



## Fuzzy model and method for farmland fertilization planning

### Modelo y método difuso para la planificación de la fertilización agrícola

Edmundo Vergara-Moreno<sup>ID</sup> and Cristhian Neyra Salvador<sup>ID</sup>

Received, Jun. 13, 2020

Accepted, Dec. 03, 2021



#### How to cite this article:

Vergara-Moreno E, Neyra C. Fuzzy model and method for farmland fertilization planning. *Selecciones Matemáticas*. 2021;8(2):370–378. <http://dx.doi.org/10.17268/se1.mat.2021.02.13>

#### Abstract

Fuzzy set theory was used for modeling and fuzzy optimization methods for solving the problem of farmland fertilization considering the fuzzy constraints and costs. A method solution was proposed based on the proposals of Lai-Hwang, Leberling and Verdegay. The methodology that transforms a fuzzy objective into a multi-objective optimization problem, and these into fuzzy goals, and finally  $\alpha$ -cut is used to transform it into a classic problem. The method is illustrated with an example. The solution obtained is a triple that represents a fuzzy number, which provides greater flexibility to the decision maker.

**Keywords** . Fuzzy linear optimization, farmland fertilization, fuzzy cost, fuzzy constraints.

#### Resumen

Se utilizó la teoría de conjuntos difusos para la modelación y los métodos de la optimización difusa para la solución del problema de abonamiento y fertilización de terrenos agrícolas considerando las restricciones y los costos difusos. Se propuso un método de solución basado en las propuestas de Lai-Hwang, Léberling y Verdegay. La metodología transforma un problema con un objetivo difuso en un problema de optimización multi-objetivo, éstas en metas difusas y finalmente se utiliza  $\alpha$ -corte para transformar en un problema clásico. Se ilustra el método con un ejemplo. La solución que se obtiene es una terna que representa a un número difuso, que proporciona mayor flexibilidad al decisor.

**Palabras clave.** Optimización lineal difusa, fertilización agrícola, costos difusos, restricciones difusas.

**1. Introducción.** Concordamos que, el fin supremo de la sociedad es el bienestar de las personas que lo conforman. Siendo una de las componentes de tal bienestar la buena salud que se consigue con una buena alimentación. La buena alimentación se consigue ingiriendo alimentos basados en los productos agrícolas y ganaderos de buena calidad, provenientes directa o indirectamente de la agricultura [24].

La agricultura es el cultivo, es decir, el proceso de plantación, mantenimiento y cosecha, de las plantas para el consumo humano. El logro de buena cantidad y calidad de la cosecha, depende de varios factores que intervienen en el cultivo, como la capacidad del suelo y de los factores externos, como la remoción del suelo, la irrigación, la fertilización, etc. que contribuyen en la dinámica del suelo para generar los cambios físicos, químicos, biológicos que se producen en la capa superficial. En esta dinámica, la proporción ideal del suelo es del 50 % de materia sólida (45 % de materias no orgánicas y 5 % de materias orgánicas), además de 25 % de agua y 25 % de aire [12, 15].

Para obtener una buena cosecha en el cultivo, se requiere una fertilización apropiada. La fertilización consiste en agregar a los terrenos de cultivo una cantidad y diversidad de nutrientes contenidos en fertilizantes o abonos, requeridos por cada tipo de planta. Cierta cantidad de nutrientes son utilizados en cantidades importantes, mientras otros lo son en pequeñas dosis. Los que se utilizan en mayor cantidad son: Carbono ( $C$ ), Hidrogeno ( $H$ ), Oxígeno ( $O$ ), Nitrógeno ( $N$ ), Fósforo ( $P$ ), Potasio ( $K$ ), Azufre ( $S$ ), Calcio ( $Ca$ ),

\*Departamento de Matemáticas, Universidad Nacional de Trujillo, Trujillo, Perú. (evergara@unitru.edu.pe).

†Escuela de Matemáticas, Universidad Nacional de Trujillo, Trujillo, Perú. (cristhianneyra-math@hotmail.com).

Magnesio (*Mg*), Hierro (*Fe*) y Cobre (*Cu*); en pequeñas cantidades, Zinc (*Zn*), Manganeso (*Mn*), Boro (*Bo*), Cloro (*Cl*) y Molibdeno (*Mo*) [15].

