT luego salió de la universidad, creo viajó al extranjero y perdimos contacto con él, una lástima pero sus monografías dan testimonio de su paso por la UNT.

**7. Nuestro Primer Libro: Operadores Integrales Singulares. (1972).** Por esa época, la Universidad Nacional de Trujillo y en particular el Departamento de Matemática gozaban de un buen ambiente para el estudio y la investigación, esto sin dejar de reconocer que aún había ciertos vicios por superar, sobre todos los venidos por los profesores antiguos de edad quienes de algún modo obstaculizaban el progreso matemático. Algo muy importante fue que otros colegas salieron a Lima o al extranjero para hacer algún posgrado y esto favoreció que el antiguo clima de los años 1950 y parte de los 60 vayan cambiando y los valores sean otros, los valores académicos y no de amistades ajenas al progreso académico. Así, la estadística comienza a independizarse y a desarrollarse como área independiente; también surgen las probabilidades y esto motivaría el área de la matemática aplicada.

También hubo, en general, un aceptable ambiente estudiantil favorable para desarrollar proyectos de estudio e investigación básica, tal como los seminarios mencionados en la anterior sección y otros por venir después. A este ambiente habría que agregar que a inicios de la década de los años 1970's la UNT se instaló en la ciudad universitaria y así se tuvieron mejores condiciones de trabajo, mejor ambiente natural, mejores bibliotecas y laboratorios; esto motivó una mejor actitud de trabajo y en particular en nosotros. Por otro lado, en el aspecto administrativo la nueva generación de profesores que cumplían los requisitos para ser elegibles como jefe de departamento y de director de programa creció, en particular tal responsabilidad cayó en mi persona y fui elegido jefe de departamento en dos oportunidades y director del programa de matemática; de esta manera se tenían autoridades que dieron otra dimensión a la imagen de la matemática en la UNT lo que influyó a su vez en el desarrollo de la matemática en el norte del país, y aún de otras regiones.

Todo este ambiente fue favorable para llevar a cabo los proyectos que teníamos, esto sin desconocer que aún existían dificultades, celos académicos e incomprensiones de hacer proyectos matemáticos. Así surgió la idea de escribir un libro sobre la matemática cultivada por Calderón-Zygmund, idea que tenía que madurarla pues el tema era difícil y yo recién lo estaba madurando pero ya tenía alguna experiencia en dirigir algunas tesis de bachillerato sobre esta área. Por otro lado, en aquella época no habían las comodidades actuales para escribir un libro; el nuestro tendría muchas fórmulas matemáticas, algunas de ellas eran complicadas de hacer en el stencil con un punzón; si nos equivocábamos poco se podía corregir con un líquido rojo cuyo olor era fuerte y causaba cierta alergia; si el error era grande había que escribir de nuevo en otra stencil. Asimismo, era difícil conseguir alguien que escribiera el trabajo en esas antiguas máquinas y por ello yo tomé la decisión de yo mismo escribir el texto y yo también escribir en la máquina! No imaginé lo complicado que sería esta doble labor.

El libro tuvo 243 páginas muy cargadas de símbolos matemáticos; terminé agotado con deseos de no repetir esta experiencia! La universidad nos apoyó con la impresión del libro con un tiraje de 100 ejemplares; nuestro libro fue enviado a distintas universidades del país y del extranjero así como a colegas que trabajaban en el tema del libro; en particular, los profesores Zygmund y Calderón gustaron de nuestra monografía. Divulgamos aún esta obra con la esperanza de que pueda ser útil a alguien. En la próxima sección damos el contenido de este libro.

### 7.1. Contenido de “Operadores Integrales Singulares”.

- §1. La Transformada de Fourier. La transformada de Fourier en los espacios  $L^1, L^2, L^p$ .
- §2. Espacios de Distribuciones: Espacios  $L_k^p, 1 \leq p \leq \infty, k$  entero  $\geq 0$ . Espacios  $L_s^p, 1 \leq p \leq \infty, s$  real. Espacio dual de  $L_s^p$ . Espacios de distribuciones en  $R^{n+1}$ . Espacios  $\mathcal{L}_k^p$ .
- §3. La Transformada de Riesz y el Operador  $\Lambda$ .
- §4. Algunos Tópicos de Análisis Real.
- §5. Integrales Singulares. La transformada de Hilbert. Integrales Singulares como Distribuciones. Operadores Invariantes por Traslaciones y Multiplicadores.
- §6. Operadores Integrales Singulares de Tipo  $C_\beta^\infty$ .
- §7. Álgebras de Operadores Integrales Singulares.
- §8. Aplicaciones a Problemas de Ecuaciones en Derivadas Parciales.
- §9. Notas Sobre Algunos otros Tópicos.

**8. El Análisis Armónico en la UNT. 1974-1979.** Luego de terminar nuestro libro sobre operadores integrales singulares tuve más tiempo para elegir nuevos seminarios; esta vez nuestro interés estuvo también en temas relacionados con las integrales singulares, como son el análisis armónico y los espacios de funciones. En el período 1974- 1979 dirigimos las siguientes tesis de pregrado o monografías: **(a)**. “Operadores Invariantes por Traslaciones sobre Espacios de Lipschitz y espacios  $L^p$ ”, (alumno Nery Nieves E.). **(b)**. “La Función  $g$  de Littlewood-Paley y Algunas Aplicaciones”, (alumna, Rosa Povis P.), **(c)**. “La Integral de Poisson en  $L^p$  y su relación con la Transformada de Riesz en  $L^p$ ”. (Alumno, Mariano González U.), **(d)**. “Algunos Tópicos en los Espacios  $H^p$  Clásicos”, (alumna, Rosa Castillo G.). **(e)**. “Interpolación en Espacios  $L^{p,\lambda}$ ”, (alumno, Juan Díaz A.). **(f)**. “Integración Fraccional en los Espacios  $H^1$  y Dual”, (alumno, Juan Díaz A.). **(g)**. “Operadores invariantes por traslaciones de  $L^p$  a  $L^q$ ”, (alumno, Guillermo Ramírez L.). **(h)**. “Espacios de Oscilación Media Acotada Pesada”, (alumno, Leandro Aznarán C.). **(i)**. “Espacios  $L^{(p,\lambda)}$  de Tipo Fuerte”, (alumno, Leandro Aznarán C.). **(j)**. “Espacios de Hardy en Espacios Homogéneos”. (alumno, Rolando Vázquez J.). **(k)**. “Interpolación de Operadores”. (alumno, Freddy Paz S.). **(l)**. “la Desigualdad de John-Nirenberg y Algunas Propiedades de Funciones con Oscilación Media Limitada”, (alumno, Ulises Zavaleta C.). **(m)**. “Medidas con Signo y Continuidad Absoluta”, (alumno, Ulises Zavaleta F.). **(n)**. “Algunas Propiedades Básicas de los Espacios Homogéneos”, (alumno, Walter Zavaleta F.). **(ñ)**. “Inmersión en los Espacios  $L^{(p,\lambda)}$  Fuertes”, (alumno Andrés Figueroa A - Hartman Ceballos C.).

