



Planificación de la nutrición para lotes de gallinas ponedoras, usando técnicas de optimización lineal difusa

Nutrition planning for lots of laying hens, using fuzzy linear optimization techniques

Augusto Morán Carril^{ID} and Edmundo Vergara-Moreno^{ID}

Received, Feb. 17, 2020

Accepted, Apr. 10, 2020



How to cite this article:

Morán A, Vergara-Moreno E. *Planificación de la nutrición para lotes de gallinas ponedoras, usando técnicas de optimización lineal difusa*. *Selecciones Matemáticas*. 2020;7(1):123–135. <http://dx.doi.org/10.17268/sel.mat.2020.01.11>

Resumen

En éste trabajo se hace la formulación difusa del problema de la dieta en la planificación de la nutrición de las granjas de gallinas ponedoras, luego se resuelve aplicando los métodos propuesto por Lai y Hwang y por Zimmermann. Finalmente, resolvemos un problema de planificación nutricional con doce productos de los cuales 4 son difusos y con 10 sustancias nutricionales.

Palabras clave. Programación difusa, Lógica difusa, Dieta difusa.

Abstract

In this work the fuzzy formulation of the diet problem in the planning of the nutrition of the farms of laying hens is done, and then it is solved applying the methods proposed by Lai and Hwang and by Zimmermann. Finally, we solve a nutritional planning problem with twelve products of which 4 are diffuse and with 10 nutritional substances.

Keywords . Fuzzy programming, Fuzzy logic, Fuzzy diet.

1. Introducción. En el mundo de la avicultura, nos encontramos con distintas situaciones problemáticas, una de las cuales es la planificación nutricional. Esta situación ocupa un lugar primordial entre las preocupaciones diarias de los avicultores, pues representa un papel muy importante en el desarrollo del ave, y por ende en la producción de huevos. La planificación nutricional, es un problema típico de la dieta, planteado por Jerome Cornfield en 1941 y resuelto por primera vez mediante la programación lineal por Stigler [4, 5]

Existe abundante bibliografía de abordaje del problema de la dieta con parámetros precisos [1, 2, 10], pero pocas referencias del abordaje de problemas de dietas con parámetros difusos.

Entre las referencias de importancia tenemos, el abordaje realizado por Cadenas y otros [3] en la aplicación de nutrición de ganado vacuno en argentina y realizado por Vergara y otros [12] en la planificación de nutrición en granjas de crianza de pollos para carne y no ponedoras.

2. Modelo difuso de la dieta.

2.1. Modelo de la dieta. Para expresar simbólicamente el problema de la dieta (PD), consideremos el conjunto de los alimentos $A = \{A_1, \dots, A_n\}$, el conjunto de los nutrientes $N = \{N_1, \dots, N_m\}$ y la

*Facultad de Negocios, Universidad De Lima, Perú (amoran@ulima.edu.pe).

†Departamento de Matemáticas, Universidad Nacional de Trujillo, Perú (edmundovergara@gmail.com).

siguiente notación:

- c_j : el costo del alimento A_j , $j = 1, \dots, n$
- x_j : la cantidad del alimento A_j , que se debe incluir en la dieta, $j = 1, \dots, n$
- a_{ij} : la cantidad del nutriente N_i , contenido en el alimento A_j , $i = 1, \dots, m$, $j = 1, \dots, n$
- p_i : cantidad mínima requerida del nutriente N_i , $i = 1, \dots, m$
- P_i : cantidad máxima requerida del nutriente N_i , $i = 1, \dots, m$
- m_j : cantidad mínima requerida del alimento A_j , $j = 1, \dots, n$
- M_j : cantidad máxima requerida del alimento A_j , $j = 1, \dots, n$

El modelo matemático del PD formulado como un problema de programación lineal es el siguiente:

$$(2.1) \quad \begin{aligned} & \text{mín} \sum_{j=1}^n c_j x_j \\ & \text{s.a:} \\ & p_i \leq \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq P_i, \quad i = 1, \dots, m \\ & m_j \leq x_j \leq M_j, \quad j = 1, \dots, n \end{aligned}$$

Las “m” primeras restricciones indican que la cantidad total de nutrientes en la dieta no debe ser inferior ni superior a las cantidades mínimas y máximas permitidas, mientras que las otras “n” restricciones acotan la cantidad de cada alimento por las cantidades mínimas y máximas permitidas.

