

UN ESTUDIO DE LA TURBINA DE FLUJO CRUZADO (EFECTO DEL ÁNGULO DE ATAQUE, ÁNGULO DE ENTRADA DEL ÁLABE Y RELACIÓN DE DIÁMETROS EN LA EFICIENCIA HIDRÁULICA)

A Study of the Cross-Flow Turbine (Effect of the attack angle, blade inlet angle and relationship of diameters on the hydraulic efficiency)

Chavez-Galarza, Michael A.¹

RESUMEN

En el presente trabajo se presenta una investigación teórica sobre el efecto de algunos parámetros de diseño en la eficiencia hidráulica del rotor de una turbina de flujo cruzado, el modelo matemático propuesto es desarrollado aplicando la formulación general del método del volumen de control a la ecuación del momento de la cantidad de movimiento en el rotor de la turbina y teniendo en cuenta algunas suposiciones concernientes a las características del flujo así como de la geometría del rotor. El flujo que atraviesa el rotor es considerado como no viscoso, homogéneo, incompresible y estacionario; se desprecian las pérdidas de choque por la periferia interior y exterior del rotor así como las pérdidas por fugas. Como resultados del presente estudio se determinó el comportamiento de la eficiencia hidráulica al variar el ángulo de ataque, el ángulo de entrada del álabe así como la relación de diámetros del rotor, indicándose sus valores convenientes en cada caso. Fueron halladas también algunas relaciones óptimas entre estos parámetros de diseño. Además, se determinó que el ángulo de salida del álabe β_2 debe ser 90° . Finalmente, se obtuvo una expresión para la estimación de la eficiencia hidráulica a diferentes regímenes de operación y para el cálculo de la contribución energética por etapa, respectivamente.

Palabras Clave: Método del Volumen de Control, Análisis Fluidodinámico, Turbina de Flujo Cruzado, Eficiencia Hidráulica, Microturbinas Hidráulicas, Turbomáquina.

ABSTRACT

In this paper a theoretical research about the effect of some design parameters on the hydraulic efficiency in runner of a cross-flow turbine is presented, the proposed mathematical modeling was developed by applying the general formulation of the control volume method to the motion quantity momentum equation in the turbine's runner and taking into account also some assumptions concerning flow characteristics as well as the runner geometry. The flow crossing the runner was assumed non-viscous, homogeneous, incompressible, and stationary; shock losses at the outer and inner runner periphery just like leakage ones were neglected. As results, it was found the behavior of the hydraulic efficiency by varying the attack angle, blade inlet angle, and runner diameter relationship, indicating suitable values in each case. Some optimal relationships among these design parameters were found, too. Moreover, it was determined that the blade exit angle β_2 must be 90° . Finally, it was obtained an expression to estimate the hydraulic efficiency to different operation regimes and for the calculation of the energetic contribution in each stage, respectively.

Key Words: Control Volume Method, Fluid Dynamic Analysis, Cross-Flow Turbine, Hydraulic Efficiency, Small Hydropower, Turbomachine.

Presentado el 10.09.2010 aceptado el 08.11.2013

¹Departamento de Ingeniería Mecánica, facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Trujillo

INTRODUCCIÓN

En los últimos años la hidrogenación a pequeña escala se ha convertido en una buena alternativa de explotación de los recursos energéticos renovables en forma limpia. Para el aprovechamiento de los recursos hídricos al máximo es necesario buscar alternativas de bajo costo comparadas al de las instalaciones hidroeléctricas convencionales. Para tal fin la turbina de flujo cruzado es la que mejor se adecua, debido a su buena performance en la generación eléctrica a pequeña escala así como a su diseño sencillo, además de tener un bajo costo de fabricación y mantenimiento.