Como observamos, en un período promedio de cinco años orientamos unos quince seminarios que conducían al grado académico de bachiller en matemática o al título profesional de matemático; esta labor lo hacíamos paralelo al dictado de tres cursos regulares con seis horas semanales; además, seguimos trabajando en nuestro propio proyecto de tesis según lo propuesto por el profesor Calderón. Lo interesante de nuestro alumno, aún con las dificultades que teníamos (y cercano no teníamos a quién consultar), ellos respondieron en general bien ante el estudio de temas matemáticos nada fáciles de leer, más aún en aquellos tiempos en Trujillo. Para una mayor información, creemos conveniente dar una breve descripción de cada uno de los seminarios citados en [1].

### 9. Últimos ocho años en la UNT. Período 1980- 1988.

*“El clave bien templado de Bach es el Viejo Testamento; las sonatas de Beethoven son el Nuevo Testamento: debemos creer en el uno y en el otro”.*

H. von Bülow.

**9.1. Panorama en los Años 80's.** Ya han pasado 20 años de vida universitaria con experiencias y vivencias variadas, y así llegamos a una nueva década la que sería la última en la Universidad Nacional de Trujillo. Es 1980, tenía 44 años de edad y estaba en la plenitud de mis facultades físicas y mentales. Contando los años como jefe de prácticas y de estudiante universitario, según el reglamento de la universidad en el año 1985 debería cumplir los requisitos para poder cesar de la UNT. Esta situación me indujo a planificar un programa de actividades, dar lo mejor de mí en pro de la institución. Por otro lado, como yo fui el primer profesor principal de la nueva generación, cumplía con el requisito para ser elegido como Jefe de Departamento o Director de Programa; así mis colegas de generación me propusieron para ocupar esos cargos administrativos, algo que yo (en el fondo) no deseaba pues era una época muy conflictiva tanto a

nivel de docentes como de estudiantes pero no tuve otra alternativa si habría de contribuir en este aspecto también, importante desde luego. Así fui dos veces Jefe del Departamento de Matemática y una vez Director de Programa. Además, había otras obligaciones pero me di tiempo para dirigir otros seminarios, actividad que si gustaba hacer.

En un promedio de ocho años dirigí los siguientes seminarios:

- "Espacios  $\mathcal{L}_\varphi(Q)$  definidos usando la oscilación media sobre cubos". Alumno: Raúl Saráchaga V. (1980).
- "Continuidad de la transformada de Hilbert en los espacios  $L_w^p$ ". Alumno: Carlos Abramonte A. (1980).
- "Espacios  $BMO_\varphi$ ; generalización de la caracterización de Ch. Fefferman". Alumno: Walter Cerna M. (1981).
- "Una caracterización de  $BMO_\varphi$  en términos de un conmutador". Alumno: Luis Guillermo F. (1980).
- "Los teoremas de Baire, Brauer y Ascoli, y sus aplicaciones al análisis, topología y la geometría". Alumno: Fernando Mejía A. (1983).
- "Una introducción a las funciones holomorfas en varias variables complejas". Alumnos: Fidel Vera O. y Weymer Barreto V. (1983).
- "La unicidad en problemas de contorno y de valor inicial en ecuaciones en derivadas parciales". Alumno: Segundo Guibar O. (1985).
- "Espacios vectoriales topológicos y teoremas fundamentales". Alumnos: Obidio Rubio M. - Ruth Noriega S. (1986).
- "Desenvolvimienyo histórico de los conceptos de función e integral". Alumna: Amelia Huerta S. (1988).
- "Algunos métodos de solución del problema de Dirichlet". Alumna: Ana María Rojas P. (1988).

Así, observamos que en ocho años dirigimos diez seminarios dirigidos para optar el grado de bachiller o el título de matemático; los temas elegidos eran variados pues nos interesaba incluir otras áreas del análisis, de las EDP's y algo sobre historia de la matemática; deseaba dejar una herencia de temas que podrían interesar a futuras generaciones. Por razones que aún habría que pensar, mis alumnos tesisistas no siguieron cultivando el análisis armónico ni áreas afines; algunos de ellos salieron de Trujillo, otros se quedaron pero siguieron otros caminos. Capaz la frase, "una golondrina no hace verano" funcionó en esa época; de cualquier modo no me arrepiento de lo hecho pero sí reconozco los posibles errores que posiblemente cometí.

**9.2. Espacios  $\mathcal{L}_\varphi(Q)$  Definidos Usando la Oscilación Media Sobre Cubos. (1980).** Los espacios BMO, ya tratados antes en diversas ocasiones, fueron estudiados e investigados en diferentes contextos, fueron generalizados en la década de los años 1960's, así se tiene el trabajo de G. N. Meyers ("Mean oscillation over cubes and Hölder continuity", 1964). El presente seminario fue hecho con el alumno Raúl Saráchaga Villanueva y se tuvo como texto básico el trabajo "Some function spaces defined using the mean oscillation over cubes", 1965, de S. Spanne, en donde se estudia al espacio  $\mathcal{L}_\varphi$ , ya mencionado en alguna oportunidad, donde  $\varphi$  es una función estrictamente positiva, no decreciente definida en el intervalo  $(0, \delta)$  tal que  $\frac{\varphi(t)}{t^\alpha}$  es casi-decreciente para algún  $\alpha$ . ( $f(t)$  es casi-decreciente si para  $t_1 > t_2$  existe una constante A tal que  $f(t_2) \leq Af(t_1)$ ). En base a esta función  $\varphi$  se define el espacio  $\mathcal{L}_\varphi$  y se observó que si  $\varphi(t) = 1$  entonces  $\mathcal{L}_\varphi = BMO$ , y si,  $\varphi(t) = t^\alpha$ ,  $0 < \alpha \leq 1$ , entonces se obtiene el espacio de Meyers  $\mathcal{L}_{t^\alpha}$ . En la monografía de Saráchaga se prueban tres teoremas y algunos corolarios.