2.2. Modelo difuso de la dieta. El modelo difuso de la dieta correspondiente se obtiene considerando que algunos de sus parámetros no son datos precisos. Específicamente, en este trabajo se considera que los coeficientes de la función objetivo son costos imprecisos. La imprecisión de los costos es debido a los diferentes precios de los productos en diferentes centros comerciales, y su variación en el tiempo. La representación de tales precios imprecisos, se realiza mediante números difusos [7, 9], que en su forma más simple se expresa utilizando una terna de números reales, denominado números difusos triangulares. Cada costo difuso (\tilde{c}_i) (número difuso triangular se define como un conjunto difuso, convexo normal y acotado en la recta real) y está descrito por su función de pertenencia seccionalmente lineal como se muestra en la figura 2.1, llamado también distribución posibilística, representado mediante una terna $\tilde{c}_i = (c_i^m, c_i^p, c_i^o)$, donde c_i^m es el valor con mayor posibilidad (posibilidad = 1), c_i^o (el valor más optimista), y c_i^p (el valor más pesimista),

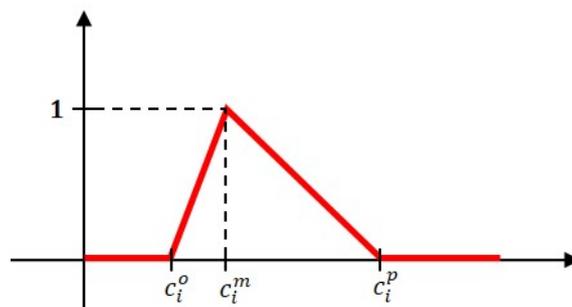


Figura 2.1: Número difuso triangular \tilde{c}_i

Luego, el modelo del problema de la dieta difusa (PDD), con costos difusos, es de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}
 & \min \sum_{j=1}^n \tilde{c}_j x_j \\
 & \text{s.a:} \\
 & p_i \leq \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq P_i, \quad i = 1, \dots, m \\
 & m_j \leq x_j \leq M_j, \quad j = 1, \dots, n
 \end{aligned}
 \tag{2.2}$$

3. Método de solución del modelo difuso. La característica fundamental del modelo difuso es la presencia del costo difuso, por tanto en el método de solución se aborda sólo la parte difusa del modelo (2.2). En la gráfica (figura 3.1) de la función de pertenencia del costo difuso, se aprecia dos regiones, denominamos optimista a la región (I) y pesimista a la región (II).

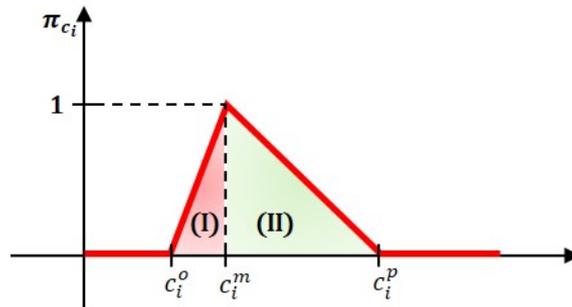


Figura 3.1: La distribución posibilística triangular de \tilde{c}_i

Luego, utilizando la filosofía del empresario (la de enrumbar sus actividades a fin de aumentar su posibilidad de ganancia o la de reducir costos) [8, 9], se transforma, el objetivo difuso de (2.2) en un problema de programación lineal multiobjetivo con tres objetivos a solucionar, estos objetivos son:

- (a) Maximizar la posibilidad de incurrir en menor costo (maximizar la región optimista).
- (b) Minimizar el costo medio.
- (c) Minimizar la posibilidad de incurrir en mayor costo (minimizar la región pesimista).

Por otro lado, teniendo en cuenta que las variables x_i representan números reales, la función objetivo del modelo (2.2) como suma de números difusos, es un número difuso dado por:

$$\min_{x \in F} \sum_{j=1}^n (c_j^m x_j, c_j^p x_j, c_j^o x_j)$$

o

$$\min_{x \in F} \left((c^m)^T x, (c^p)^T x, (c^o)^T x \right)$$

Donde: $c^m = (c_1^m, c_2^m, \dots, c_n^m)$, $c^p = (c_1^p, c_2^p, \dots, c_n^p)$, $c^o = (c_1^o, c_2^o, \dots, c_n^o)$ y F es el conjunto factible del modelo (2.2).

Este objetivo difuso, con una distribución de posibilidad triangular, está completamente definido geométricamente por tres puntos vértices:

$$\left((c^m)^T x, 1 \right), \left((c^p)^T x, 0 \right) \text{ y } \left((c^o)^T x, 0 \right)$$

Así, minimizamos la función objetivo, desplazando estos tres puntos críticos hacia la izquierda. Afortunadamente, las coordenadas verticales de los puntos críticos son fijadas sólo en 1 o en 0, por lo que serán consideradas sólo las tres coordenadas horizontales. Por tanto nuestro problema a solucionar es:

$$\min_{x \in F} \left((c^m)^T x, (c^p)^T x, (c^o)^T x \right)$$

Donde: $\left((c^m)^T x, (c^p)^T x, (c^o)^T x \right)$ es el vector de las tres funciones objetivo, $(c^m)^T x$, $(c^p)^T x$, y $(c^o)^T x$. Se hace en este orden para mantener la forma triangular (normal y convexa) de la distribución de posibilidad.

