



SELECCIONES MATEMÁTICAS

Universidad Nacional de Trujillo

ISSN: 2411-1783 (Online)

2020; Vol. 7(1): 151-161.



Modelo básico epidemiológico SIR para el COVID-19: caso las Regiones del Perú

Basic epidemiologic model SIR for COVID-19: case of Peruvian Regions

Edmundo Vergara Moreno[Ⓜ], Ronald León Navarro[Ⓜ], Juliana More Ayala[Ⓜ], Daniel Arteaga Blas[Ⓜ], Rafael Asmat Uceda[Ⓜ], Julio Peralta Castañeda[Ⓜ], Cesar Quito Santos[Ⓜ], Humberto Vargas Pichon[Ⓜ] and Obidio Rubio[Ⓜ]

Received, May. 27, 2020

Accepted, Jun. 24, 2020



How to cite this article:

Vergara-Moreno, E. et al. *Modelo básico epidemiológico SIR para el COVID-19: caso las Regiones del Perú*. *Selecciones Matemáticas*. 2020;7(1):151–161. <http://dx.doi.org/10.17268/sel.mat.2020.01.14>

Resumen

En este trabajo se utiliza un modelo epidemiológico básico para determinar la evolución del COVID-19 en cada una de las regiones del Perú. Para determinar los parámetros del modelo que caracteriza una determinada epidemia, se utiliza los reportes de las personas infectadas, fallecidas y recuperadas proporcionados por las Gerencias Regionales de Salud del Perú. Como resultado, se obtiene la configuración de los infectados, susceptibles y removidos que concuerda con la bibliografía existente, así también se obtiene un intervalo de tiempo en que hay un considerable número de infectados, el máximo de infectados y la fecha en que ocurre.

Palabras clave. Modelo básico SIR, COVID-19, Epidemia, Regiones del Perú.

Abstract

In this work, a basic epidemiological model is used to determine the evolution of COVID-19 in each of the regions of Peru. For determining the parameters of the model which characterize a certain epidemic, the reports of infected, deceased and recovered people provided by the Regional Health Management of Peru are used. As a result, we obtained the configuration of the infected, susceptible and removed which are consistent with the existing bibliography, thus we also obtain a time interval in which there is a considerable number of infected, the maximum number of infected and the date on which it occurs.

Keywords . SIR basic model, COVID-19, Epidemic, Peruvian regions.

1. Introducción. Cuando en China y Europa los efectos devastadores de COVID-19 ya se encuentran en descenso, en el Perú se experimenta una gran propagación con perspectiva incierta. En la actualidad se vienen realizando estudios sobre los efectos de este fenómeno, pronosticando algunos datos futuros, como se puede ver en el estudio, utilizando el modelo básico de las epidemias, se proyecta que el período con gran número de infectados será entre el 24 de abril y el 3 de noviembre, alcanzando el mayor número de infectados entre 7 y 21 de junio [13]. Estas proyecciones incluyen la evolución del COVID-19 en todo el Perú, sin embargo, debido a las particularidades de las distintas regiones que lo conforman, los efectos son variados, incluso en algunas regiones el primer infectado se presentó un mes después del ocurrido en otras.

*Departamento de Matemáticas, Universidad Nacional de Trujillo, Trujillo, Perú (evergara@unitru.edu.pe).

†Departamento de Matemáticas, Universidad Nacional de Trujillo, Trujillo, Perú (rleon@unitru.edu.pe).

‡Departamento de Ciencias, Universidad Privada del Norte, Trujillo-Perú (jiliana.more@upn.edu.pe).

§Departamento de Matemáticas, Universidad Nacional de Trujillo, Trujillo, Perú (marteaga@unitru.edu.pe).

¶Departamento de Matemáticas, Universidad Nacional de Trujillo, Trujillo, Perú (rasmat@unitru.edu.pe).

||Departamento de Matemáticas, Universidad Nacional de Trujillo, Perú (jperaltac@unitru.edu.pe).

**Departamento de Morfología, Universidad Nacional de Trujillo, Trujillo, Perú (cequisant@hotmail.com).

††Departamento de Mat. y Estad., Universidad Nacional Jorge Basadre Grohmann, Tacna, Perú (humberto.vargas@unjbg.edu.pe).

‡‡Departamento de Matemáticas, Universidad Nacional de Trujillo, Perú (orubio@unitru.edu.pe).

Las características fundamentales de la epidemia COVID-19, como cualquier epidemia provocada por un virus, son tres, se transmite por contacto entre personas, tienen un período de desarrollo de la infección y al final del período el infectado si no fallece se cura [12]. Y entre tanto no se demuestra lo contrario, para los efectos de este trabajo se supone que la cura de covid 19 genera inmunidad. Esto hace que la epidemia COVID-19 también cumpla con los supuestos del modelo básico epidemiológico SIR propuesto por Kermack y McKendrick en 1927 [6], razón por la cual en este trabajo se utiliza para el estudio de la evolución del COVID-19 en las regiones del Perú.

El modelo SIR es ampliamente estudiado y aplicado. Así encontramos el desarrollo de su solución analítica [4], el correspondiente análisis cualitativo [2, 11] y su aplicación en diferentes epidemias [7], por un lado, en los trabajos recientes de aplicación comparativa de la evolución del COVID-19 en Italia y China [5], por otro lado, en el estudio de las proyecciones de la evolución del COVID-19 en Colombia [8, 10].