**9.3. Continuidad de la transformada de Hilbert en los espacios  $L_w^p$ . (1980).** Sobre la teoría de pesos ya hemos dicho algo antes; ella estaba siendo investigada en aquellos tiempos (años 1970's) y disponíamos de un material bibliográfico en esta dirección, lo que nos motivó hacer un seminario sobre la teoría de pesos con nuestro alumno Carlos Abramonte A. en donde la guía bibliográfica fue el trabajo de Coifman -Ch. Fefferman, "Weighted norm inequalities for maximal functions and singular integrals" (1974). De entrada se recordó algunos aspectos de la teoría de la medida,  $\sigma$ -álgebras, medidas positivas; se recuerda a la función distribución  $\lambda(f) = \mu(\{x \in R \mid |f(x)| > \lambda\})$ ,  $\forall \lambda \geq 0$ , donde  $\mu$  es una medida totalmente  $\sigma$ -finita. Se prueban algunos resultados en esta dirección. En la segunda parte de la monografía de Abramonte se considera la transformada de Hilbert H, como un caso particular de un operador integral singular, donde  $H : L^p \rightarrow L^p$ ,  $1 < p < \infty$ , es un operador continuo. Luego se considera el espacio pesado  $L_w^p$ , donde w es una función peso, esto es, w es medible definida sobre un espacio medible, con valores en  $[0, \infty]$  y localmente integrable. Ahora se definen a los espacios  $L_w^p(R^n)$ ,  $1 \leq p < \infty$  y  $L_w^\infty$ . El objetivo es caracterizar a las funciones peso  $w(x)$ ,  $x \in R^1$ , para que se tenga la continuidad del operador  $H : L_w^p \rightarrow L_w^p$ .

Se considera la clase de funciones peso  $A_p$  y se establece un resultado de Muckenhoup (1972) para  $p > 1$  y  $w \in L^1_{loc}(R^n)$ . Así mismo se prueba el teorema de Riesz con pesos.

Se considera la clase  $A_\infty$  y se establece una desigualdad para un operador integral singular cuyo núcleo satisface ciertas condiciones. En el seminario también se estudió la desigualdad de Hölder inversa en términos de un peso  $w \in A_p$ ,  $1 < p < \infty$ .

**9.4. Espacios  $BMO_\varphi$ ; Generalización de la Caracterización de Ch. Fefferman. (1981).** Alrededor de 1970, siendo muy joven, Charles Fefferman probó:  $f \in BMO$  si y sólo si,  $f = f_0 + \sum_{i=1}^n R_j f_i$ , donde  $f_i \in L^\infty$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ ,  $R_j$  es la transformada de Riesz, M. Así mismo prueba que  $BMO = (H^1)^*$ , (dual); estos, y otros resultados aparecen en su trabajo "Characterization of bounded mean oscillation", 1971. En esta dirección, en 1976 Svante Janson considera una función  $\varphi$  que satisface  $r \int_r^\infty \frac{\varphi(t)}{t} \leq c\varphi(r)$ , se define al espacio  $BMO_\varphi$  y prueba la generalización,

$f \in BMO_\varphi$  si y solo si  $f = f_0 + \sum_{i=1}^n R_i f_i$ , donde  $f_i \in \Lambda_\varphi$ ,  $i = 0, 1, \dots, n$ , y  $\varphi$  es una función positiva, no-decreciente definida sobre  $R$ .

El objetivo del presente seminario fue estudiar esos argumentos con los detalles requeridos, lo que fue hecho por el alumno Walter Cerna M. En la primera parte se definen los espacios  $BMO_\varphi$ , y  $\Lambda_\varphi$  y se prueban algunos lemas. En la segunda y tercera parte se prueba la generalización de la caracterización de Fefferman. También se estudia bajo ciertas condiciones, el conjunto de los multiplicadores puntuales para  $BMO_\varphi$ , así como para el espacio de Hardy  $H^1$ . También se observa que  $H^1$  es el espacio dual de  $CMO$ , un adecuado subespacio  $BMO$ .

**9.5. Una Caracterización de  $BMO_\varphi$  en Términos de un Conmutador. (1980).** Nuevamente tratamos con el espacio  $BMO_\varphi$  y la cuestión de encontrar sus caracterizaciones; esta vez se trata de resolver la cuestión vía un conmutador; fue un breve seminario hecho con el alumno Luis H. Guillermo F. quién estudió la caracterización dada por S. Janson en su trabajo "Mean Oscillation and Conmutators of Singular Integral Operators", 1977, quién generaliza un resultado de Coifman-Rochberg-Weiss, (1976). Sea  $T$  un apropiado operador integral de Calderón-Zygmund. Por definición,

$$C_f g(x) = f(x)Tg(x) - T(f \bullet g)(x) = v.p. \int (f(x) - f(y))k(x-y)g(y)dy.$$

$C_f$  es el conmutador  $[F, T]$ , donde  $F$  es la multiplicación puntual con  $f$ ,  $Fg = f \bullet g$ .

El resultado de Coifman-Rochberg-Weiss dice, "Si  $f \in BMO$  entonces  $C_f: L^p \rightarrow L^p$ ,  $1 < p < \infty$ , es un operador continuo". Janson generaliza este resultado usando  $BMO_\varphi$ , y prueba el recíproco. Así,

"Sea  $1 < p < \frac{n}{\alpha}$ ,  $\alpha \leq 1$ ;  $\varphi, \psi$  son funciones positivas, no-decrecientes definidas en  $R^+$ , con  $t^{-\alpha}\varphi(t)$  decreciente,  $\psi$  convexa tal que  $\psi(0) = 0$ ,  $\varphi(t) = t^{\frac{n}{p}}\psi^{-1}(t^{-n})$ .

Entonces  $C_f: L^p \rightarrow L_\psi$  es continua si y sólo si  $f \in BMO_\varphi$ ,

donde  $L_\psi$  es un espacio de Orlicz, definido vía  $L_\psi = \{f / \int \psi(\lambda|f(x)|)dx < \infty, \text{algún real } \lambda\}$ ".