Minimizar el objetivo difuso equivale a optimizar estos tres objetivos simultáneamente, minimizar $(c^m)^T x$, maximizar $\left[(c^m)^T x - (c^o)^T x \right]$ y minimizar $\left[(c^p)^T x - (c^m)^T x \right]$, donde las últimas dos funciones objetivo son medidas relativas a las regiones optimista y pesimista respectivamente de la gráfica de la función de pertenencia del costo difuso (ver figura 3.1). Los tres nuevos objetivos también nos garantizan los argumentos previos de desplazamiento de la función posibilidad triangular hacia el lado izquierdo (ver figura 3.2).

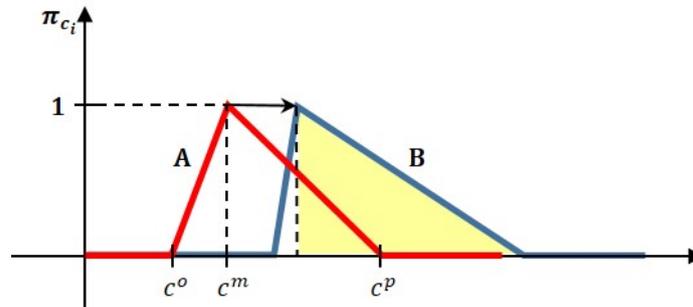


Figura 3.2: Estrategia para resolver $\min \tilde{c}^T x$

Esto nos conduce al siguiente problema multiobjetivo:

$$(3.1) \quad \begin{aligned} \text{máx } z_1 &= (c^m - c^o)^T x \\ \text{mín } z_2 &= (c^m)^T x \\ \text{mín } z_3 &= (c^p - c^m)^T x \\ \text{s.a:} \\ x &\in F \end{aligned}$$

El problema de programación lineal multiobjetivo (PLMO) anterior es equivalente al mismo tiempo a, minimizar el valor más posible (el grado de posibilidad = 1), minimizar el lado superior de la distribución de posibilidad y maximizar el lado inferior, lo cual significa minimizar la región (II) (figura 3.1) que constituye el riesgo de incurrir en mayor costo, maximizar la región (I) de la distribución de posibilidad, la cual es equivalente a la posibilidad de incurrir en menor costo.

De acuerdo a la figura 3.2, claramente preferiríamos la distribución de posibilidad de A que la de B.

Para solucionar el problema multiobjetivo (3.1), utilizamos la estrategia propuesta por Lai y Hwang [8, 9].

Lo primero que se hace es considerar que cada función objetivo sea como una meta difusa. Luego debemos definir su función de pertenencia correspondiente. Con tal propósito se calcula, lo que se denomina solución ideal positiva (P.I.S) y la solución ideal negativa (N.I.S) de las tres funciones objetivos, como sigue:

$$\begin{aligned} Z_1^{P.I.S} &= \text{máx}_{x \in F} (c^m - c^o)^T x, \\ Z_2^{P.I.S} &= \text{mín}_{x \in F} (c^m)^T x, \\ Z_3^{P.I.S} &= \text{mín}_{x \in F} (c^p - c^m)^T x, \\ Z_1^{N.I.S} &= \text{mín}_{x \in F} (c^m - c^o)^T x, \\ Z_2^{N.I.S} &= \text{máx}_{x \in F} (c^m)^T x, \\ Z_3^{N.I.S} &= \text{máx}_{x \in F} (c^p - c^m)^T x \end{aligned}$$

Con estos valores se define la meta difusa correspondiente a cada objetivo, descrito mediante las correspondientes funciones de pertenencia siguiente:

$$\mu_{z_1} = \begin{cases} 0 & \text{si } Z_1 < Z_1^{N.I.S} \\ \frac{Z_1^{N.I.S} - Z_1}{Z_1^{N.I.S} - Z_1^{P.I.S}} & \text{si } Z_1^{N.I.S} \leq Z_1 \leq Z_1^{P.I.S} \\ 1 & \text{si } Z_1 > Z_1^{P.I.S} \end{cases}$$

$$\mu_{z_j} = \begin{cases} 1 & \text{si } Z_j < Z_j^{P.I.S} \\ \frac{Z_j - Z_j^{N.I.S}}{Z_j^{P.I.S} - Z_j^{N.I.S}} & \text{si } Z_j^{P.I.S} \leq Z_j \leq Z_j^{N.I.S} ; j = 2, 3 \\ 0 & \text{si } Z_j > Z_j^{N.I.S} \end{cases}$$

Cuyas respectivas graficas se muestran en la (figura 3.3). La gráfica de la función de pertenencia para μ_{z_3} es similar a la gráfica de μ_{z_2} .