En este trabajo, utilizando el modelo SIR, determinamos la evolución aproximada del número de infectados en cada una de las regiones del Perú; adicionalmente, se determina el día aproximado en que se alcanza el mayor número de infectados y el período en que se presenta un considerable número de infectados.

2. Modelo epidemiológico SIR. En el modelo presentado por Kermack y McKendrick [6], la población total de un entorno geográfico, N , afectada por una epidemia, se divide en tres grupos: los susceptibles S que de ponerse en contacto con un infectado puede adquirir el virus, los infectados I que tienen el virus, y los removidos R que es la suma de los fallecidos con los inmunes (curados).

El esquema de la dinámica de una epidemia entre los grupos de una población se observa en la figura 2.1, en donde se representa que un individuo susceptible si se pone en contacto con un infectado pasa al grupo de los infectados, mientras que un infectado, después de un determinado tiempo, pasa al grupo de los removidos ya sea porque se cura y se vuelve inmune o porque fallece.



Figura 2.1: Dinámica de una epidemia en una población

El modelo matemático [6], que representa esta interacción está dado por el sistema de 3 ecuaciones diferenciales ordinarias 2.1, 2.2 y 2.3 siguiente:

$$(2.1) \quad S'(t) = -\lambda S(t)I(t)$$

$$(2.2) \quad I'(t) = \lambda S(t)I(t) - \gamma I(t)$$

$$(2.3) \quad R'(t) = \gamma I(t)$$

donde λ es la tasa de infección, γ es la tasa de remoción, t representa el tiempo expresado en días, $S(t)$, $I(t)$, $R(t)$ cantidad de personas susceptibles, infectados y removidos en el día t respectivamente, y se cumple la igualdad (2.4) :

$$(2.4) \quad S(t) + I(t) + R(t) = N, \quad \forall t \geq 0$$

donde N es la población total, que es fijo, es decir, no se produce nacimientos ni muertos por causas distintas a la epidemia, durante todo el período de estudio.

La ecuación (2.1) indica que la variación (disminución) de la cantidad de susceptibles en el día t es directamente proporcional a la cantidad de susceptibles e infectados. La ecuación (2.2) indica que la variación de los infectados está dado por la diferencia de los nuevos infectados y los nuevos removidos, y finalmente la ecuación (2.3) indica que la variación de los removidos en el día es directamente proporcional a la cantidad de infectados.

3. Modelo básico epidemiológico de COVID-19 en las Regiones del Perú. La adecuación del modelo de la sección anterior al caso COVID-19 de cada región del Perú, implica la determinación de los respectivos parámetros λ y γ a partir de la evolución de las cifras oficiales de los efectos de COVID-19 reportadas por las respectivas Gerencias Regionales de Salud, que satisfagan las ecuaciones de (2.1) a (2.3), en relación a la población respectiva.

3.1. Población y cifras del COVID-19. De acuerdo al censo de 22 de octubre de 2017, la población peruana alcanza 31 millones 237 mil 385 personas, sobre dicha base se tienen los pronósticos al 30 de junio de cada año [3], de 31,562,130 para 2018, de 32,131,400 para 2019 y 32,625,948 para 2020. Igualmente se tienen las poblaciones proyectadas a Junio de 2020 para cada una de las regiones incluida la provincia Constitucional del Callao, que se presenta en la columna 2 de la Tabla 3.1.

Los datos del efecto de COVID-19 en las regiones del Perú se recogieron de los reportes oficiales difundidos por cada una de la Direcciones Regionales de Salud, un buen número de ellos reportaron infectados, fallecidos y pacientes dados de alta, otros solo reportaron infectados y fallecidos y no los que han sido dados de alta, y para el caso de Lima se cuenta solo con datos sumados con todo el país tanto los fallecidos así como los que han sido dados de alta. Para aquellos casos que no se cuentan con datos de fallecidos y recuperados se ha utilizado la media obtenida en abril de 2,2% de letalidad y 30,45% de recuperación con respecto al total de infectados para obtener los fallecidos y recuperados. En cada región se ha considerado el período comprendido entre el día en el que se ha reportado el primer fallecido o recuperado hasta el 30 de abril, con la excepción de Cuzco que se considera desde día en que se reporta el primer infectado y de Madre de Dios desde el día que se reporta el tercer infectado. La población de removidos $R(t)$ en un día t , se obtiene sumando los fallecidos y los que han sido dados de alta, $I(t)$ los infectados activos, es decir el total de infectados menos los removidos, y $S(t)$ susceptibles en el día t es la población total de la región excluido los infectados y los removidos. Se denota por $R(0)$ los removidos, $I(0)$ los infectados y $S(0)$ los susceptibles en el día $t = 0$, que constituyen las condiciones iniciales del sistema de ecuaciones de (2.1) a (2.3), y están respectivamente en las columnas 3, 4, 5 y 6 de la Tabla 3.1.