La producción agrícola y su fertilización es una actividad de periodos variados que dependen del tipo de cultivo, por ejemplo el periodo de cultivo de la papa es entre 3,5 a 6,5 meses, según la variedad [8], la caña de azúcar de 14 a 17 meses en el primer corte y de 11 a 13 meses en los siguientes cortes [26] etc. La planificación de gastos para actividades de mayor tiempo de ejecución, utilizando precios fijos, genera inconvenientes a la hora de la ejecución. Este inconveniente se percibe en la ejecución de obras públicas, cuyo costo final es muy superior a lo presupuestado, que en muchos casos se paraliza sin concluir. El uso de costos imprecisos, mediante la representación difusa, es una alternativa que reduce tales inconvenientes [11, 22, 24, 25, 33].

Para mantener la optimalidad del suelo es necesario fertilizar, adicionando una cantidad adecuada de nutrientes para obtener altos niveles de productividad. Existe abundante información sobre la fertilización [5, 7, 12, 14, 15, 29]. También se utilizan modelos clásicos de optimización o sistemas expertos de decisión o heurísticos [1, 4, 9, 19, 20, 23, 35, 36]; pero ninguno aborda los casos con costos difusos.

Por tales razones, el objetivo de este trabajo ha sido elaborar un modelo con restricciones y costos difusos; proponer un método de solución e ilustrar con un ejemplo la aplicabilidad de la propuesta.

**2. Modelo y método difuso.** El problema de fertilización de tierras se representa mediante un modelo de programación lineal, y específicamente corresponde al problema de la dieta.

**2.1. Modelo difuso.** El problema de la dieta, en su forma clásica, fue planteado por Jerome Cornfield en 1941 y resuelto por primera vez mediante la programación lineal por Stigler. En la forma difusa ha sido planteado, resuelto y aplicado a las granjas avícolas en Perú [33] y a las granjas de ganado vacuno en Argentina [25].

El problema de la dieta tiene como meta determinar la combinación más económica de productos alimenticios de tal manera que satisfaga las necesidades nutricionales mínimas o máximas requeridas. Para el caso de la fertilización, el problema de la dieta determina la combinación más económica de los abonos y fertilizantes, que satisfacen los requerimientos nutricionales de las plantas en un determinado terreno de cultivo, esto se logra resolviendo el problema de programación lineal, siguiente:

$$\begin{aligned} & \text{mín} \sum_{j=1}^n c_j x_j \\ & \text{sujeto a:} \\ & p_i \leq \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq P_i, \quad i = 1, \dots, m, \\ & m_j \leq x_j \leq M_j, \quad j = 1, \dots, n. \end{aligned} \quad (2.1)$$

donde:

$x_j$  representa la cantidad de abono  $j$  que debe incluirse en la fertilización.

$a_{ij}$  representa la cantidad del nutriente  $i$  contenido en el fertilizante  $j$ .

Las  $m$  primeras restricciones acotan las cantidades totales de nutrientes en la fertilización, es decir, cada nutriente  $i$  no debe ser inferior a la cantidad  $p_i$  ni superior a la cantidad  $P_i$  (mínimas y máximas necesarios), mientras que las otras  $n$  restricciones acotan la cantidad de cada fertilizante  $j$  permitido, que no debe ser inferior a  $m_j$  ni superior a  $M_j$ .

$c_j$ : el costo unitario del fertilizante  $j$ ; que multiplicado por la respectiva cantidad fertilizante y sumado para todos los fertilizantes, proporciona el costo total.

**2.1.1. Recursos difusos.** Los parámetros  $p_i$  y  $P_i$  de la primera restricción del modelo (2.1) no son fijos, varían según tipo de suelo, variedades de cultivo, clima, etc. como se muestra en la Tabla 2.1, para el cultivo de la papa, el requerimiento de Nitrógeno ( $N$ ), Fósforo ( $P$ ) y Potasio ( $K$ ).

Esta realidad hace que el primer grupo de restricciones en el modelo (2.1) se tenga que considerar difusas, en tal caso, se escribe como sigue:

$$p_i \leq_f \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq_f P_i, \quad i = 1, \dots, m.$$

Nutrientes	N		P		K	
	$p_i$	$P_i$	$p_i$	$P_i$	$p_i$	$P_i$
[13] García & Pantoja	120	300	40	100	250	600
[3] Campos	140	300	39	128	190	480
[28] Sifuentes et al.	196	294	24	36	286	420