En la monografía se probó este resultado.

**9.6. Los teoremas de Baire, Brouwer y Ascoli, y sus aplicaciones al análisis, a la topología y a la geometría. (1983).** Estamos en 1983 y según la administración de la UNT estaba cerca a cumplir los requisitos para cesar de la universidad, idea que me entristecía por toda la vivencia ya tenida, además Trujillo es mi tierra natal, pero a la vez ello me motivó para ofrecer seminarios con variados temas, como el que ofrecemos en esta oportunidad cuyo objetivo fue estudiar los teoremas fundamentales de Baire, Brouwer y Ascoli, así como presentar algunas aplicaciones de ellos a diversas cuestiones y así se requirió de una variada bibliografía sobre análisis funcional y de topología. Trabajamos este seminario con el alumno Fernando Mejía A. quién al final elaboró una monografía que estuvo dividida en tres partes, cada una a cada teorema citado. Así en la primera parte se estableció el **teorema de Baire**: "Todo espacio métrico completo y todo espacio topológico localmente compacto, es un espacio de Baire esto es, «toda intersección enumerable de conjuntos abiertos totalmente densos en el espacio, es totalmente denso en él»". Este teorema se aplica para probar que existen funciones continuas sin derivadas. Por otra parte, el **teorema de Brouwer** dice: "toda aplicación continua  $f$  de  $B^n$  en sí misma tiene al menos un punto fijo", donde  $B^n$  es la bola unitaria  $\{x \in R^n / \|x\| = 1\}$ . Este teorema se aplica para probar el teorema de Lefschetz, el que está relacionado con la existencia de una solución periódica de una determinada ecuación diferencial ordinaria.

La última parte está dedicada al **teorema de Ascoli**: "sea  $X$  un espacio métrico compacto y  $H$  un subconjunto acotado de  $C(X)$ ; si  $H$  es uniformemente equicontinuo, entonces la clausura  $H$  en  $C(X)$  es compacta". ( $H$  uniformemente equicontinuo significa:

$\forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0$  tal que  $d(x_1, x_2) < \delta$  implica  $|f(x_1) - f(x_2)| < \varepsilon, \forall f \in H$ ). Este teorema se aplica para probar el teorema de Peano: «si  $\frac{dy}{dx} = f(x, y)$  es una ecuación diferencial dada donde  $f$  es continua

en un recinto cerrado, entonces al menos una curva integral de la ecuación pasa por cada punto interior del recinto. »

Como apreciamos, este seminario buscó interrelacionar algunas ideas y teoremas fundamentales para ser aplicadas a áreas vecinas y de esta manera sentir el espíritu interdisciplinario de la matemática.

**9.7. Una introducción a las funciones holomorfas en varias variables complejas. (1983).** Una área que poca familiaridad tenía fue el de la variable compleja, aún más con la teoría de varias variables complejas; salvo un seminario (con Rosa Castillo) este tema nunca lo habíamos considerado en algún seminario; ahora se presentó la oportunidad pues los alumnos Fidel Vera O. - Waymer Barreto B. mostraron interés en el tema y organizamos un seminario teniendo como guía la monografía “Varias Variables Complejas”, 1981, de Nicolás Coleff, un joven matemático argentino. Disponíamos de otras fuentes bibliográficas, como el libro de L. Hörmander (“ An Introduction to Complex Analysis in Several Variables”, 1966) pero era de un nivel avanzado y aún no estábamos preparados para sacarle provecho. La monografía de Coleff tenía 4 partes. En la primera se recuerda a las series de potencias y su convergencia, se vio la diferenciación de estas series convergentes; se remarcó las funciones analíticas de una variable compleja y los teoremas fundamentales.

En la segunda parte se presentó a las funciones analíticas en varias variables complejas; se vio algo de funciones armónicas; se estudió la integral de Poisson y su aplicación al problema de Dirichlet.

La tercera parte está dedicada a las funciones holomorfas de varias variables complejas estudiándose la fórmula integral de Cauchy y su aplicación a establecer que una función holomorfa en un abierto de  $C^n$  es infinitamente diferenciable en  $x_j, y_j, z_j = x_j + iy_j$ . Se dieron algunos comentarios sobre la diferencia entre las funciones holomorfas de una y de varias variables complejas. En la cuarta etapa se estudia dos aplicaciones: solución del problema de Dirichlet para un disco; y el teorema de la función implícita. Ahora, a la distancia del tiempo, consideramos que este seminario fue una contribución en un dominio de la variable compleja, la que no era conocida en la UNT.

**9.8. La unicidad en problemas de contorno y de valor inicial en ecuaciones en derivadas parciales. (1985).** Y llegamos a 1985!, año en que podía cesar de la universidad con todos los beneficios de ley pero decidí quedarme un tiempo más por razones que expondré posteriormente en otro capítulo. Como observamos, por un buen tiempo no había dirigido seminario sobre ecuaciones en derivadas parciales y la nostalgia por esta área que con mucho afecto comenzamos a aprenderla en Brasilia surgió en nuestro ser. Con el alumno Segundo Guibar O. planificamos estudiar algunos resultados fundamentales sobre la unicidad de la solución de problemas de valor de contorno con el objetivo de aportar un material bibliográfico al departamento cuya biblioteca no tenía libros sobre EDP's. Yo disponía de una regular cantidad de libros, unos traídos del Brasil, otros adquiridos después. En el seminario estudiamos una selección de temas lo que permitió, al final, salga una monografía con temas que no eran bien conocidos en Trujillo. En la primera parte se formuló el teorema de Gauss y las identidades de Green, así como ideas generales de las ecuaciones de la onda, del potencial y del calor, temas ya conocidos en la UNT. En la segunda parte se estudió ecuaciones de tipo elíptico y de tipo elíptico-parabólico; se estudió la ecuación  $Au + au = f$ , dónde  $Au = \sum_{i,k=1}^n a_{ik}u_{x_i x_k} + \sum_{i=1}^n a_i u_{x_i}$ ,  $f \in C^0(D)$ ; bajo ciertas condiciones, se estudió al problema de Dirichlet y se probó la unicidad y la estabilidad de la solución; se usó el método de la integral de la energía. La cuestión de la existencia de la solución se trató vía el principio del máximo y del mínimo. En la tercera parte se prueba el principio del máximo y del mínimo y en la cuarta parte se usa el método integral de energía para estudiar la ecuación de la onda. La monografía de Guibar termina con algunos comentarios sobre el problema de la radiación.