Tabla 3.1: Datos relacionados con la región y COVID-19

Región	Población	Fecha 0	S(0)	I(0)	R(0)	λ	γ
Amazonas	427 202	abril 19	427150	51	1	2.46823E-7	0.06741697
Ancash	1 177 080	marzo 31	1 177 067	11	2	1.19265E-7	0.01377746
Apurímac	467 707	abril 12	467 702	3	2	5.67876E-7	0.08443594
Arequipa	1 358 108	marzo 30	1 358 087	19	2	1.03536E-7	0.02791442
Ayacucho	725 649	abril 17	725 620	23	6	1.5739E-7	0.02647321
Cajamarca	1 544 325	abril 5	1 544 319	5	1	1.05922E-7	0.02853017
Callao	1 081 491	marzo 17	1 081 487	3	1	2.24996E-7	0.08130071
Cusco	1 352 476	marzo 13	1 352 475	1	0	1.05689E-7	0.028119096
Huancavelica	511 794	abril 5	511 792	1	1	6.04258E-7	0.12340372
Huánuco	888 845	abril 17	888 800	43	2	1.75717E-7	0.02346634
Ica	825 042	marzo 22	825 040	1	1	2.83583E-7	0.08842459
Junín	1 398 361	marzo 30	1 398 347	13	1	9.12E-8	0.028286
La Libertad	1 973 446	marzo 24	1 973 441	4	1	9.6332E-8	0.069847
Lambayeque	1 309 731	marzo 28	1 309 716	14	1	1.5938E-7	0.059059
Lima	10 609 166	marzo 19	10 608 972	190	4	1.501E-8	0.0489443
Loreto	1 085 375	marzo 30	1 085 322	51	2	1.1525E-7	0.0525673
Madre de Dios	153 164	abril 10	153 161	3	0	1.98324E-6	0.02989085
Moquegua	189 701	abril 16	189 678	20	3	7.7808E-7	0.0337771
Pasco	314 677	abril 10	314 668	8	1	4.7852E-7	0.0154262
Piura	1 914 346	marzo 21	1 914 329	16	1	7.9151E-8	0.0552036
Puno	1 485 328	abril 12	1 485 326	1	1	2.4182E-7	0.111077
San Martín	894 564	abril 1	894 558	5	1	2.0045E-7	0.0505354
Tacna	362 331	abril 23	362 281	34	16	4.5436E-7	0.0805688
Tumbes	251 363	marzo 30	251 353	9	1	5.7418E-7	0.0298196
Ucayali	523 086	abril 15	523 037	46	3	3.9415E-7	0.0182939

3.2. Cálculo del valor aproximado de λ y γ . El valor del parámetro λ debe satisfacer la ecuación 2.1, para los datos de poblaciones susceptibles e infectados de la respectiva región, y se calcula utilizando el mismo procedimiento utilizado en [13].

Para calcular las derivadas de las ecuaciones del modelo se hace uso de una derivada aproximada, y se ha elegido, la derivada aproximada por diferencias divididas finitas centradas [1]:

$$f'(x_0) \approx \frac{f(x_0 + h) - f(x_0 - h)}{2h}$$

Afortunadamente los intervalos de los datos son uniformes y diarios por tanto $h = 1$, entonces la derivada que se utiliza es la siguiente:

$$(3.1) \quad f'(t) \approx \frac{f(t+1) - f(t-1)}{2}$$

Para cada $t = 1, 2, \dots$ se calcula este parámetro λ utilizando la aproximación 3.1 en la ecuación 2.1, es decir usando la fórmula 3.2.

$$(3.2) \quad \lambda = -\frac{S(t+1) - S(t-1)}{2S(t)I(t)}$$

Finalmente, el parámetro λ se obtiene hallando el promedio de los valores obtenidos en 3.2, valor que aparece en la columna 7 de la Tabla 3.1.

El cálculo de γ se ha hecho de forma similar, utilizando la aproximación 3.1 en la ecuación 2.3, es decir utilizando la fórmula 3.3.

$$(3.3) \quad \gamma = \frac{R(t+1) - R(t-1)}{2I(t)}$$

se calcula el valor de γ para cada t y finalmente se calcula el promedio de tales valores, cuyo resultado aparece en la columna 8 de la Tabla 3.1.

4. Simulación de la evolución de los efectos del COVID-19 en las regiones del Perú. Una vez obtenido los parámetros del modelo ajustado al caso COVID-19 en cada Región del Perú, se resuelve el sistema de ecuaciones 2.1, 2.2 y 2.3, teniendo en cuenta la ecuación 2.4 y para las condiciones iniciales proporcionados en la Tabla 3.1, mediante el método numérico de Euler [1], que se programó en Phython.

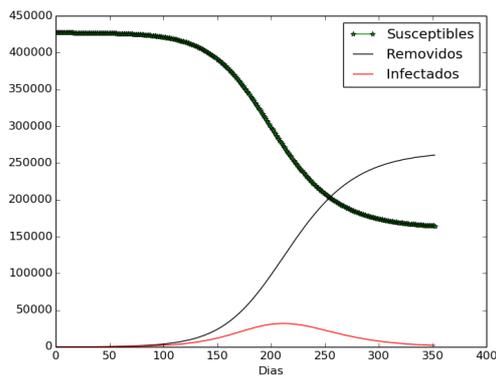
Se ha simulado la solución de las tres funciones, $S(t)$, $I(t)$ y $R(t)$ para valores de t desde el día cero considerado para cada región hasta el día 5 de marzo de 2021 (a un año de lo que se reportó el primer infectado en el Perú), obteniéndose lo que se muestra en las Figuras desde 4.1(a) hasta 4.14.

Por otro lado también se ha determinado el período en que se presenta un considerable número de infectados, adicionalmente se determina el número máximo de infectados y el día en el que se ha de alcanzar para cada región. Estos datos se presenta en la Tabla 4.1.