Tabla 2.1: Requerimientos mínimos ( $p_i$ ) y máximos ( $P_i$ ) para el cultivo de la papa

usando  $y_i = \sum_{j=1}^n a_{ij}x_j$  se tiene

$$p_i \leq_f y_i \leq_f P_i, i = 1, \dots, m.$$

donde

1. La restricción  $p_i \leq_f y_i$ , indica que se espera que la cantidad total  $y_i$  del nutriente  $i$  administrada, debe ser mayor o igual a  $p_i$ , pero, la notación  $\leq_f$  indica que se admite la posibilidad de que sea menor de  $p_i$ , es decir, se acepta el incumplimiento de la restricción establecida, obviamente esta aceptación será de menor agrado cuando el valor de  $y_i$  es mucho menor que  $p_i$  hasta que si es demasiado menor no se admitirá. Este valor límite es  $p_i - t_i$ , y el valor  $t_i$  se denomina tolerancia del incumplimiento de la restricción.
2. De manera similar se interpreta la restricción  $y_i \leq_f P_i$ , la cantidad total  $y_i$  del nutriente  $i$  debe ser menor o igual a  $P_i$ , pero se admite que sea superior hasta un determinado valor  $P_i + T_i$ ,  $T_i$  es la tolerancia.

El agrado con que se acepta el incumplimiento de una restricción se representa mediante un número real comprendido entre 0 y 1 incluidos. Se representa con 1 cuando se acepta completamente, eso ocurre cuando la desigualdad  $p_i \leq y_i \leq P_i$  se cumple. Se representa con valor cero (0) cuando el incumplimiento de la restricción es más allá de la tolerancia, es decir, cuando  $y_i > P_i + T_i$  ó  $y_i < p_i - t_i$ . Mientras que tendrá valor comprendido entre 1 y 0 cuando  $p_i - t_i \leq y_i < p_i$  ó  $P_i < y_i \leq P_i + T_i$ . La forma como se asigna dicho valor se denomina grado de aceptación del incumplimiento, o de manera general, en la teoría de conjuntos difusos, se denomina función de pertenencia, que se define como sigue:

$$\mu_i(y_i) = \begin{cases} 0, & \text{si } y_i < p_i - t_i, \\ g_i(y_i), & \text{si } p_i - t_i \leq y_i < p_i \\ 1 & \text{si } p_i \leq y_i \leq P_i, \\ f_i(y_i), & \text{si } P_i < y_i \leq P_i + T_i, \\ 0, & \text{si } y_i > P_i + T_i. \end{cases} \tag{2.2}$$

Donde  $y_i = \sum_{j=1}^n a_{ij}x_j$ , la función  $g_i$  es creciente y la función  $f_i$  decreciente de tal manera que  $\mu_i$  sea continua, como se muestra en la Figura 2.1.

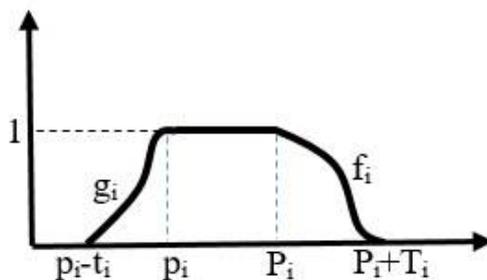


Figura 2.1: Función de pertenencia de una restricción difusa

**2.1.2. Los costos difusos.** Los precios de los productos que no son estables en periodos de tiempo prolongados, se representa mediante números difusos [2, 10, 18, 34], que en su forma más simple está representado mediante una terna de números reales, denominado números difusos triangulares. Cada costo difuso ( $\tilde{c}_i$ ) (número difuso triangular que es definido como un conjunto difuso, convexo normal y acotado en los números reales) denominado distribución posibilística, está descrito por una función de pertenencia seccionalmente lineal como se muestra en la Figura 2.2.

Luego la función objetivo del modelo (2.1) en la forma difusa se escribe:

$$\text{mín} \sum_{i=1}^n \tilde{c}_i x_i.$$

Finalmente el modelo (2.1) en su versión difusa (con restricción y objetivo difusas) queda en la siguiente forma:

$$\begin{aligned} & \text{mín} \sum_{i=1}^n \tilde{c}_i x_i, \\ & \text{sujeto a:} \\ & p_i \leq_f \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq_f P_i, \quad i = 1, \dots, m, \\ & m_j \leq x_j \leq M_j, \quad j = 1, \dots, n. \end{aligned} \tag{2.3}$$

que es el modelo de la dieta difusa.