**9.9. Espacios vectoriales topológicos y teoremas fundamentales. ( 1986).** Para esta época, 1986, estábamos desarrollando el programa de la Maestría en el Departamento de Matemática, el mismo que se había iniciado el año anterior, 1985; en particular habíamos dedicado algunos esfuerzos para que tal programa se concretizara y me sentía mal el pensar que dejaría la universidad y así no contribuir con tal programa; por esta y otras razones, decidí quedarme hasta que salga la primera promoción (a fines de 1988). Clarificado el panorama continuamos con los proyectos -seminarios pero a un ritmo más lento; sólo dirigí un seminario en 1986 y elegimos como tema de estudio a los espacios vectoriales topológicos, tema que aprendimos algo a través de un distinguido matemático, el Prof. Francois Treves, quién en 1964 dictó un curso sobre tales espacios en la Universidad de Brasilia. Por otro lado, en la UNT no eran conocidos estos espacios y su relación con las distribuciones y las EDP's; así, cuando los jóvenes Ruth Noriega S. y Obidio Rubio M. mostraron interés en trabajar conmigo les propuse como tema del seminario hacer un estudio detallado de algunos aspectos fundamentales en tal teoría. Nosotros disponíamos de la publicación Figueiredo- Treves que contenía en forma ampliada el curso de Brasilia.

En la primera parte se consideran los espacios localmente convexos, los espacios metrizable, los localmente acotados, los F-espacios, los espacios de Fréchet, los normales y los espacios que tienen la propiedad

de Heine-Borel. Luego se definieron los conjuntos equilibrados y los absorbentes; se prueban algunos teoremas que nos permiten visualizar y conocer la naturaleza topológica y algebraica de tales espacios; en esta dirección surge la funcional de Minkowsky. En la segunda parte se prueba el teorema de Baire; el teorema de Hahn-Banach es presentado en diferentes contextos, una de ellas es el de los espacios localmente convexos. En la tercera parte se prueba el teorema de Hahn-Banach. La monografía de Noriega-Rubio fue una buena contribución matemática a la imagen del Departamento de Matemática.

**9.10. Desenvolvimiento histórico de los conceptos de función e integral. (1988).** 1988 era mi último año como profesor de la UNT; ya tenía clarificado que a partir de 1989 sería profesor en la Pontificia Universidad Católica del Perú, en Lima. Quise despedirme dirigiendo dos seminarios sobre historia de la matemática; en esta oportunidad trabajé con la alumna Amelia Huerta Sánchez en dónde estudiaríamos la evolución de los conceptos fundamentales de función y de integral; la guía bibliográfica fue el artículo “Evolução dos Conceitos de Função e de Integral” (1986) de Gerardo Ávila.

Al final del seminario, la monografía de Huerta contenía información sobre el cálculo en el siglo XVIII, al problema de la cuerda vibrante, la obra de Fourier, sobre la integral de Cauchy, algunas ideas del concepto de función, sobre la contribución de Dirichlet y de Riemann; algo sobre la teoría de Lebesgue.

Como apreciamos, fue un esfuerzo hecho en pro a contribuir con una mejor enseñanza de los fundamentos del cálculo infinitesimal, ideas que entonces creo no eran bien conocidas. Por falta de tiempo no pudimos seguir trabajando en esta dirección pues la historia de la matemática correctamente enseñada, ayuda mucho en el proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática. Desde entonces comenzó a interesarme la historia de la matemática, en particular a nivel de teorías modernas.

**9.11. Algunos métodos de solución del problema de Dirichlet. (1988).** El objetivo de este seminario fue dar algunos aspectos históricos sobre algunos métodos para resolver el problema de Dirichlet y fue hecho junto con la alumna Ana María Rojas; la guía bibliográfica fue el artículo de D. G. Figueiredo, “O principio de Dirichlet”. 1985, y su monografía “Teoría Clásica de Potencial”, 1963. Estas publicaciones fueron la base del seminario que complementamos con otras publicaciones que teníamos. La monografía a escribirse por parte de Rojas debería tener un carácter pedagógico y que podría guiar el aprendizaje de tales métodos para futuros estudiantes. El informe final consta de cinco partes, **1.** La función de Green, donde se comenta al problema de Dirichlet y a las identidades de Green y a la función de Green; se la aplica para probar la unicidad del problema. **2.** El principio de Dirichlet, el cual se comenta por su relación con el problema de Dirichlet; se analiza el método de Schwarz; se discute algunos métodos de solución del método. **3.** Se presenta el método alterno de Schwarz; se dan algunos argumentos. **4.** El método del “Balayage”, introducido por Poincaré, se introduce la idea de armonización. **5.** El método de Perron, para lo cual se considera los sub-funciones, se construye la “función de Perron”, la que es solución del problema de Dirichlet, si el problema tiene solución; se consideran los dominios de Dirichlet y la noción de barrera de un dominio.

**10. Nuestro último legado. (1986-1988).** Cuatro libros:

- “Análisis Real-Funcional”, (1986).
- “Introducción a la Topología”, (1987).
- “Aspectos Básicos en Ecuaciones en Derivadas Parciales”, (1988).
- “Tópicos sobre Análisis Armónico”, (1988).

**11. Una anécdota.** Estamos en 1985, teníamos los requisitos para cesar de la UNT y recibir según los cálculos hechos por la universidad, una buena cantidad de dinero en relación al salario que teníamos entonces. También este año fue el inicio de una aventura política que habría de conducir al país a una grave crisis económica-social, pero yo no estaba pensando mucho en cuestiones políticas y menos en hacer cálculos futuros; muchos creímos en la honestidad, honradez y seriedad del joven presidente que acababa de llegar al poder. Por otro lado, nuestros dos mayores hijos ya estudiaban en Lima y nuestra hija tercera también deseaba estudiar en la capital. Además, el Dr. José Tola P., rector entonces de la PUCP, me había invitado para trabajar en la PUCP como docente; de esta manera casi todas las condiciones estaban a favor de cesar en la UNT e irnos a Lima, aún cuando ya existían brotes de un terrorismo que amenazaba la tranquilidad en la capital. Pero,...