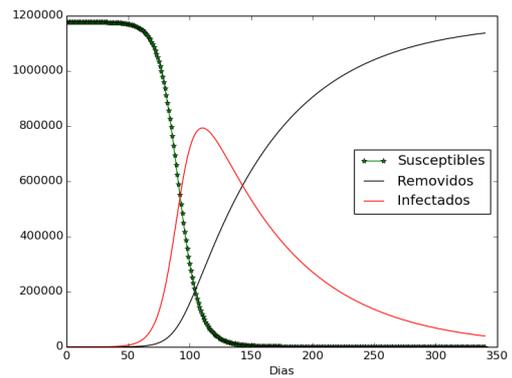
Tabla 4.1: Máximo número de infectados por COVID-19 en cada región y la fecha de ocurrencia

Región	Fecha $t = 0$	Periodo delicado	infectados	Máximo de I(t)	Fecha
Amazonas	abril 19	28 julio- 5 marzo	+1 000	31 926	noviembre 19
Ancash	marzo 31	5 junio-5 marzo	+5 000	793 282	Julio 20
Apurímac	abril 12	22 mayo - 31 agosto	+ 500	148 578	junio 22
Arequipa	marzo 30	20 Mayo - 29 diciembre	+ 5 000	652 568	julio 22
Ayacucho	abril 17	16 junio - 16 febrero	+ 1 000	311 505	agosto 31
Cajamarca	abril 5	4 junio - 4 diciembre	+1 000	804 405	julio 19
Callao	marzo 17	7 de mayo - 16 agosto	+5 000	323 913	junio 11
Cusco	marzo 13	3 junio - 12 enero	+1 000	653 744	julio 31
Huancavelica	abril 5	25 mayo - 4 agosto	+ 500	119 946	junio 18
Huánuco	abril 17	26 junio - 16 diciembre	+5 000	502 106	julio 15
Ica	marzo 22	21 mayo - 21 agosto	+1 000	209 805	junio 28
Junín	marzo 30	20 junio - 20 diciembre	+5 000	621 121	agosto 11
La Libertad	marzo 24	29 mayo - 13 octubre	+ 10 000	522 368	julio 18
Lambayeque	marzo 28	7 mayo - 27 agosto	+ 5 000	471 098	junio 25
Lima	marzo 19	11 mayo - 29 noviembre	+ 50 000	3 500 832	julio 6
Loreto	marzo 30	29 mayo - 30 diciembre	+ 5 000	233 824	agosto 21
Madre de Dios	abril 10	10 mayo - 9 de octubre	+500	103 104	junio 10
Moquegua	abril 16	25 mayo - 15 noviembre	+ 500	82 252	julio 18
Pasco	abril 10	20 mayo - 5 marzo	+ 500	208 978	Julio 15
Piura	marzo 21	6 junio - 20 octubre	+ 10 000	512 603	julio 29
Puno	abril 12	21 mayo - 11 agosto	+ 1 000	486 857	junio 12
San Martín	abril 1	20 mayo - 30 octubre	+ 1 500	323 152	Julio 12
Tacna	abril 23	12 junio - 30 octubre	+500	58 293	agosto 11
Tumbes	marzo 30	20 junio - 9 diciembre	+ 1 000	117 517	Julio 12
Ucayali	abril 15	10 mayo - 24 diciembre	+ 1 000	364 247	Junio 18

A continuación vemos las figuras:

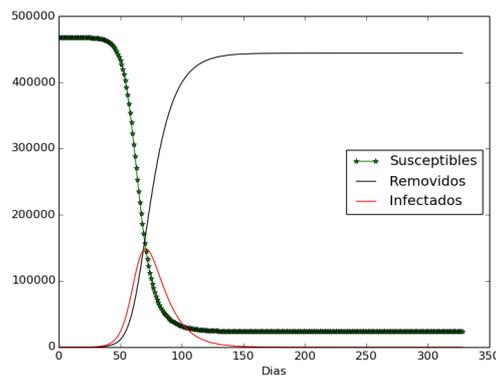


(a) Amazonas, desde 9 de Abril

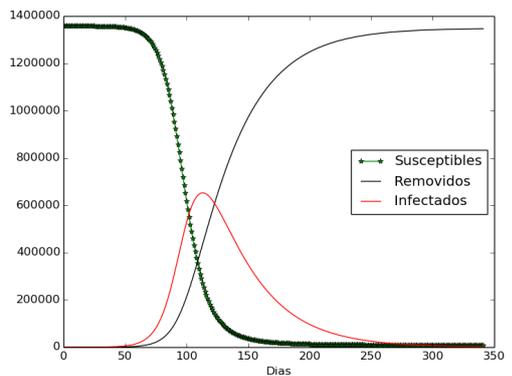


(b) Ancash, desde 31 de Marzo

Figura 4.1: Efecto COVID-19 en Amazonas y Ancash.

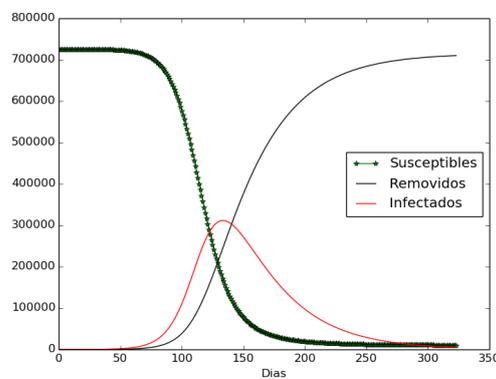


(a) Apurimac, desde 12 de Abril

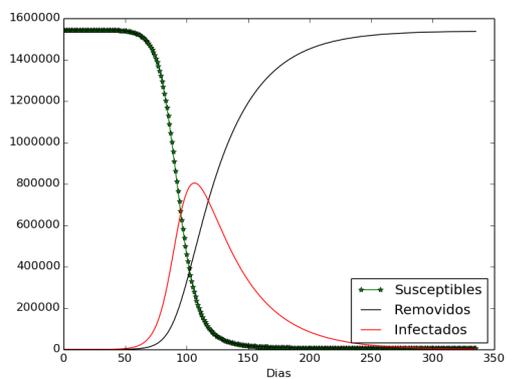


(b) Arequipa, desde 30 de Marzo

Figura 4.2: Efecto COVID-19 en Apurimac y Arequipa.