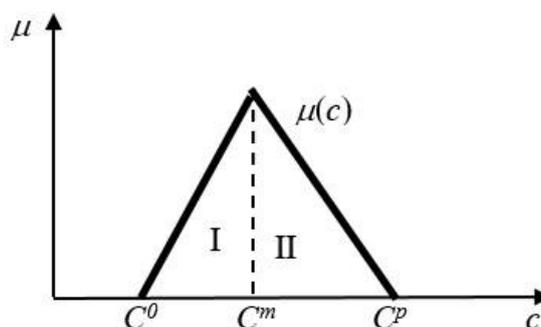


Figura 2.2: Número difuso triangular  $\tilde{c}_i$

**2.2. Métodos de solución del problema difuso.** Existen varios métodos para resolver modelos con costos difusos [6, 11, 16, 17, 19, 22, 27] y tantos otros métodos para resolver problemas con restricciones difusas [30, 32]. En la solución del modelo (2.3), con la finalidad de compatibilizar el método de solución de problema con restricciones difusas con el método de solución del problema con objetivo difuso, se ha utilizado el método de Lai y Hwang [16] y el método de Verdegay [32], cuyo desarrollo se presenta en 5 etapas:

**Etapas 1:**

Se inicia el proceso de solución abordando el objetivo difuso mediante la propuesta de Lai y Hwang [16]. El objetivo difuso por ser combinación lineal de números difusos triangulares es también un número difuso triangular cuya representación tiene la forma de la Figura 2.2, entonces aplicando la filosofía del empresario (la de enrumbar sus actividades a fin de aumentar su posibilidad de ganancia), minimizar el objetivo difuso, es equivalente a tres objetivos, maximizar la posibilidad de realizar menor gasto (maximizar el área I), minimizar la posibilidad de tener el más alto costo ( $c^m$ ) y minimizar la posibilidad de realizar mayor gasto (minimizar el área II, riesgo de mayor costo, de la Figura 2.2). Así, se tienen los objetivos:

$$\begin{cases} \text{máx } z_1 = (c^m - c^o)^T x, \\ \text{mín } z_2 = (c^m)^T x, \\ \text{mín } z_3 = (c^p - c^m)^T x. \end{cases} \tag{2.4}$$

**Etap 2:** Estos objetivos se transforman en metas difusas, utilizando el método propuesto por Zimmermann [37] obteniendo un modelo equivalente al modelo (2.3), en el que, en lugar de la función objetivo, se tenga tres restricciones difusas.

$$\begin{cases} z_1 = (c^m - c^o)^T x \geq_f z_1^0, \\ z_2 = (c^m)^T x \leq_f z_2^0, \\ z_3 = (c^p - c^m)^T x \leq_f z_3^0. \end{cases}$$

$$p_i \leq_f \sum_{j=1}^n a_{ij}x_j \leq_f P_i, \quad i = 1, \dots, m \tag{2.5}$$

$$m_j \leq x_j \leq M_j, \quad j = 1, \dots, n.$$

Donde las tres primeras restricciones difusas están definidas respectivamente por funciones de pertenencia  $w_k(z_k), k = 1, 2, 3$ . Para definir estas tres funciones de pertenencia se utiliza el método propuesto por Leberling [17]. Se resuelve cada función objetivo en (2.3) sujeto a las restricciones sin considerar la difusidad, al valor de la función objetivo se denomina Solución Ideal Positiva ( $Z^{PIS}$ ) y luego se halla la Solución Ideal Negativa ( $Z^{NIS}$ ) que es la solución de (2.3) pero si es minimización se maximiza y si es maximización se minimiza. Se considera como meta  $Z^{PIS}$  y como tolerancia  $Z^{PIS} - Z^{NIS}$  para el caso de maximización y  $Z^{NIS} - Z^{PIS}$  para el caso de minimización.

**Etap 3:**

Ahora que se tiene el nuevo modelo sólo con restricciones difusas, en cada restricción descrita mediante su correspondiente función de pertenencia, se aplica el método de alfa corte propuesto por Verdegay [32], obteniendo el siguiente sistema:

$$\begin{aligned} w_k(z_k) &\geq \alpha, \quad k = 1, 2, 3, \\ \mu_i(y_i) &\geq \alpha, \quad i = 1, 2, 3, \dots, m, \\ m_j &\leq x_j \leq M_j, \quad j = 1, \dots, n. \end{aligned} \tag{2.6}$$

**Etap 4:**

Finalmente, utilizando el criterio de la mejor decisión [19] se obtiene un modelo de tipo clásico siguiente:

$$\begin{aligned} &\text{máx } \alpha \\ \text{sujeto a:} & \\ &w_k(z_k) \geq \alpha, \quad k = 1, 2, 3, \\ &\mu_i(y_i) \geq \alpha, \quad i = 1, 2, 3, \dots, m, \\ &m_j \leq x_j \leq M_j, \quad j = 1, \dots, n. \end{aligned} \tag{2.7}$$

**Etap 5:**

El modelo (2.7) es un problema de programación lineal de tipo clásico, se resuelve utilizando el método simplex [21, 31].