La turbina de flujo cruzado conocida también como turbina Banki, Ossberger o Michell-Banki es clasificada como una turbina de impulso o acción, de flujo transversal, a carga parcial y de doble efecto¹, que consta de dos elementos principales: un inyector y un rotor; el inyector es aquel elemento tubular de sección rectangular que conduce el flujo hacia el rotor con ángulo constante respecto a la tangente a la trayectoria del flujo y el rotor está constituido de dos discos paralelos que se encuentran unidos por los bordes por medio de un conjunto de álabes curvados en forma de arco circular. La energía transferida al rotor de la turbina se realiza en dos etapas donde se contribuye en promedio con el 70% en la primera etapa y 30% en la segunda². Por otro lado el flujo a través del rotor ha sido analizado por Banki hace muchos años considerando una turbina de impulso con una línea de corriente representativa a través de un análisis unidimensional³. El flujo en el interior de este tipo de turbina es muy complejo debido a que el agua atraviesa parcialmente el rotor haciendo que el flujo sea inestable⁴. *Durgin* y *Fay* presentan una teoría modificada teniendo en cuenta el porcentaje del flujo que no atraviesa el rotor concluyendo que la eficiencia predicha se encuentra muy cerca a la obtenida experimentalmente⁵. Existen además estudios experimentales en el cual se evalúan la influencia de algunos parámetros de diseño como el número de álabes, el ángulo de ataque, el ángulo de entrada del álabe, la relación de diámetros del rotor entre otros; sobre la eficiencia de la turbina^{1,8,9}. En el presente estudio se realiza un análisis teórico de la eficiencia hidráulica en el rotor de una turbina de flujo cruzado al variar ciertos parámetros de diseño (α , β , D_2/D_1) vinculados a ésta, además se estima la eficiencia hidráulica de la turbina a diferentes regímenes de n_{11} , pues esto permitirá saber a priori la performance del rotor antes de ser manufacturado. Para este fin aplicamos el método del volumen de

control a la ecuación del momento de la cantidad de movimiento, considerando algunas hipótesis acerca de las características del flujo así como también de la geometría del rotor; encontrándose también algunas relaciones óptimas entre parámetros geométricos del rotor que maximizan la eficiencia hidráulica, así como una expresión que permite calcular la contribución energética por etapa.

Nomenclatura

D_1, D_2 : diámetro exterior e interior del rotor [m].
 B : ancho del rotor [m].
 H : altura disponible [m].
 φ : Coeficiente de pérdidas en el inyector.
 n : velocidad rotacional del rotor [rpm].
 n_{11} : velocidad rotacional unitaria = nD_1/\sqrt{H}
 ω : velocidad angular [rad/s].
 Q : caudal del agua [m³/s].
 M : momento resultante en la dirección axial [N.m].
 ρ : densidad del fluido de trabajo [Kg/m³].
 η_h : rendimiento hidráulico.
 Z : número de álabes.
 u : velocidad tangencial = ωR_i [m/s].
 w : velocidad relativa [m/s].
 v : velocidad absoluta [m/s].
 ξ, ξ_2 : contribución energética en cada etapa.
 α : ángulo entre la velocidad absoluta y la velocidad tangencial.
 β : ángulo entre la velocidad relativa y la velocidad tangencial.
 θ : arco subtendido por el flujo en la periferia interior y exterior del rotor.
 L_i : longitud del arco que abraza el flujo.
 $|W_r|$: trabajo de rozamiento en los álabes.
 g : aceleración de la gravedad (9.81 m/s²).
 \vec{n} : versor normal a las superficies de control.
 \vec{r} : radiovector de posición de las partículas fluidas.
 \vec{V} : vector velocidad absoluta.

Subíndices:

1: Entrada de la primera etapa.
2: Salida de la primera etapa.
3: Entrada de la segunda etapa.
4: Salida de la segunda etapa.