En 1985 culminaron las gestiones administrativas para el funcionamiento del Programa de la Maestría en Matemática en la UNT en cuya gestión yo tuve parte y sentí una obligación moral no abandonar este esfuerzo en pro del progreso de la matemática en el norte del país; además, yo estaba muy ilusionado con tal programa y deseaba dictar cursos de cierto nivel avanzado; pero mi esposa pensaba en irnos ya!; acordamos quedarnos un año. Al final de este año nuestro compromiso con la universidad creció más y al final nos quedamos hasta fines de 1988, año en que salió la primera promoción. Cesé de la UNT a fines de febrero de 1989 y a partir de marzo ya era profesor de la PUCP. Pasado unos meses recibí la noticia del monto de

dinero que recibiría por mis 30 años de servicios en la UNT: “era una cantidad casi equivalente al sueldo que percibía en la PUCP cuando era profesor auxiliar”.

Con razón, o sin ella, mi señora me llamó la atención por mi error de quedarme en Trujillo 4 años más. ¿Cuál fue la razón de desequilibrio económico entre 1985 y 1989?... fue la pésima conducción del país de este jovencito presidente, quién nos llevó a las ruinas en varios aspectos, en economía en particular. Pero, tuve una sola excusa para calmar el malestar de mi esposa: en esos cuatro años escribí 4 libros al nivel de lo que siempre deseaba escribir”. Esos son los libros citados arriba. A manera de justificar mi decisión de quedarme en Trujillo le decía a mi señora: “ si en 1985 recibíamos buen dinero, éste lo gastábamos y al final pasa!, pero estos cuatro libros pueden ayudar a varias generaciones y esto es algo de otra dimensión, y confío que no pase!. No sé si convencí a mi señora.

**11.1. El proyecto de estos cuatro libros.** Según el programa de la Maestría en el primer año yo debía dictar el curso de “análisis real funcional” y otros tres cursos en los próximos tres años (periodo 1985- 1988). Los alumnos serían los jóvenes profesores del Departamento de Matemática; la idea fue que a través de este programa se mejora el nivel de la enseñanza a nivel de pregrado; como un hecho generacional digamos que todos estos jóvenes profesores habían sido mis alumnos en el pregrado; de esta manera los conocía bien. Por otro lado, en el camino surgió la idea de que el contenido de mis cursos a dictar los pudiera escribir y publicarlos por la universidad; esta idea se hizo realidad aún cuando para mí era un gran responsabilidad mas, un arduo trabajo y la universidad no tenía los recursos para hacer esta tarea menos laboriosa. Pero la idea nos entusiasmó pues además en cada libro podría considerar más cosas que las enseñadas a mis alumnos. Por esa época descubrí que escribir era parte de mi vocación que lo hacía con cierta facilidad, esto me dio confianza para aceptar el reto ante mí mismo de este ambicioso proyecto. Así mismo, mucho de lo que escribiría ya lo tenía escrito en diversos artículos aislados, la idea era complementarlos, darle unidad y coherencia al material, pero seguramente tenía que escribir cosas nuevas y que tenía que estudiar. Debo confesar que en mi calidad de Jefe del Departamento sólo dictaba un solo curso, en el programa de la Maestría; así disponía de un tiempo que lo dedicaba enteramente a escribir mis libros aún cuando la tarea administrativa era complicada por los conflictos que casi siempre habían.

Además, vivía muy cerca de la universidad (a una cuadra) así que cuando tenía un pequeño intervalo de tiempo iba a mi casa y escribía unas líneas, luego retornaba a la universidad; así aprendí que escribir un libro puede ser hecho escribiendo por ratitos y no esperar tener un largo período de tiempo para escribir. Esta técnica la usó aún en la actualidad en que vivo también cerca a la universidad. La tranquilidad tan necesaria para escribir, se la tiene uno que construir; es difícil sobretodo en la actualidad tener tranquilidad continua. Así, con este panorama comenzamos a escribir cuatro libros, nuestro último legado ala UNT, en recompensa a todo lo que recibí de ella!

**11.2. Análisis Real-Funcional. 334 pags..** Este libro responde a nuestro interés en escribir algo que plasme nuestro contacto con el análisis matemático por muchos años. Como sabemos, el escribir está en otra dimensión de lo que podemos conocer; por ejemplo puedo saber la noción de límite, explicarlo verbalmente y aplicarlo pero escribir sobre tal noción de un modo coherente, didáctico y riguroso, es otra cosa. Sabía también que la enseñanza del cálculo, en sus diferentes niveles y del análisis matemático en el pregrado de algunas universidades tenía deficiencias, algunas de rigor. Por ello, habiendo tenido una experiencia en Brasilia, Chicago y otros países, sentí la necesidad de ofrecer todo lo que podía y tenía para que nuestro libro pueda ser una alternativa de aprendizaje y enseñanza; como siempre ocurre, ahora a la distancia veo que lo producido puede ser mejorado en contenido y en forma. Al inicio del programa de la Maestría en Matemática se ofrecieron dos cursos, uno de álgebra y otro de análisis. Yo asumí el de análisis y tuve dos intereses en cuanto a su contenido: la teoría de la medida de Lebesgue y el análisis funcional; sabía que no tenía mucho tiempo en Trujillo para dictarlos en forma independiente, que aún a nivel básico, requería al menos un semestre.

No tenía tal tiempo así que organizamos el curso que contenga lo fundamental de ambas áreas. Deseamos que la presentación fuera intuitiva y se motiven las ideas centrales; que tuviera ejemplos oportunos, con mensajes e ilustren la teoría correspondiente, de igual manera con los ejercicios propuestos. Nuestra guía fue el excelente curso que recibimos del Prof. Zygmund de la U. de Chicago, modelo que nos sirvió para escribir esta parte del libro. En lo relativo al análisis funcional tenía la experiencia de los cursos que llevé en Brasilia con el Prof. D. Figueiredo y en Chicago con el Prof. F. Browder, de ambos aprendí muchas cosas y me dieron la confianza para escribir sobre este tema; además poseía libros sobre esta área que eran bien didácticos y me ayudaron a complementar con los ejemplos y ejercicios.