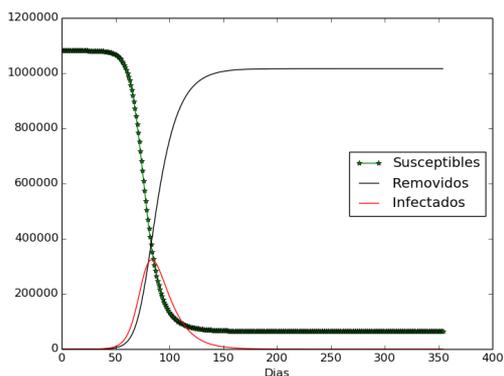


(a) Ayacucho desde 17 de Abril

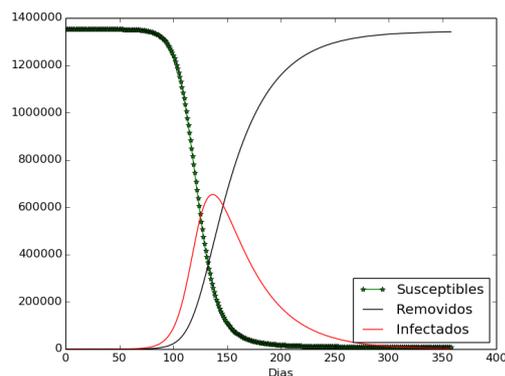


(b) Cajamarca desde 05 de Abril

Figura 4.3: Efecto COVID-19 en Ayacucho y Cajamarca.

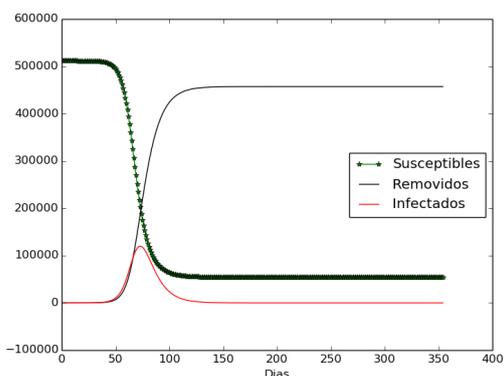


(a) Callao desde 17 de Marzo

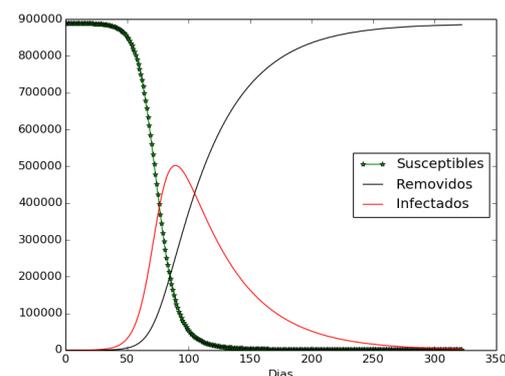


(b) Cusco desde 17 de Marzo

Figura 4.4: Efecto COVID-19 en Callao y Cuzco.

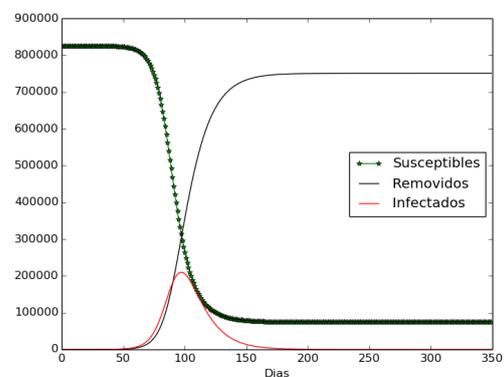


(a) Huancavelica desde 05 de Abril

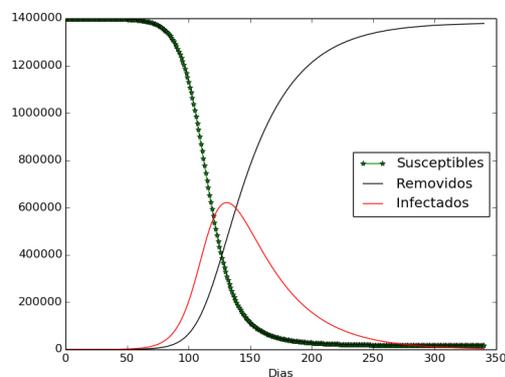


(b) Huánuco desde 17 de Abril

Figura 4.6: Efecto COVID-19 en Huancavelica y Huánuco.