MATERIAL Y MÉTODOS

1. Consideraciones Generales

Se considera a la turbina de flujo cruzado en estudio como una turbina de acción a chorro libre es decir, que trabaja a presión constante igual a la presión

atmosférica. El flujo que cruza a través del rotor se ha considerado como no viscoso, homogéneo, incompresible y en régimen estacionario; además se asume que el flujo atraviesa totalmente al rotor. Se considera también que los triángulos de velocidades de las partículas fluidas son iguales en la dirección circunferencial. Se desprecian las pérdidas por carga en los álabes del rotor así como las pérdidas por fuga. Se considera que en el rotor hay tantos álabes como sean necesarios, a fin de que el espacio entre álabes sea tan pequeño como se requiera, tal que la circulación de una partícula fluida cualquiera resulte nula y por lo tanto el flujo sea irrotacional. Se asumen a los álabes del rotor como geoméricamente idénticos y a sus superficies exentas de rugosidad. Se desprecian las pérdidas de choque por la periferia exterior e interior del rotor. De acuerdo a esta suposición, no existen pérdidas de choque en la entrada de cada una de las etapas, y asumiendo la presencia de una cantidad de álabes tan grande como se requiera, en la Figura 1 la partícula fluida que pasa por el punto A de la línea de corriente deberá tener la componente relativa de la velocidad, coincidente con la dirección de la tangente al álabe. Por lo tanto podemos generalizar este hecho para cada punto de las porciones de líneas de corriente que toman contacto con los álabes del rotor. Según lo explicado las líneas de corriente que bordean el flujo en cada una de las etapas (como por ejemplo A_1B_1 y A_2B_2 en la primera etapa) podrían ser obtenidas a partir del movimiento giratorio de los

La ecuación que nos permite calcular el torque que el rotor ejerce sobre el fluido que lo atraviesa, la hallamos aplicando la ecuación general del método del volumen de control a la ecuación del momento de la cantidad de movimiento⁶, obteniéndose:

$$\begin{aligned} \vec{M} &= \oiint_{S.C} \vec{r} \times \vec{V} \cdot (\rho \vec{V} \cdot \vec{n}) dS \\ &+ \frac{\partial}{\partial t} \iiint_{V.C} \vec{r} \times \vec{V} \rho dV \end{aligned} \quad (1)$$

De acuerdo a las hipótesis, el régimen del flujo es estacionario, entonces el segundo término de la derecha se anula, resultando:

$$\vec{M} = \oiint_{S.C} \vec{r} \times \vec{V} \cdot (\rho \vec{V} \cdot \vec{n}) dS \quad (2)$$

Como la superficie de control se compone a su vez de cuatro superficies tal como se muestra en la

puntos de un álabe cualquiera cuando éste atraviesa el flujo; por lo ya mencionado podemos deducir que los puntos extremos superiores A_1 y A_2 por donde ingresa el flujo podrían coincidir con los extremos de dos álabes del rotor en un determinado instante, así del mismo modo los extremos B_1 y B_2 por donde sale el flujo podrían coincidir con los extremos inferiores de otros dos álabes. Finalmente se asume que el flujo no impacta con el eje del rotor de la turbina y que el rotor de la turbina se encuentra en movimiento rotatorio uniforme.

2. Modelamiento Matemático

Para el desarrollo del modelo matemático se ha considerado un volumen de control (V.C) tal como se muestra en la Figura 2, el cual está delimitado por dos superficies cilíndricas concéntricas que contienen a la superficie interior y exterior del rotor así como por dos superficies anulares superpuestas al lado interno de los discos circulares del rotor limitando el espacio lateral contenido entre la periferia interior y exterior del rotor, de este modo obtendremos un volumen de control con forma de un cilindro sólido hueco. Este volumen de control se encuentra solidario a un sistema de referencia inercial ubicado en el eje del rotor, además las componentes de la velocidad así como de aceleración se asumirán nulas en la dirección axial, por lo que el movimiento del flujo se reduce a un movimiento en el plano transversal al eje.