El libro tiene ocho capítulos, de los cuales los cinco primeros fueron usados en el dictado del curso de análisis; los tres restantes se pusieron para completar la información sobre esta área y pueden ser usados en lecturas o seminarios con los alumnos interesados en la teoría de la medida y/o del análisis funcional. Veamos sucintamente estos capítulos.

Cap.I. Partimos de la necesidad de aprender bien aspectos de la teoría de conjuntos y de funciones; todo

estudiante de matemáticas debe aprender estos temas con cierto nivel y hemos seleccionado los temas de modo que puedan servir en los restantes capítulos.

- Cap.II. Este Capítulo está dedicado a la teoría de la medida e integral de Lebesgue vía una presentación simple e intuitiva pero a la vez rigurosa, tal como nos enseñó el Maestro Zygmund. Su contenido es lo que básicamente se enseña en un primer curso, esto es, conjuntos medibles en  $R^n$ , funciones medibles, la integral de Lebesgue, la integral de Lebesgue y su relación con la integral de Riemann-Stieltjes; el teorema de Fubini. Como un tema especial se estudia al conjunto de Cantor.
- Cap.III. Esta parte está dedicada a los espacios de Banach y consta de siete secciones: espacios vectoriales, espacios normados y espacios de Banach, transformaciones lineales, el teorema de Hahn Banach, espacios reflexivos, espacios cocientes y algunos teoremas fundamentales (teorema de Baire, de la aplicación abierta, del gráfico cerrado y de la acotación uniforme).
- Cap.IV. Trata sobre los espacios de Hilbert, tema que presentamos en 4 secciones; en el primero se dan las definiciones, ejemplos y propiedades básicas; en el segundo se presentan algunas propiedades geométricas de los espacios de Hilbert; luego en la tercera se estudian las series y bases en estos espacios. Finalmente se presenta el fundamental teorema de Riesz.
- Cap.V. Esta parte está dedicada a los operadores sobre espacios de Banach y de Hilbert; consta de 11 secciones: operadores lineales, ejemplos, funciones sesquilineales, matriz de una funcional bilineal y funcionales cuadráticas, operadores bilineales limitados, el operador adjunto, tipos de operadores (isométricos, unitarios, semi-adjuntos, proyección, normales, compactos), subespacios invariantes, valores propios, teoría espectral y teoría espectral de operadores sobre espacios pre-hilbertianos.  
**Nota.** Gran parte de lo descrito en estos cinco capítulos fueron tratados en el curso que ofrecimos en la Maestría, el libro contiene más material que lo enseñado.
- Cap.VI. El tema de la sumabilidad y la convergencia fue tratado en este capítulo; en la primera sección se estudió la sumabilidad en espacios normados y en la segunda la cuestión de la convergencia en espacios de Banach (topología débil y conjuntos convexos en espacios de Banach).
- Cap.VII. Este capítulo está dedicado a dos aplicaciones: teoremas del punto fijo (de Banach, de Brouwer, de Schauder) y ecuaciones integrales (de Volterra).
- Cap.VIII. Contiene cinco Notas (conjuntos de Borel y funciones de Baire, medida abstracta, breve biografía de H. Lebesgue, teoría de la probabilidad y problemas de valor de contorno) y breves palabras sobre D. Hilbert y S. Banach. El libro termina con unas referencias históricas del Análisis funcional

**11.3. Introducción a la Topología. 390 págs.** Este libro está dedicado a la topología general, área que me era un poco familiar desde mis inicios como profesor universitario; recordemos que en el verano de 1961 hicimos un seminario con el Prof. J. Ampuero y leímos casi toda la monografía sobre topología del Prof. S. MacLane, y por ausencia del profesor titular del curso de topología general fui encargado de dictarlo en 1961 en la UNT. Otra vivencia con la topología general la tuve en la universidad de Chicago en donde tuve una bonita experiencia resolviendo problemas del libro de J. Kelley "Topología General" (1969); otras breves vivencias las tuve con mis alumnos en algunos seminarios y así llegamos a 1986 cuando tuve que dictar topología general en la Maestría de Matemática y escribir el curso con la proyección de que sea un libro. Este libro es el libro que ahora comentaremos.

El libro consta de tres partes: I. Motivaciones y Ejemplos. II. Espacios Metricos y III. Topología General. La **parte I** consta de dos secciones: ¿Qué es la topología? y equivalentes topológicos. La parte II tiene cuatro Capítulos: Capítulo 1. Ejemplos y resultados básicos. Capítulo 2. Conjuntos abiertos, cerrados y continuidad. Capítulo 3. Subespacios y Homeomorfismos. Capítulo 4. Algunos tipos de espacios metricos. La **parte III** tiene 10 Capítulos: Capítulo 5. Espacios topologicos. Bases. Capítulo 6. Funciones continuas y homeomorfismos. Capítulo 7. Subespacios y espacios cocientes. Capítulo 8. Topologías producto, iniciales y finales. Capítulo 9. Conexidad Capítulo 10. Convergencia en espacios topologicos. Capítulo 11. Separación Capítulo 12. Espacios compactos Capítulo 13. Espacios pseudo metricos, metrización y espacios paracompactos. Capítulo 14. Espacios uniformes.

El libro termina con un apéndice ¿Qué es la topología? Como sabemos la topología es la rama de la matemática que estudia la noción de función continua en el sentido más generalizado. Surgieron diferentes tipos de espacios topologicos y una gran variedad de recursos auxiliares y así surgieron distintas ramas de la topología: la topología general, la topología combinatoria, la topología algebraica, la topología diferencial, los grupos de Lie,... de esta manera, la topología es un gran subuniverso en el universo de la matemática la cual es muy útil en otras ramas de la matemática, de la física y en otros sectores de la ciencia. Nuestro libro es básico y autodidáctico, con muchos ejemplos y ejercicios.