**3. Un ejemplo de ilustración.** Como ilustración de la aplicabilidad del modelo y método propuesto, se resuelve un problema de fertilización de una hectárea de terreno en la costa peruana para el cultivo de papa; para ello se obtienen los datos, se formula el modelo y se resuelve.

**3.1. Datos del problema.** Se considera la fertilización en la que se analiza solamente los requerimientos de los tres nutrientes fundamentales, Nitrógeno ( $N$ ), Fósforo ( $P$ ) y Potasio ( $K$ ), es decir, se analizará la nutrición  $NPK$ , y también tres tipos de abono o fertilizante, tales datos se presenta en la Tabla 3.1.

**3.2. Formulación del modelo.** Tomando los costos, coeficientes y requerimientos de la Tabla 3.1, y considerando que  $X_1, X_2, X_3$  representan el número de kilos de urea, guano de la Isla y sulfato de potasio

Fertilizantes	Nutrientes			Costo por <i>kg</i> en soles
	%N	%P <sub>2</sub> O <sub>5</sub>	%K <sub>2</sub> O	
Urea	46	0	0	$\tilde{c}_1 = (1,2; 1,3; 1,8)$
Guano de la Isla	10	10	2	$\tilde{c}_2 = (1,3; 1,4; 1,5)$
Sulfato de Potasio	0	0	50	$\tilde{c}_3 = (2,1; 2,3; 2,6)$
Requerimiento(Mínimo- Máximo) <i>kg</i> /Ha	140-290	30-120	20-550	

Tabla 3.1: Fertilizantes con sus componentes y precios en el mercado

respectivamente que debe incluir la mezcla, se tiene el siguiente modelo difuso:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{mín } W = (1,2; 1,3; 1,8)X_1 + (1,3; 1,4; 1,5)X_2 + (2,1; 2,3; 2,6)X_3, \\ \text{sujeto a:} \\ 140 \leq_f 0,46X_1 + 0,1X_2 + 0X_3 \leq_f 290. \dots\dots\dots (N) \\ 30 \leq_f 0,0X_1 + 0,1X_2 + 0,0X_3 \leq_f 120. \dots\dots\dots (P) \\ 200 \leq_f 0,0X_1 + 0,02X_2 + 0,5X_3 \leq_f 550. \dots\dots\dots (K) \\ X_1, X_2, X_3 \geq 0. \end{array} \right. \quad (3.1)$$

Las tolerancias de las restricciones difusas se han considerado  $t_1 = 20$  y  $T_1 = 10$  en (N),  $t_2 = 10$  y  $T_2 = 30$  en (P) y  $t_3 = 30$  y  $T_3 = 50$  en (K). Respecto a los abonos y fertilizantes considerados no hay restricción por eso se ha incluido las restricciones lógicas.

**3.3. Reducción al modelo clásico y solución.** Para la solución del modelo (3.1) consideramos dos partes, la función objetivo difuso que debemos transformar en 3 objetivos luego a restricciones difusas y finalmente las restricciones difusas que debemos describir mediante las funciones de pertenencia.

**3.3.1. Transformación de la función objetivo difuso en metas difusas.** La primera parte corresponde a la transformación de función objetivo con costos difusos a tres objetivos:

**Etapas 1:**

Utilizando (2.4) se obtienen los siguientes objetivos:

$$\begin{aligned} Z_1 &= \text{máx}\{0,1X_1 + 0,1X_2 + 0,2X_3\}, \\ Z_2 &= \text{mín}\{1,3X_1 + 1,4X_2 + 2,3X_3\}, \\ Z_3 &= \text{mín}\{0,5X_1 + 0,1X_2 + 0,3X_3\}. \end{aligned}$$

**Etapas 2:**

Estos objetivos los transformamos en metas difusas, considerando como meta  $Z_i^{PIS}$  y como tolerancia  $|Z_i^{PIS} - Z_i^{NIS}|$  obtenidos, resolviendo el correspondiente objetivo sujeto a las restricciones en (3.1) sin considerar la difusidad de las restricciones. Así se tiene  $Z_1^{PIS} = 367$ ,  $Z_2^{PIS} = 1720$ ,  $Z_3^{PIS} = 248$ ,  $Z_1^{NIS} = 131$ ,  $Z_2^{NIS} = 4728$ ,  $Z_3^{NIS} = 639$ .