Figura 2, y puesto que el campo de velocidades en las superficies laterales S_3 y S_4 del V.C es perpendicular al versor normal a estas superficies, entonces se obtiene la expresión:

$$\begin{aligned} \vec{M} &= \iint_{S_1} \vec{r} \times \vec{V} \cdot (\rho \vec{V} \cdot \vec{n}) dS \\ &+ \iint_{S_2} \vec{r} \times \vec{V} \cdot (\rho \vec{V} \cdot \vec{n}) dS \end{aligned} \quad (3)$$

Donde:

S_1 y S_2 : Superficies exterior e interior del V.C respectivamente

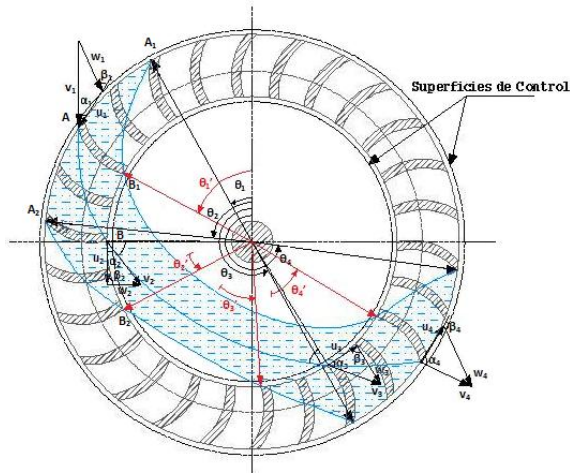


Figura 1: Configuración cinemática del flujo en el rotor de la turbina de flujo cruzado

Finalmente, teniendo en cuenta que el flujo es homogéneo e incompresible, se obtiene la expresión del torque en la dirección axial:

$$M = (\rho B v_2^2 R_2^2 \theta \sin \alpha_2 \cos \alpha_2 - \rho B v_1^2 R_1^2 \theta \sin \alpha_1 \cos \alpha_1) + (\rho B v_4^2 R_1^2 \theta \sin \alpha_4 \cos \alpha_4 - \rho B v_3^2 R_2^2 \theta \sin \alpha_3 \cos \alpha_3) \quad (5)$$

Donde se puede observar que el torque efectivo ejercido sobre el flujo puede ser considerado como la suma del torque individual efectuado en cada una de las etapas.

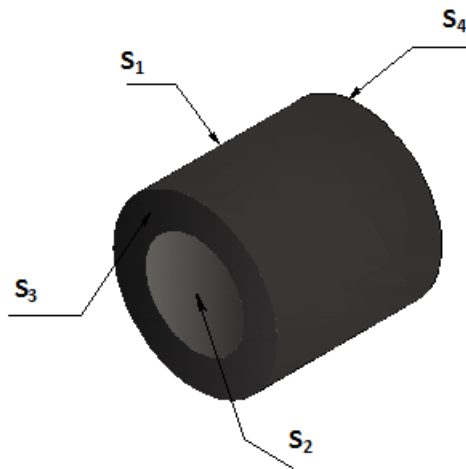


Figura 2: Esquema del volumen de control con sus superficies de control conformantes

En la configuración cinemática del flujo, tal como se muestra en la Figura 1, se aprecia una línea de corriente esquematizada, ésta a su vez es la trayectoria de una partícula fluida por ser el flujo estacionario. Si unimos los puntos de la línea de corriente que intersectan a la periferia interior del rotor con el centro del rotor, éstos formarán un triángulo isósceles, ya que el tramo de línea de corriente en el interior del rotor puede asumirse prácticamente rectilíneo; además considerando que

no existen pérdidas por choque en la periferia interna y externa del rotor, la partícula fluida que ingresa a la segunda etapa tendrá una componente relativa en la misma dirección que la tangente del álabe en ese instante y despreciando el incremento de velocidad debido al desnivel existente entre la salida de la primera etapa y la entrada de la segunda etapa, se deduce que:

$$\alpha_2 = \alpha_3 \quad (6)$$

$$\beta_2 = \beta_3 = 90^\circ \quad (7)$$

$$v_2 = v_3 \quad (8)$$

$$w_2 = w_3 \quad (9)$$

Y puesto que se asume que no existe rozamiento entre el flujo y los álabes, entonces:

$$w_1 = w_4 \quad (10)$$

Entonces los triángulos de velocidades en la entrada y salida de cada etapa son como se muestran en la Figura 3, y por lo tanto la ecuación (5) se convierte en:

$$M = (\rho B v_4^2 R_1^2 \theta \sin \alpha_4 \cos \alpha_4 - \rho B v_1^2 R_1^2 \theta \sin \alpha_1 \cos \alpha_1) \quad (11)$$