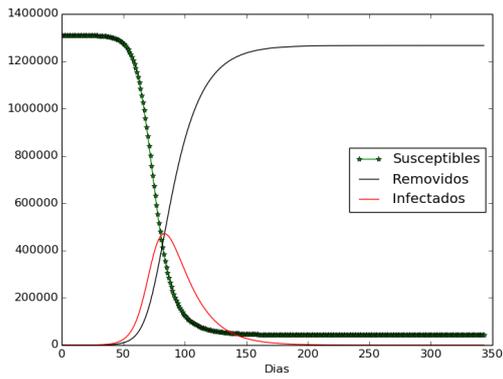


(a) Ica desde 22 de Marzo

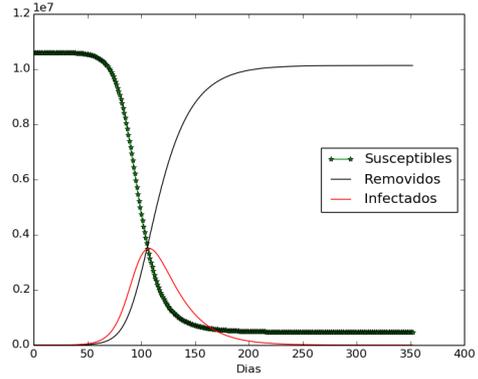


(b) Junin desde 30 de Marzo

Figura 4.7: Efecto COVID-19 en Ica y Junin.

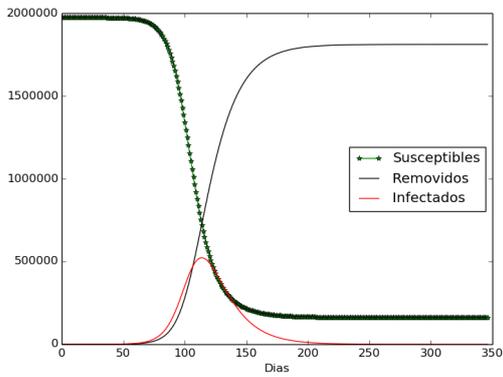


(a) Lambayeque desde 28 de Marzo

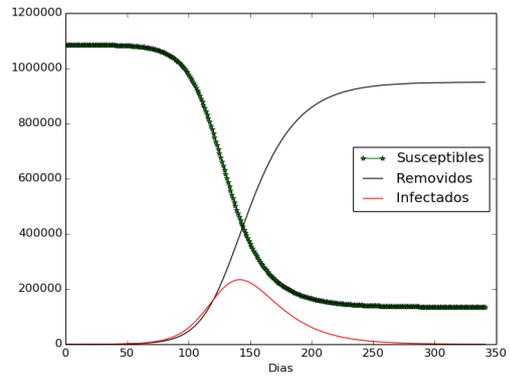


(b) Lima desde 19 de Marzo

Figura 4.8: Efecto COVID-19 en Lambayeque y Lima.

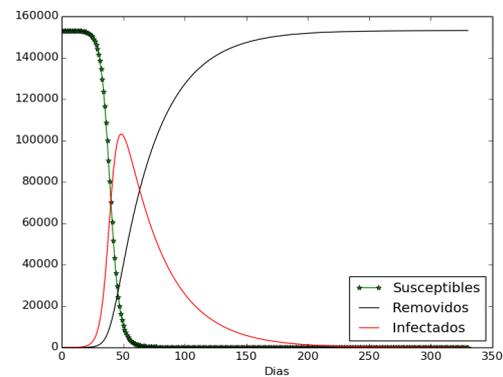


(a) La Libertad desde 24 de Marzo

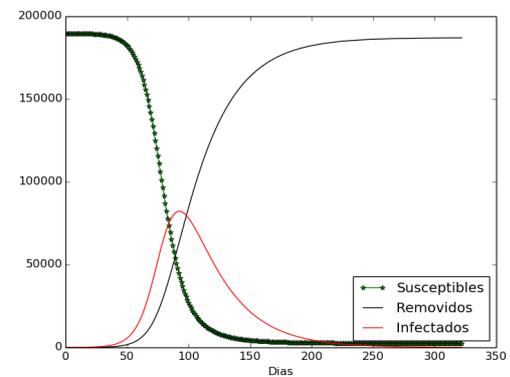


(b) Loreto desde 30 de Marzo

Figura 4.9: Efecto COVID-19 en La Libertad y Loreto.

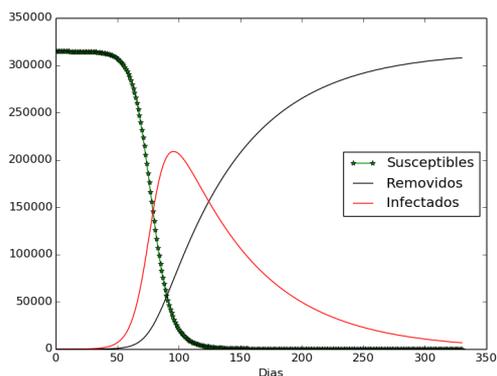


(a) Madre de Dios desde 10 de Abril

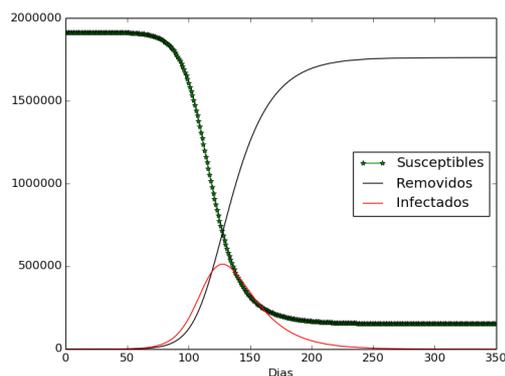


(b) Moquegua desde 16 de Abril

Figura 4.10: Efecto COVID-19 en Madre de Dios y Moquegua.