Finalmente se obtiene el modelo, equivalente a (3.1), siguiente:

$$\left\{ \begin{array}{l} 0,1X_1 + 0,1X_2 + 0,2X_3 \geq_f 367, \\ 1,7X_1 + 1,4X_2 + 2,3X_3 \leq_f 1720, \\ 0,5X_1 + 0,1X_2 + 0,3X_3 \leq_f 248, \\ 140 \leq_f 0,46X_1 + 0,1X_2 + 0X_3 \leq_f 290, \\ 30 \leq_f 0X_1 + 0,1X_2 + 0X_3 \leq_f 120, \\ 30 \leq_f 0X_1 + 0,1X_2 + 0X_3 \leq_f 120, \\ X_1, X_2, X_3 \geq 0. \end{array} \right. \quad (3.2)$$

**3.3.2. Transformación de las restricciones difusas.** En el modelo (3.2), cada una de las restricciones difusas están definidas por sus correspondientes funciones de pertenencia, las que se utilizará en la siguiente etapa.

**Etapas 3:**

La respectivas funciones de pertenencia de las restricciones difusas en (3.2) son las funciones seccionalmente lineales  $\mu_i(Y)$ ,  $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$  siguientes:

$$\mu_1(y_1) = \begin{cases} 1 & y_1 > 367 \\ \frac{y_1-131}{236} & 131 \leq y_1 \leq 367, \\ 0 & y_1 < 131 \end{cases}$$

donde  $y_1 = 0,1X_1 + 0,1X_2 + 0,2X_3$ .

$$\mu_2(y_2) = \begin{cases} 1, & y_2 < 1720 \\ \frac{4728-y_2}{3008}, & 1720 \leq y_2 \leq 4728, \\ 0, & y_2 > 4728 \end{cases}$$

donde  $y_2 = 1,7X_1 + 1,4X_2 + 2,3X_3$ .

$$\mu_3(y_3) = \begin{cases} 1, & y_3 < 248 \\ \frac{639-y_3}{391}, & 248 \leq y_3 \leq 639, \\ 0 & y_3 > 639 \end{cases}$$

donde  $y_3 = 0,5X_1 + 0,1X_2 + 0,3X_3$ .

$$\mu_4(y_4) = \begin{cases} \frac{y_4-120}{20}, & 120 \leq y_4 \leq 140 \\ 1, & 140 < y_4 < 290 \\ \frac{300-y_4}{10}, & 290 \leq y_4 \leq 300 \\ 0, & y_4 < 120, y_4 > 300 \end{cases}$$

donde  $y_4 = 0,46X_1 + 0,1X_2$ .

$$\mu_5(y_5) = \begin{cases} \frac{y_5-20}{10}, & 20 \leq y_5 \leq 30 \\ 1, & 30 < y_5 < 120 \\ \frac{150-y_5}{30}, & 120 \leq y_5 \leq 150 \\ 0, & y_5 < 20, y_5 > 150 \end{cases}$$

donde  $y_5 = 0,1X_2$ .

$$\mu_6(y_6) = \begin{cases} \frac{y_6-170}{30}, & 170 \leq y_6 \leq 200 \\ 1, & 200 < y_6 < 550 \\ \frac{600-y_6}{50}, & 550 \leq y_6 \leq 600 \\ 0, & y_6 < 170, y_6 > 600 \end{cases}$$

donde  $y_6 = 0,02X_2 + 0,5X_3$ .

**Etapas 4:**

Luego el modelo equivalente a (3.2) es el siguiente:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{máx } \alpha \\ \text{sujeto a:} \\ \mu_i(X) \geq \alpha, \quad i = 1, \dots, 6 \\ X \geq 0, \quad 0 \leq \alpha \leq 1. \end{array} \right. \quad (3.3)$$

Reemplazando las funciones  $\mu_i(X)$  se tiene el siguiente modelo a resolver:

$$\begin{aligned} & \text{máx } \alpha \\ & \text{sujeto a:} \\ & 0,1X_1 + 0,1X_2 + 0,2X_3 - 236\alpha \geq 131, \\ & 1,7X_1 + 1,4X_2 + 2,3X_3 + 3008\alpha \leq 4728, \\ & 0,5X_1 + 0,1X_2 + 0,3X_3 + 391\alpha \leq 639, \\ & 0,46X_1 + 0,1X_2 - 20\alpha \geq 120, \\ & 0,46X_1 + 0,1X_2 + 10\alpha \leq 300, \\ & 0,1X_2 - 10\alpha \geq 20, \\ & 0,1X_2 + 30\alpha \leq 150, \\ & 0,02X_2 + 0,5X_3 - 30\alpha \geq 170, \\ & 0,02X_2 + 0,5X_3 + 50\alpha \leq 600, \\ & 0 \leq \alpha \leq 1, X_1, X_2, X_3 \geq 0. \end{aligned}$$

#### **Etapas 5:**

Utilizando LINGO (Versión libre) se obtiene:  $\alpha = 0,53, X_1 = 199, X_2 = 391, X_3 = 982$ . Esta solución nos sugiere que, para el cultivo indicado, se compre 199 kilos de urea, 391 kilos de guano de la isla y 982 kilos de sulfato de potasio, con un presupuesto que oscila entre  $S/. 2809,3$  y  $S/. 3497,9$ , pero con un costo de mayor posibilidad de  $S/. 3064,7$ .