Por la ecuación de continuidad volumétrica entre la entrada y salida del flujo, se cumple que:

$$v_4 \sin \alpha_4 B L_4 = v_1 \sin \alpha_1 B L_1 = Q \quad (12)$$

Además:

$$L_1 = L_4 = R_1 \cdot \theta \quad (13)$$

Considerando al rotor con movimiento rotatorio uniforme, se tiene que la potencia cedida por el flujo al rotor está dada por la expresión:

$$P_e = -M \cdot \omega \quad (14)$$

Reemplazando las ecuaciones (11), (12) y (13) en (14) se obtiene la expresión final para el cálculo de la potencia ejercida sobre el eje del rotor:

$$P_e = \rho Q u_1 (v_1 \cos \alpha_1 - v_4 \cos \alpha_4) \quad (15)$$

Aplicando la ecuación de Bernoulli modificada entre la entrada de la tubería de presión y la salida del inyector, y considerando la velocidad en la salida del inyector igual a la velocidad en la entrada del rotor, esta última se puede calcular como:

$$v_1 = \varphi \sqrt{2gH} \quad (16)$$

Estudios experimentales indican que el valor de φ oscila entre 0.91 y 0.97¹.

La eficiencia hidráulica se calcula como:

$$\eta_h = \frac{P_e}{\rho g Q H} \quad (17)$$

Reemplazando las ecuaciones (15) y (16) en (17), esta última se transforma en:

$$\eta_h = \frac{\pi \varphi}{15 \sqrt{2g}} n_{11} \left(\cos \alpha_1 - \frac{\pi}{60 \varphi \sqrt{2g}} n_{11} \right) \quad (18)$$

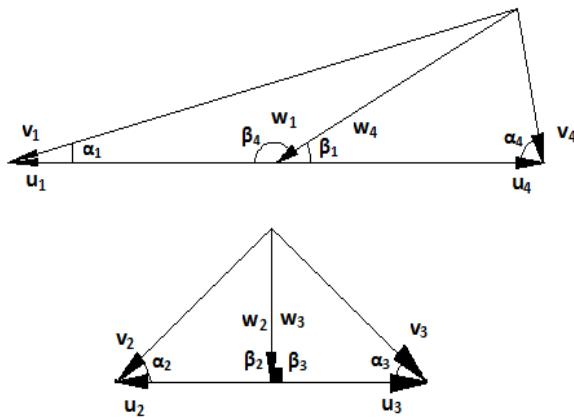


Figura 3: Triángulo de velocidades en el rotor de la turbina de flujo cruzado

Del triángulo de velocidades de la Figura 3, se obtiene que:

$$v_4 \cos \alpha_4 = 2u_1 - v_1 \cos \alpha_1 \quad (19)$$

$$w_1 \cos \beta_1 = v_1 \cos \alpha_1 - u_1 \quad (20)$$

$$v_1^2 = w_1^2 + u_1^2 + 2w_1 u_1 \cos \beta_1 \quad (21)$$

Reemplazando las ecuaciones (15),(16),(19),(20) y (21) en la ecuación (17), se obtiene que:

$$\eta_h = 4\varphi^2 \cdot \frac{\left(\frac{u_1}{w_1}\right) \cos \beta_1}{1 + \left(\frac{u_1}{w_1}\right)^2 + 2\left(\frac{u_1}{w_1}\right) \cos \beta_1} \quad (22)$$