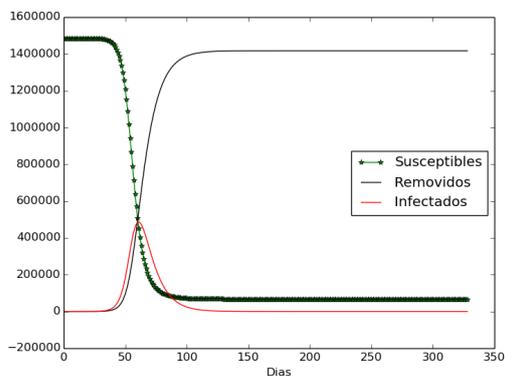


(a) Pasco desde 10 de Abril

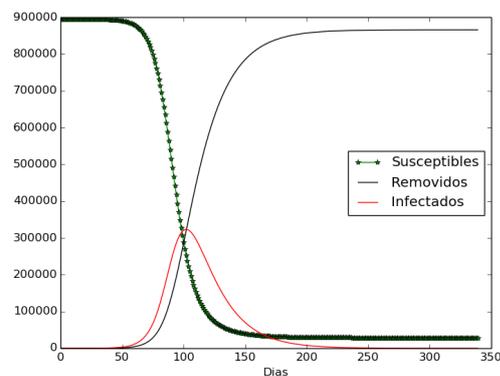


(b) Piura desde 21 de Marzo

Figura 4.11: Efecto COVID-19 en Pasco y Piura.

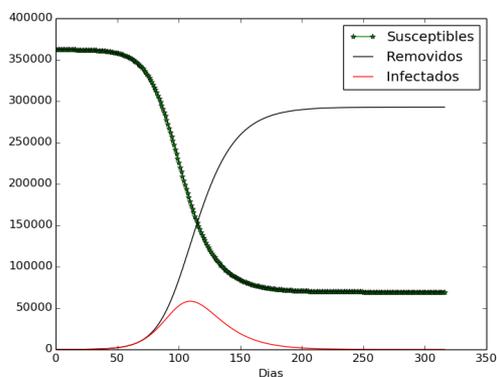


(a) Puno desde 12 de Abril

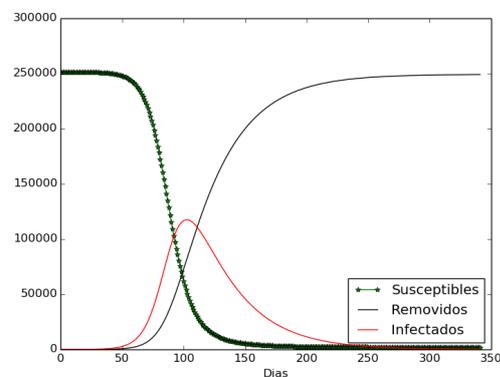


(b) San Martin desde 01 de Abril

Figura 4.12: Efecto COVID-19 en Puno y San Martin.



(a) Tacna desde 23 de Abril



(b) Tumbes desde 30 de Marzo

Figura 4.13: Efecto COVID-19 en Tacna y Tumbes.

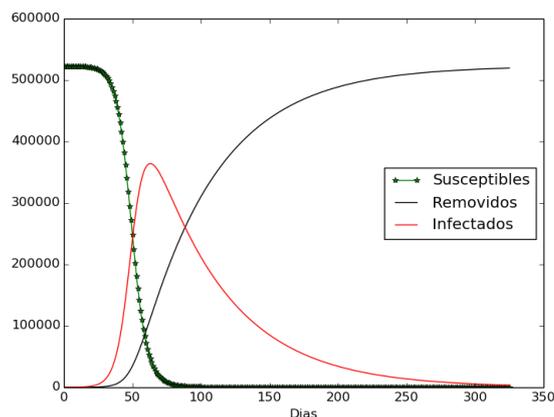


Figura 4.14: Efecto COVID-19 en Ucayali desde 15 de abril 2020

5. Análisis y discusión. En todas las figuras se observa que las funciones $S(t)$, $I(t)$ y $R(t)$ que representan respectivamente al número de susceptibles, infectados y removidos tienen el mismo comportamiento que en todos los estudios de las epidemias como se puede ver en [7, 10], lo cual asegura la validez de estos resultados.

Sin embargo, posiblemente debido a que los datos utilizados corresponden a pocos días, en algunas regiones como por ejemplo en Amazonas (Figura 4.1(a)), los susceptibles y los removidos no han alcanzado el comportamiento asintótico esperado como ocurre, por ejemplo, en el caso de la Región de Ancash (Figura 4.1(b)).

La fechas que se reportan en la columna 3 de la Tabla 4.1 indican que el número de infectados posiblemente sea mayor a la cantidad que aparece en la columna 4, y se resalta que las Regiones como Callao (Figura 4.4(a)), Huancavelica (Figura 4.6(a)), Ica (Figura 4.7(a)) y Puno (Figura 4.12(a)), entre otras, saldrán en agosto del período crítico de la epidemia, mientras que otras como Amazonas (Figura 4.1(a)), Ancash (Figura 4.1(b)), Pasco (Figura 4.11(a)), etc. se extenderán hasta marzo del año 2021, e incluso en el caso de Amazonas se avisa más tiempo.

Las cantidades máximas de infectados que se reportan en la columna 5 de la Tabla 4.1 son muy altas, y posiblemente no concuerda con lo esperado. Sin embargo; las fechas de ocurrencia que se indica en la columna 6, se puede admitir como buenas aproximaciones por tratarse del resultado de un modelo cuya validez no se ha cuestionado por casi un siglo.