**4. Conclusiones.** En el presente trabajo el conjunto difuso ha permitido representar la información de recursos y costos imprecisos, con esta ayuda se ha podido representar la problemática de la planificación de fertilización de cultivos agrícolas mediante el modelo difuso. La solución que se obtiene luego de resolver el problema es dado por un número difuso, representado por una terna, que representa el menor costo, el costo intermedio y el mayor costo, dependiendo que el costo de adquisición sea el menor, intermedio o mayor costo, la decisión queda a criterio del comprador.

#### **ORCID and License**

Edmundo Vergara-Moreno <https://orcid.org/0000-0002-6868-7211>

Cristhian Neyra Salvador <https://orcid.org/0000-0001-6061-2832>

This work is licensed under the [Creative Commons - Attribution 4.0 International \(CC BY 4.0\)](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/)

## **Referencias**

- [1] Aguilar-Acuña J, Grageda-Cabrera OA, Vuelvas-Cisneros MA, Martínez-Hernández M, Solís-Moya E, Medina-Cázares T, Ramírez-Ramírez A. Eficiencia de Fertilizantes aplicados con fertirriego en Chile Ancho. *Agricultura Técnica en México*; 2005; 31(2):177-189.
- [2] Brunelli M, Mezei J. How different are ranking methods for fuzzy numbers?: A numerical study. *Int. J. of Approximate Reasoning*; 2013; 54:627-639
- [3] Campos CR. Efecto de la fertilización en el rendimiento y características biométricas del cultivo de papa variedad huayro en la comunidad de Aramachay (Valle del mantaro). Tesis de título. Universidad Nacional Agraria la Molina. Lima Perú. 2014.
- [4] Cao S, Zhou W, Wang F, Luo S, Deng R, Xie T. Development and promotion of expert information system on rice soil testing and formulated fertilization in Dong'an County. *Agriculture Network Information* 09; 2015.
- [5] Carvajal-Muñoz JS, Mera-Benavides AC. Fertilización biológica: técnicas de vanguardia para el desarrollo agrícola sostenible. *Producción+Limpia*; 2010; 5(2):77-96.
- [6] Dubey D, Chandra S, Mehra A. Fuzzy linear programming under interval uncertainty based on IFS representation. *Fuzzy Sets and Systems*; 2012; 188(1):68-87.
- [7] Echevarría HE, García FO. Fertilidad de suelos y fertilización de cultivos. Ediciones INTA, Buenos Aires, Argentina. 2005.
- [8] Egúsquiza R, Catalán W. Guía Técnica, curso taller, Manejo Integrado de Papa. Universidad Agraria la Molina, Lima, Perú. 2011.
- [9] Elferjani R, DesRochers A, Tremblay F. DRIS-based fertilization efficiency of young hybrid poplar plantations in the boreal region of Canada. *New Forests*; 2013; 44(4):487-508.
- [10] Ezzati R, Allahviranloo T, Khezerloo M. An approach for ranking of fuzzy numbers. *Expert Systems with Applications*; 2012; 39(1):690-695.
- [11] Ezzati R, Khorram E, Enayati R. A new algorithm to solve fully fuzzy linear programming problems using the MOLP problem. *App. Math. Modelling*; 2015; 39(12):3183-3193.
- [12] Ferro D, Pellegrini A, Chamorro A, Bezuz R, Golik S. Balance simplificado de nutrientes del suelo en secuencias trigo/soja2da y colza/soja2da. *Acta de XXV Congreso Argentino de la Ciencia del Suelo*. 2016; pp. 18.
- [13] García B, Pantoja C. Fertilización del cultivo de la papa en el departamento de Mariño. En *fertilización de cultivos en clima frío*. Guerrero R. Editor. Bogotá; 1998; 7-27.
- [14] Giletto CM, Magnoni JM, Echevarría HE. Fertilización con azufre en el cultivo de papa (*Solanum tuberosum* L.) para la industria en el sudeste Bonaerense. *Revista Ciencia del Suelo*; 2012; 30(1):75-84.