**11.4. Aspectos Básicos en Ecuaciones en Derivadas Parciales. 341 pags .** Conforme el programa de la maestría avanzaba y terminaba de escribir los libros (de los cuales también me encargaba de las revisiones, tarea aburrida pero inevitable) proyectados, todo esto nos estimulaba; así vino el tercer libro, el dedicado a

las ecuaciones en derivadas parciales. Estamos terminando 1987 y sólo disponía hasta fines de 1988 para escribir este libro y el de análisis armónico. Una dura tarea por hacer! En ambos casos teníamos una larga vivencia y algunos escritos aislados; esto nos ayudó a cumplir con tal tarea. Como sabemos, nuestro primer contacto con las EDP's fue en la Universidad de Brasilia de donde trajimos un buen material bibliográfico; los cursos dados por Figueiredo, Peetre y Treves nos ayudó mucho en la actual tarea. Nuestra breve estadía en Chicago también nos motivó pues conocimos a muchas autoridades en esta área matemática. Por otro lado, las EDP's eran completamente desconocidas cuando yo era un estudiante, luego no teníamos en la biblioteca del Departamento libros sobre EDP's; mi libro sería el primer intento que inicie una nueva etapa en la vida académica de la UNT. Por ello, deseábamos que lo que escribiéramos sirviera para aprender y enseñar las EDP's, y esto significaba que tuviéramos mucho cuidado en la selección de los temas, la forma de presentarlos, dando énfasis a las motivaciones, claridad de las ideas fundamentales. Por estos argumentos, el libro se escribió usando un lenguaje clásico, aún cuando si se presentaron algunos espacios de funciones, las distribuciones y los operadores diferenciales parciales, pero todo esto en forma débil.

El libro contiene ocho capítulos y treinta y siete secciones; al final se da algunas breves referencias históricas sobre las EDP's. Veamos.

- Cap.I. El teorema de la divergencia y las E. D. ordinarias.
- Cap.II. Motivaciones físicas: la conducción del calor, el potencial gravitacional, la cuerda vibrante, El problema de la membrana, las ecuaciones de Maxwell, la ecuación de la continuidad, forma de la identidad de la energía para la ecuación del calor.
- Cap.III. Las ecuaciones en derivadas parciales.
- Cap.IV. Series de Fourier.
- Cap.V. Distribuciones y transformada de Fourier.
- Cap.VI. Espacios de Sobolev.
- Cap.VII. El problema de Cauchy. **Capítulo 8.** Problemas de valor de contorno.

Como apreciamos, lo ofrecido en este libro fue para ser enseñado en un primer curso de EDP's y esto fue el objetivo! para de esta forma esta área central de la matemática, entre a la UNT.

**11.5. Tópicos Sobre Análisis Armónico. (1-378 pags.).** El tiempo nos es agobiante entre 1987 y 1988 pues mi hija terminaba la secundaria y deseaba estudiar en Lima en donde ya estudiaban los dos mayores de nuestros hijos; mi señora estaba cada día más deseosa de ya dejar Trujillo; apenas terminé nuestra publicación sobre EDP's inicié la tarea de escribir el cuarto libro planificado, sobre análisis armónico. Esta tarea era así un reto pues escribiría sobre algo nuevo para mí pero que deseaba escribir algo, como una monografía. Nos ayudó en esta tarea el hecho que tenía pequeños escritos, artículos, diversos seminarios hechos desde 1970; así sólo quedaba sentarse y trabajar lo más continuo posible, aprovechando todo pequeño tiempo libre. Así, en 1988 salieron publicados nuestros dos libros, el de ecuaciones en derivadas parciales y el de análisis armónico!... y aún hubo una "yapa" como veremos después. El libro sobre análisis armónico trata sobre tres temas fundamentales: los espacios BMO, las integrales singulares y los espacios de Hardy  $H^p$ ; alrededor de estos temas tratamos otros, todo esto a nivel introductorio y tratando que el libro sea autosuficiente; se seleccionó un conjunto de clásicos temas procurando llegar hasta un nivel de iniciar investigación hasta esa época (1988).

Como el análisis armónico es poco conocido en el Perú y en consecuencia tenemos pocos libros sobre esta área en las bibliotecas de nuestras universidades, consideramos conveniente dar el contenido de nuestro libro como una guía de posibles estudios de los interesados en esta hermosa área de la matemática. El libro tiene 6 capítulos.

- Cap.I. **Temas Seleccionados.** Medida abstracta, función distribución y tipo de Operadores, la función maximal de Hardy-Littlewood, introducción a la diferenciación de integrales, interpolación, la descomposición de Calderón-Zygmund.
- Cap.II. **Espacios BMO y funciones peso.** Espacios BMO, pesos  $A_p$ , la desigualdad de John-Nirenberg, BMO pesados, desigualdades con peso.
- Cap.III. **Integrales singulares.** Una visión de la teoría, operadores invariantes por traslaciones, multiplicadores, desigualdades pesadas para integrales singulares, integrales singulares, (integrales singulares vectoriales, familia de Vitali y operadores, la métrica parabólica  $\rho(x)$  y el grupo  $\{A_t\}$ ).
- Cap.IV. **Espacios  $H^p$ .** Una visión de la teoría, funciones analíticas y armónicas,  $H^p$  en el disco unitario,  $H^p$  en el semi-espacio, algunas caracterizaciones (el espacio de Hardy  $H^p(\mathbb{R}_+^{n+1})$ ), el espacio  $H^1$ ; el teorema de dualidad de Ch. Fefferman, descomposición atómica en  $H^p$ ; espacios de tipo homogéneo.
- Cap.V.  **$\varphi$ -Espacios.** Introducción el espacio  $BMO_\varphi$ ,  $BMO_\varphi$ -caracterización de Fefferman.
- Cap.VI. **Complementos y Proyecciones.** I. Espacios  $\mathcal{L}^{p,\lambda}$  ó  $H^{\alpha,p}$ , II. Análisis armónico sobre variedades, III. Notas: espacios  $\mathcal{L}^{p,\lambda}$  locales, espacios del Lipschitz, espacios probabilísticos.

**Apéndice.** Espacios de funciones.

Esta obra, sobre análisis armónico, fue el primero en publicarse en nuestro país y tuvo por objetivo motivar a los jóvenes de hoy o del futuro para que impulsen el estudio y la investigación de esta fundamental área de la matemática.

**ORCID and License**

Alejandro Ortiz Fernández <https://orcid.org/0000-0002-9380-4301>

This work is licensed under the [Creative Commons Attribution-NoComercial-ShareAlike 4.0](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/).

## Referencias

- [1] Ortiz Fernandez A. Evolución de la Matemática en la Universidad Nacional de Trujillo: Mi viencia con la Matemática. Parte A. Trujillo: Editorial Universidad Nacional de Trujillo. 2020.