Finalmente aplicando el método propuesto por Zimmermann [13], se obtiene un modelo equivalente a un modelo de programación de objetivo simple que se muestra a continuación:

$$(3.2) \quad \begin{aligned} & \text{máx } \alpha \\ & \text{s.a:} \\ & \mu_{z_j} \geq \alpha; j = 1, 2, 3 \\ & x \in F \end{aligned}$$

Este problema (3.2) se puede resolver mediante un método de programación lineal.

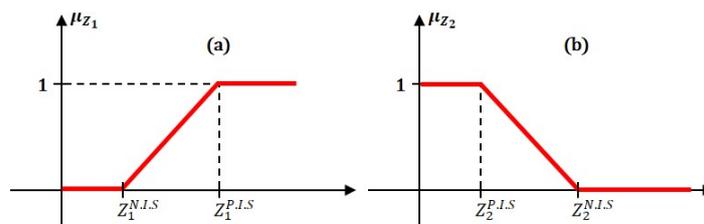


Figura 3.3: Gráfica de las funciones de pertenencia de las metas difusas, (a) maximización , (b) minimización.

4. Aplicación a un caso particular de nutrición de gallinas ponedoras. En primer lugar, hacemos una recopilación de información relacionado con el caso particular, seguidamente formulamos el modelo matemático, finalmente se resuelve con el método descrito.

4.1. Información Del Problema. Se aborda el caso de gallinas ponedoras de la línea genética Hy-Line que se comercializa en nuestro país en mayor escala, dicha línea cuenta con requerimientos mínimos para diferentes edades, como ilustración sólo se analizará la alimentación de pollita bebé, etapa de inicio.

Las aves de granja para su adecuado desarrollo en diferentes etapas de su vida requieren cierta cantidad de diferentes tipos de nutrientes; Los requerimientos nutricionales y la cantidad mínima y máxima de cada uno de los alimentos para la etapa de inicio de la línea genética Hy-line [6] se proporciona en la tabla 4.1.

NUTRIENTE	RECOMENDADO	
	MIN	MAX
Energía metabolizable, kcal/kg	2867	3043
Lisina, %	1.01	1.11
Metionina, %	0.45	0.49
Treonina, %	0.65	0.77
Triptófano, %	0.18	0.21
Proteína cruda, %	20.00	21.00
Calcio, %	1.00	1.50
Fósforo (disponible), %	0.45	0.50
Sodio, %	0.18	0.20
Cloro, %	0.18	0.20

Tabla 4.1: Requerimientos nutricionales para la etapa de inicio de la Hy-line.

Los nutrientes se encuentran en proporciones diferentes en los alimentos disponibles en el mercado en diferentes productos agrícolas e industriales, cuyos precios varían de acuerdo a los centros comerciales. Algunos que se expenden en centros comerciales únicos por ser escasos tienen precios únicos; los precios de los insumos se proporciona en la tabla 4.2, los que aparecen con precios mínimos y máximos corresponden a los insumos que tienen más de un precio.

Con la finalidad de cumplir con el requerimiento nutricional adecuado de las aves, la alimentación debe ser una combinación de varios tipos de alimentos, porque cada tipo de alimento contiene proporciones diferentes de varios nutrientes, dicha proporción [11] se presenta en la tabla 4.3, en donde se aprecia las diferentes proporciones de nutrientes que contiene cada uno de los alimentos.

INSUMO	PRECIOS (S/.)	
	MIN	MAX
Maíz	0.90	0.95
Torta de soya (48 %)	1.63	1.67
Soya integral	1.47	1.49
Afrecho de trigo	0.92	0.94
Harina de pescado		2.95
Calcio		0.24
Fosfato monodivalente		3.50
Bicarbonato de sodio		1.50
Sal común		0.25
Metionina		18.79
Lisina		9.50
Colina		3.13

Tabla 4.2: Precios de los insumos que se usan en la formulación de la dieta.

4.2. Formulación Del Problema. De acuerdo a la tabla 4.2, se tiene 12 alimentos, por lo tanto calculamos la cantidad de cada alimento que se debe incluir en una dieta determinada, en consecuencia constituyen

variables de decisión, que se representa como sigue:

- x_1 : Cantidad de maíz
- x_2 : Cantidad de torta de soya
- x_3 : Cantidad de soya integral
- x_4 : Cantidad de afrecho de trigo
- x_5 : Cantidad de harina de pescado
- x_6 : Cantidad de calcio
- x_7 : Cantidad de fosfato monodiválcico
- x_8 : Cantidad de bicarbonato de sodio
- x_9 : Cantidad de sal común
- x_{10} : Cantidad de metionina
- x_{11} : Cantidad de lisina
- x_{12} : Cantidad de colina
- z : Costo total de un kilo de la mezcla