- [15] Hernández JC. Edafología y fertilidad. Universidad Nacional Abierta y a Distancia. Bogotá, Colombia. 2013.
- [16] Lai YJ, Hwang CL. A new approach to some possibilistic linear programming problems. *Fuzzy Sets and Systems*; 1992; 49(2):121-133.
- [17] Leberling H. On finding compromise solutions in multicriterial problems using the fuzzy min operator. *Fuzzy Sets and Systems*; 1981; 6(2): 105-118.
- [18] Liang D, Liu D, Pedrycz W, Hu P. Triangular fuzzy decision theoretic rough sets. *Int. J. of Approximate Reasoning*; 2013; 54(8):1087-1106.
- [19] Li DF, Wan SP Fuzzy linear programming approach to multiattribute decision making with multiple types of attribute values and incomplete weight information. *Applied Soft Computing*; 2013; 13(11):4333-4348.
- [20] Liu T, Li T, Wang Y, Zhang X, Zheng Z. Design and application of fertilization information system for farmland of village scale. *Bull. of Soil and Water Conservation*; 2015; 03
- [21] Luenberger D, Ye Y. *Linear and Nonlinear Programming*. Int. Series in Operations Research & Management Science 228, Springer US, New York, USA. 2016.
- [22] Luhandjula MK. Fuzzy optimization. *Fuzzy Sets and Systems*; 2015; 274(C):4-11.
- [23] Luo MY. Calculation of theoretical model on balanced fertilization in soil. *Adv. Materials Research*; 2013; 610-613:2931-2936.
- [24] Niquín-Alayo E, Vergara-Moreno E, Calderón-Niquín M. FERTIDIF: Software para la planificación de fertilización agrícola basado en optimización lineal con costos difusos. *Scientia Agropecuaria*; 2018; 9(1):103-112.
- [25] Pelta DA, Verdegay JL, Cadenas JM. Introducing SACRA: A Decision support. *Applied Decision Support with Soft Computing*; 2012; 124: 391-401.
- [26] SAGARPA (Secretaría de agricultura, Ganadería, Desarrollo y Alimentación, de Estados Unidos de México). Ficha técnica del cultivo de la Caña de azúcar. México. 2015.
- [27] Sakawa M, Yano H, Nishizaki I. *Linear and Multiobjective Programming with Fuzzy Stochastic Extensions*. Int. Series in Operations Research & Decision Theory 203, Springer, New York, USA. 2013.
- [28] Sifuentes E, Ojeda W, Mendoza C, Macías J, Rúelas J, Inzunza A. Nutrición del cultivo de papa (*solanum tuberosum*L.) considerando variabilidad climática en el Valle del Fuerte Sinaloa, México. *Rev. Mexicana de Ciencias Agrícolas*; 2013; Vol. 4 (4):585-597.
- [29] Suñer LG, Galantini JA. Fertilización fosforada en suelos cultivados con trigo de la región sudoeste papeana. *Rev. Ciencia del Suelo*; 2012; 30(1):57-66.
- [30] Tanaka H, Ichihashi H, Asai K. A formulation of fuzzy linear programming problems based on comparison of fuzzy numbers *Control and Cybernetic*; 1984; 13:185-194.
- [31] Vanderbei R. *Linear programming, foundations and extensions*. Int. Series in Operations Research & Management Science 196, Springer US, New York, USA. 2014.
- [32] Verdegay JL. Fuzzy mathematical programming. En Gupta MM, Sanchez E. eds. *Approximate Reasoning in Decision Analysis*. Amsterdam - North-holland. 1984.
- [33] Vergara-Moreno E, Rodríguez-Novoa F, Saavedra-Sarmiento H. Métodos de optimización lineal difusa para la planificación nutricional en granjas avícolas. *Mosaico Científico*; 2006; 3:16-29.
- [34] Wang J, Nie R, Zhang H, Chen X. New operators on triangular intuitionistic fuzzy numbers and their applications in system fault analysis. *Information Sciences*; 2013; 251(1):79-95.
- [35] Yingjie L, Xiaoqin Z, Youhua M, Mingan Z, Juan Z, Nan S. Review on Application of information technology in soil testing and formulated fertilization. *Agriculture Network Information*; 2010; 2:11.
- [36] Yuan C, Li D, Li Y. Application of BP neural network base on MapReduce in precision fertilization. *J. of Chinese Agricultural Mechanization*; 2016; 02.
- [37] Zimmermann HJ. Fuzzy programming and linear programming with several objective functions. *Fuzzy Sets and Systems*; 1978; 1(1):45-55.