Cabe también destacar que, en la proyección del comportamiento de COVID-19 en Callao (Figura 4.4(a)), Madre de Dios (Figura 4.10(a)) y Puno (Figura 4.12(a)), el mayor número de infectados se alcanza con mayor rapidez, en la primera quincena de Junio, y como consecuencia también serán las primeras regiones en tener menos infectados. Esta lógica no se cumple para las regiones de Ancash (Figura 4.1(b)) y Pasco (Figura 4.11(a)), pese a que alcanza mayor número de infectados tempranamente, pero la velocidad de reducción se hace lenta.

6. Conclusión. El modelo básico epidemiológico SIR ha sido usado para determinar la dinámica del COVID-19 con datos oficiales de todas las regiones del Perú. A fin de ser usado tal modelo, fué necesario determinar los parámetros que provehen dichos datos, desde el día que apareció el primer caso, hasta el momento en que se han comenzado a realizar las simulaciones, luego de determinados los parámetros se usó el modelo SIR para obtener una descripción y configuración del comportamiento de las variables para cada región, así como también se obtuvo una proyección del comportamiento del COVID-19, fundamentalmente se describe la configuración para los infectados; Es necesario mencionar que tales simulaciones generan un patrón en función de la data y el modelo usado, el cual es básico y no considera otras variables que siempre influyen en fenómenos complejos como este del COVID-19.

La simulación también nos permite determinar el tiempo en el que alcanza el valor máximo de los infectados, así como también muestra la configuración del decaimiento asintótico de los infectados.

ORCID and LicenseEdmundo Vergara Moreno <https://orcid.org/0000-0002-6868-7211>Ronald León Navarro <https://orcid.org/0000-0002-4469-357X>Juliana More Ayala <https://orcid.org/0000-0001-9534-7039>Daniel Arteaga Blas <https://orcid.org/0000-0002-3935-5250>Rafael Asmat Uceda <https://orcid.org/0000-0003-1711-7021>Julio Peralta Castañeda <https://orcid.org/0000-0003-0911-8403>Cesar Quito Santos <https://orcid.org/0000-0002-2846-7476>Humberto Vargas Pichon <https://orcid.org/0000-0003-4892-5275>Obidio Rubio <https://orcid.org/0000-0002-6853-8160>This work is licensed under the [Creative Commons Attribution-NoComercial-ShareAlike 4.0](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/).**Referencias**

- [1] Chapra S C, Canale R P. *Métodos Numéricos para Ingenieros*. México: Mc Graw Hill; 2003.
- [2] García A. *Modelos de ecuaciones diferenciales para la propagación de enfermedades infecciosas*. [Trabajo de graduación], Universidad de Cantabria. (2014). Disponible en <https://repositorio.unican.es/xmlui/handle/10902/7125>.
- [3] INEI. PERÚ, *Estimaciones y proyecciones de población por departamento, provincia y Distrito, 2018-2020*. Edit. Digital. 2020. Disponible en <https://proyectos.inei.gob.pe/Est/Lib0846>.
- [4] Isea R. *On the mathematical interpretation of epidemics by Kermack and McKendrick*. Gen. Math. Notes. 2013; 19 (2):83-87.
- [5] Jia W, Han K, Song Y, et al. *Extended SIR prediction of the epidemics trend of COVID-19 in Italy and compared with Hunan, China*. Front. Med. 2020;7(article 169):1-7. Disponible en DOI: <https://doi.org/10.3389/fmed.2020.00169>.
- [6] Kermack W O, McKendrick A G. *A contribution to the mathematical theory of epidemics*. Proc. R. Soc. Lond. 1927; 115:700-721. Disponible en <https://royalsocietypublishing.org/doi/pdf/10.1098/rspa.1927.0118>.
- [7] López R, Vidal M, Valdez W. *Nociones básicas de modelamiento matemático aplicado a la epidemiología*. Ministerio de Salud del Perú. Lima: 2015. Disponible en <http://www.dge.gob.pe/portal/docs/tools/modelamiento1.pdf>.
- [8] Manrique-Abril F G, Agudelo-Calderon C A, González-Chordá V M, Gutierrez-Lesmes O, Téllez-Piñerez, C F, Herrera-Amaya G. *Modelo SIR de la pandemia de COVID-19 en Colombia*. Rev. Salud Pública. 2020;22:1-9.
- [9] Ministerio de Salud, *Alerta Epidemiológica Código: AE-015-2020*. Disponible en <https://cdn.www.gob.pe/uploads/document/file/582356/AE015.pdf>.
- [10] Rodrigues H S. *Application of SIR epidemiological model: new trends*. International Journal of Applied Mathematics and Informatics. 2020;10:92-97. Disponible en <http://www.naun.org/cms.action?id=12119>.
- [11] Sanz I. *Modelos epidemiológicos basados en ecuaciones diferenciales*. [Trabajo de Graduación], Universidad de Rioja. (2016). Disponible en https://biblioteca.unirioja.es/tfe_e/TFE00221.
- [12] Velavan T P, Meyer Ch G. *The COVID-19 epidemic*. Tropical Medicine and International Health. 2020; 25(3):278-280. Available at <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1111/tmi.13383>
- [13] Vergara-Moreno E, Rubio O, More-Ayala J. *Modelo básico epidemiológico SIR de COVID-19 en Perú*. Revista Salud Pública. Por aparecer 2020;22.