INSUMO	NUTRIENTE									
	EM (kcal/kg)	Lisina (%)	Metionina (%)	Treonina (%)	Triptófano (%)	Proteína (%)	Calcio (%)	Fósforo Disp. (%)	Sodio (%)	Cloro (%)
Maíz	3394	0.23	0.16	0.31	0.06	7.86	0.02	0.03	0.01	0.09
Torta de soya	2341	2.80	0.61	1.78	0.64	45.40	0.34	0.19	0.02	0.05
Soya integral	3306	2.32	0.50	1.44	0.51	37.30	0.24	0.17	0.03	0.03
Afrecho de trigo	1926	0.60	0.24	0.51	0.22	15.10	0.14	0.49	0.02	0.07
Harina de pescado	2778	3.70	1.60	2.58	0.61	63.8	4.70	2.41	0.50	0.00
Calcio	0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	37.70	0.00	0.00	0.00
Fosfato monodiválcico	0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	16.00	21.00	0.05	0.00
Bicarbonato de sodio	0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	27.00	0.00
Sal común	0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	39.70	59.60
Metionina	4400	0.00	99.00	0.00	0.00	58.50	0.00	0.00	0.00	0.00
Lisina	3890	78.00	0.00	0.00	0.00	95.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Colina	0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	8.00

Tabla 4.3: Contenido de los nutrientes en los alimentos para las gallinas.

La función objetivo se representa por:

z : Costo total de un kilo de la mezcla.

Con estas variables formulamos el modelo, utilizando los valores de las tablas 4.1, 4.2 y 4.3.

Restricciones nutricionales:

Las restricciones se obtienen utilizando las proporciones de la tabla 4.3 y para cada requerimiento de la tabla 4.1:

Energía Metabolizable:

$$2867 \leq 3394x_1 + 2341x_2 + 3306x_3 + 1926x_4 + 2778x_5 + 4400x_{10} + 3890x_{11} \leq 3043$$

Lisina:

$$1,01 \leq 0,23x_1 + 2,8x_2 + 2,32x_3 + 0,6x_4 + 3,7x_5 + 78x_{11} \leq 1,11$$

Metionina:

$$0,45 \leq 0,16x_1 + 0,61x_2 + 0,5x_3 + 0,24x_4 + 1,6x_5 + 99x_{10} \leq 0,49$$

Treonina:

$$0,65 \leq 0,31x_1 + 1,78x_2 + 1,44x_3 + 0,51x_4 + 2,58x_5 \leq 0,77$$

Triptófano:

$$0,18 \leq 0,06x_1 + 0,64x_2 + 0,51x_3 + 0,22x_4 + 0,61x_5 \leq 0,21$$

Proteína:

$$20 \leq 7,86x_1 + 45,4x_2 + 37,3x_3 + 15,1x_4 + 63,8x_5 + 58,5x_{10} + 95x_{11} \leq 21$$

Calcio:

$$1 \leq 0,02x_1 + 0,34x_2 + 0,24x_3 + 0,14x_4 + 4,7x_5 + 37,7x_6 + 16x_7 \leq 1,5$$

Fósforo disponible:

$$0,45 \leq 0,03x_1 + 0,19x_2 + 0,17x_3 + 0,49x_4 + 2,41x_5 + 21x_7 \leq 0,5$$

Sodio:

$$0,18 \leq 0,01x_1 + 0,02x_2 + 0,03x_3 + 0,02x_4 + 0,5x_5 + 0,05x_7 + 27x_8 + 39,7x_9 \leq 0,2$$

Cloro:

$$0,18 \leq 0,09x_1 + 0,05x_2 + 0,03x_3 + 0,07x_4 + 59,6x_9 + 8x_{12} \leq 0,2$$

Mezcla total:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9 + x_{10} + x_{11} + x_{12} = 1$$

Restricciones lógicas:

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}, x_{11}, x_{12} \geq 0$$

Función objetivo:

Finalmente formulamos la función objetivo, en la cual tenemos como coeficientes difusos: el precio del maíz, el precio de la torta de soya, el precio de la soya integral y el precio del afrecho cuyas funciones de pertenencia están dadas en las figuras 4.1, 4.2, 4.3 y 4.4 respectivamente; y utilizando la representación de estos coeficientes difusos mediante una terna, se tiene el costo total de la dieta nutricional:

$$z = (0,90, 0,92, 0,95) x_1 + (1,63, 1,65, 1,67) x_2 + (1,47, 1,48, 1,49) x_3 + (0,92, 0,93, 0,94) x_4 \\ + 2,95x_5 + 0,24x_6 + 3,5x_7 + 1,5x_8 + 0,25x_9 + 18,79x_{10} + 9,5x_{11} + 3,13x_{12}$$

Por tanto el modelo matemático difuso a resolver es:

$$(4.1) \quad \begin{aligned} &\text{minimizar } z \\ &\text{s.a:} \\ &2867 \leq 3394x_1 + 2341x_2 + 3306x_3 + 1926x_4 + 2778x_5 + 4400x_{10} + 3890x_{11} \leq 3043 \\ &1,01 \leq 0,23x_1 + 2,8x_2 + 2,32x_3 + 0,6x_4 + 3,7x_5 + 78x_{11} \leq 1,11 \\ &0,45 \leq 0,16x_1 + 0,61x_2 + 0,5x_3 + 0,24x_4 + 1,6x_5 + 99x_{10} \leq 0,49 \\ &0,65 \leq 0,31x_1 + 1,78x_2 + 1,44x_3 + 0,51x_4 + 2,58x_5 \leq 0,77 \\ &0,18 \leq 0,06x_1 + 0,64x_2 + 0,51x_3 + 0,22x_4 + 0,61x_5 \leq 0,21 \\ &20 \leq 7,86x_1 + 45,4x_2 + 37,3x_3 + 15,1x_4 + 63,8x_5 + 58,5x_{10} + 95x_{11} \leq 21 \\ &1 \leq 0,02x_1 + 0,34x_2 + 0,24x_3 + 0,14x_4 + 4,7x_5 + 37,7x_6 + 16x_7 \leq 1,5 \\ &0,45 \leq 0,03x_1 + 0,19x_2 + 0,17x_3 + 0,49x_4 + 2,41x_5 + 21x_7 \leq 0,5 \\ &0,18 \leq 0,01x_1 + 0,02x_2 + 0,03x_3 + 0,02x_4 + 0,5x_5 + 0,05x_7 + 27x_8 + 39,7x_9 \leq 0,2 \\ &0,18 \leq 0,09x_1 + 0,05x_2 + 0,03x_3 + 0,07x_4 + 59,6x_9 + 8x_{12} \leq 0,2 \\ &x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9 + x_{10} + x_{11} + x_{12} = 1 \\ &x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}, x_{11}, x_{12} \geq 0 \end{aligned}$$

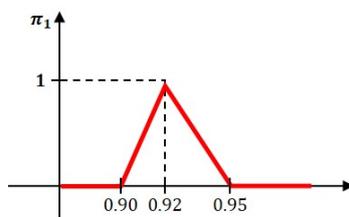


Figura 4.1: Representación gráfica del costo difuso del maíz.

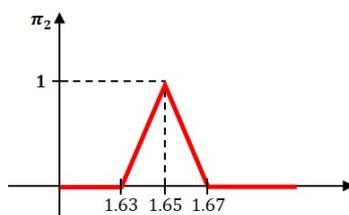


Figura 4.2: Representación gráfica del costo difuso de la torta de soya.

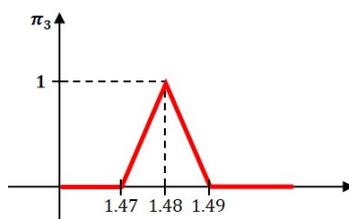


Figura 4.3: Representación gráfica del costo difuso de la soya integral.

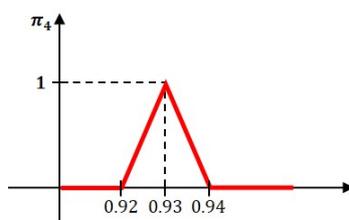


Figura 4.4: Representación gráfica del costo difuso del afrecho de trigo.

4.3. Solución Del Problema. Siguiendo con la estrategia presentada en la sección 3, en primer lugar se tiene, el problema multiobjetivo:

$$\text{máx } z = 0,02x_1 + 0,02x_2 + 0,01x_3 + 0,01x_4$$

$$\text{mín } z = 0,92x_1 + 1,65x_2 + 1,48x_3 + 0,93x_4 + 2,95x_5 + 0,24x_6 + 3,5x_7 + 1,5x_8 + 0,25x_9 \\ + 18,79x_{10} + 9,5x_{11} + 3,13x_{12}$$

$$\text{mín } z = 0,03x_1 + 0,02x_2 + 0,01x_3 + 0,01x_4$$

s.a:

$$x \in F$$

Donde F es el conjunto factible del problema (4.1).

A continuación se halla la solución ideal positiva (P.I.S) y la solución ideal negativa (N.I.S) de las tres funciones objetivo, y estas se encuentran resolviendo de manera independiente los siguientes problemas:

$$\text{máx } z_1^{P.I.S} = 0,02x_1 + 0,02x_2 + 0,01x_3 + 0,01x_4$$

s.a:

$$x \in F$$

$$\text{mín } z_2^{P.I.S} = 0,92x_1 + 1,65x_2 + 1,48x_3 + 0,93x_4 + 2,95x_5 + 0,24x_6 + 3,5x_7 + 1,5x_8 + 0,25x_9 \\ + 18,79x_{10} + 9,5x_{11} + 3,13x_{12}$$

s.a:

$$x \in F$$

$$\text{mín } z_3^{P.I.S} = 0,03x_1 + 0,02x_2 + 0,01x_3 + 0,01x_4$$

s.a:

$$x \in F$$

$$\text{mín } z_1^{N.I.S} = 0,02x_1 + 0,02x_2 + 0,01x_3 + 0,01x_4$$

s.a:

$$x \in F$$

$$\text{máx } z_2^{N.I.S} = 0,92x_1 + 1,65x_2 + 1,48x_3 + 0,93x_4 + 2,95x_5 + 0,24x_6 + 3,5x_7 + 1,5x_8 + 0,25x_9 \\ + 18,79x_{10} + 9,5x_{11} + 3,13x_{12}$$

s.a:

$$x \in F$$

$$\text{máx } z_3^{N.I.S} = 0,03x_1 + 0,02x_2 + 0,01x_3 + 0,01x_4$$

s.a:

$$x \in F$$

Utilizando el paquete LINGO, para resolver éstos problemas, se obtiene (0.015, 1.275, 0.019) y (0.013, 1.303, 0.02), respectivamente. Con estos resultados se obtienen las funciones de pertenencia de las metas difusas de las funciones objetivo cuyas gráficas aparecen en las figuras 4.5, 4.6 y 4.7 respectivamente:

$$\mu_{z_1} = \begin{cases} 0 & \text{si } Z_1 < 0,013 \\ 500Z_1 - 6,5 & \text{si } 0,013 \leq Z_1 \leq 0,015 \\ 1 & \text{si } Z_1 > 0,015 \end{cases}$$

$$\mu_{z_2} = \begin{cases} 1 & \text{si } Z_2 < 1,275 \\ 46,54 - 35,71Z_2 & \text{si } 1,275 \leq Z_2 \leq 1,303 \\ 0 & \text{si } Z_2 > 1,303 \end{cases}$$

$$\mu_{z_3} = \begin{cases} 1 & \text{si } Z_3 < 0,019 \\ 20 - 1000Z_3 & \text{si } 0,019 \leq Z_3 \leq 0,02 \\ 0 & \text{si } Z_3 > 0,02 \end{cases}$$

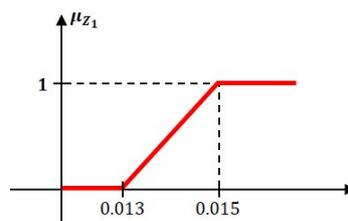


Figura 4.5: Meta difusa del objetivo 1.

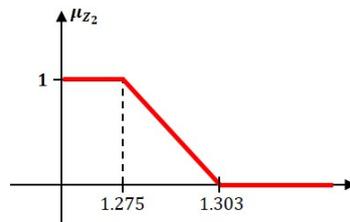


Figura 4.6: Meta difusa del objetivo 2.

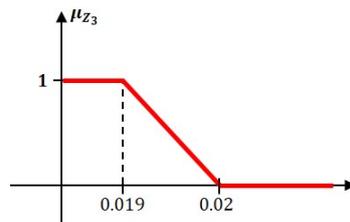


Figura 4.7: Meta difusa del objetivo 3.

Finalmente, el problema análogo a (3.2), es el siguiente:

$$\begin{aligned} & \text{máx } \alpha \\ & \text{s.a:} \\ & \mu_{z_j} \geq \alpha; \quad j = 1, 2, 3 \\ & x \in F \end{aligned}$$

Y utilizando las funciones objetivos correspondientes resulta:

$$\begin{aligned} & \text{máx } \alpha \\ & \text{s.a:} \\ & \alpha - 10x_1 - 10x_2 - 5x_3 - 5x_4 \leq -6,5 \\ (4.2) \quad & \alpha + 32,8532x_1 + 58,9215x_2 + 52,8508x_3 + 33,2103x_4 + 105,3445x_5 + 8,5704x_6 + 124,985x_7 \\ & + 53,565x_8 + 8,9275x_9 + 670,9909x_{10} + 339,245x_{11} + 111,7723x_{12} \leq 46,54 \\ & \alpha + 30x_1 + 20x_2 + 10x_3 + 10x_4 \leq 20 \\ & x \in F \end{aligned}$$

Este problema con 13 variables, al igual que los problemas PIS y NIS (arriba) se resuelve utilizando el software, versión libre, LINGO; así se obtiene la solución que se muestra en la tabla 4.4.

VARIABLE	SOLUCIÓN
α	0.540
x_1	0.538
x_2	0.036
x_3	0.024
x_4	0.236
x_5	0.148
x_6	0.011
x_7	0.000
x_8	0.003
x_9	0.000
x_{10}	0.000
x_{11}	0.002
x_{12}	0.000

Tabla 4.4: Solución del problema (4.2).

En consecuencia la solución del problema difuso (4.1) se muestra en la tabla 4.5; el valor de α indica que se trata de una solución con un grado de aceptación 0.54.

VARIABLE	SOLUCIÓN
z	1.258
x_1	0.538
x_2	0.036
x_3	0.024
x_4	0.236
x_5	0.148
x_6	0.011
x_7	0.000
x_8	0.003
x_9	0.000
x_{10}	0.000
x_{11}	0.002
x_{12}	0.000

Tabla 4.5: Solución del problema (4.1).

Con éstos resultados, la mezcla de un kilo de alimentos para las gallinas Hy-line en su fase de inicio, contiene los nutrientes que se presenta en la tabla 4.6.

REQUERIMIENTO			RESULTADO
NUTRIENTE	MIN	MAX	
Energía metabolizable, kcal/kg	2867	3043	2867
Lisina, %	1.01	1.11	1.11
Metionina, %	0.45	0.49	0.49
Treonina, %	0.65	0.77	0.77
Triptófano, %	0.18	0.21	0.21
Proteína cruda, %	20.00	21.00	20.00
Calcio, %	1.00	1.50	1.17
Fósforo (disponible), %	0.45	0.50	0.50
Sodio, %	0.18	0.20	0.18
Cloro, %	0.18	0.20	0.18

Tabla 4.6: Nutrientes contenidos en la mezcla obtenido mediante la formulación difusa.

5. Conclusiones. Después de haber resuelto el problema de la dieta difusa, podemos enunciar las siguientes conclusiones:

1. Los números difusos nos permiten representar la diversidad de precios de insumos en el mercado, para utilizar en la formulación difusa del problema de la dieta.
2. Aplicando la programación lineal difusa podemos formular y plantear problemas en los cuales se consideren parámetros imprecisos como en este caso se trata de problemas de la dieta.
3. Los métodos de Lai y Hwang y de Zimmermann de la programación difusa possibilística nos permiten resolver la formulación difusa de los problemas de la dieta en la planificación nutricional en las granjas avícolas.

ORCID and License

Augusto Morán Carril <https://orcid.org/0000-0001-8688-9776>

Edmundo Vergara-Moreno <https://orcid.org/0000-0002-6868-7211>

This work is licensed under the [Creative Commons Attribution-NoComercial-ShareAlike 4.0](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/).

Referencias

- [1] Arellano A, Martínez G, García A, Torres E. *Uso de la programación matemática para la formulación de raciones de animales: Revisión bibliográfica*. Instituto Tecnológico Superior de Misantla, 2017.
- [2] Beltrán J. *Elaboración de un Modelo de Costo Mínimo de una Dieta Balanceada Para la Población de Bogotá Para el Año 2010*. Pontificia Universidad Javeriana. Bogotá, 2011.
- [3] Cadenas J, Pelta D, Pelta H, Verdegay J. *Application of fuzzy optimization to diet problems in Argentinean farms*. European Journal of Operational Research. 2004; 158:218-228.
- [4] Dorfman R, Samuelson P, Solow R. *Programación Lineal y Análisis Económico*. Madrid: Aguilar ediciones, 1964.
- [5] Gass S. *Programación Lineal: Métodos y aplicaciones*. Mexico: Continental, 1985.
- [6] Hy-Line International. *Guía de manejo. ponedoras comerciales Hy-Line Brown*. Hy-Line International. 2019;28-29.
- [7] James B. *Solving possibilistic linear programming problems*. Fuzzy Sets and Systems. 1989; 329-341.
- [8] Lai Y, Hwang C. *Interactive fuzzy linear programming*. Fuzzy Sets and Systems. 1992; 45(2):169-183.
- [9] Lai Y, Hwang C. *Possibilistic linear programming for managing interest rate risk*. Fuzzy Sets and Systems. 1993; 54(2):135-146.
- [10] Morales D. *Formulación del alimento balanceado para Gallinas Ponedoras White Leghorn L 33 con minimización del uso de Soja en la ración*. REDVET. Revista Electrónica de Veterinaria., Veterinaria Organización. 2012; 13(7):1-11.
- [11] Rostagno H. *Tablas Brasileñas Para Aves y Cerdos*. Universidad Federal de Viçosa. Departamento de Zootecnia, 2017.
- [12] Vergara-Moreno E, Rodríguez F, Saavedra H. *Métodos De Optimización Lineal Difusa Para La Planificación Nutricional En Granjas Avícolas*. (CONCYTEC, Ed.) Mosaico Científico. 2006; 16-29.
- [13] Zimmermann H. *Fuzzy programming and linear programming with several objective functions*. Fuzzy Sets and Systems. 1978; 45-55.