Teniendo en cuenta el teorema de senos en el triángulo de velocidades de la figura 3, la ecuación (22) se puede escribir como:

$$\eta_h = 4\varphi^2 \cdot \frac{\sin \alpha_1 \cdot \cos \beta_1 \cdot \sin(\beta_1 - \alpha_1)}{\sin^2 \beta_1} \quad (23)$$

Derivando la ecuación (22) respecto a u_1/w_1 e igualando a cero, se tiene:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \eta_h}{\partial \left(\frac{u_1}{w_1}\right)} &= 4\varphi^2 \cdot \frac{\cos \beta_1 \left(1 - \left(\frac{u_1}{w_1}\right)^2\right)}{\left(1 + \left(\frac{u_1}{w_1}\right)^2 + 2\left(\frac{u_1}{w_1}\right) \cos \beta_1\right)^2} \\ &= 0 \quad (24) \end{aligned}$$

La solución a la ecuación se obtiene cuando:

$$\frac{u_1}{w_1} = 1 \quad (25)$$

Una consecuencia directa se obtiene a partir de (25), donde del triángulo de velocidades de la Figura 3 se deduce que:

$$\beta_1 = 2\alpha_1 \quad (26)$$

Se adoptará solo esta condición de máximo ya que cuando se deriva respecto a β_1 , se obtiene que β_1 debe ser 0, lo cual es imposible debido a que el ingreso del flujo sería tangencial de acuerdo a (26) violando así el principio de funcionamiento de este tipo de turbinas. Por lo tanto la fórmula de la eficiencia hidráulica máxima resulta:

$$\eta_{hmax} = 2\varphi^2 \cdot \frac{\cos \beta_1}{1 + \cos \beta_1} \quad (27)$$

Aplicando la ecuación de continuidad volumétrica en la primera etapa, se tiene que:

$$w_2 = w_1 \sin \beta_1 \left(\frac{D_1}{D_2} \right) \quad (28)$$

Del movimiento rotatorio uniforme, resulta:

$$u_2 = u_1 \left(\frac{D_2}{D_1} \right) \quad (29)$$

Aplicando algunas de las ecuaciones generales de las turbomáquinas a la primera etapa, se obtienen las siguientes relaciones⁷:

$$\begin{aligned} W &= \frac{p_1 - p_2}{\rho} + \frac{v_1^2 - v_2^2}{2} + g(z_1 - z_2) \\ &- |W_r| \quad (30) \\ W &= \frac{w_2^2 - w_1^2}{2} + \frac{v_1^2 - v_2^2}{2} \\ &+ \frac{u_1^2 - u_2^2}{2} \quad (31) \end{aligned}$$

Habiéndose asumido la turbina en estudio como una turbina de acción a chorro libre se tiene que: $p_1 = p_2 = p_{atm}$, despreciando la altura entre la entrada y salida de cada etapa así como las pérdidas por rozamiento en los álabes ($|W_r| = 0$); reemplazando entonces las ecuaciones (25), (28) y (29) en (31) e igualando finalmente las relaciones (30) y (31), se obtiene la siguiente relación importante:

$$\frac{D_2}{D_1} = \sqrt{\sin \beta_1} \quad (32)$$

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

1. Curvas de la Eficiencia Hidráulica

En la figura 4 se puede observar el comportamiento teórico de la eficiencia hidráulica del rotor de una turbina de flujo cruzado respecto a la velocidad rotacional unitaria para ciertos valores de α_1 , considerándose un valor para φ de 0.95 el cual es muy aceptable para este tipo de turbinas⁵. Además se observa que los puntos máximos de la eficiencia hidráulica son mayores cuanto más pequeños son los valores del ángulo de flujo α_1 , tal como se indica con la línea de trazo discontinua. Se puede apreciar que los valores de la eficiencia hidráulica son casi coincidentes en las diferentes curvas de eficiencia para un intervalo de velocidad de rotación unitaria de 0 a 10, lo cual se verifica también en resultados experimentales². Además los puntos máximos de eficiencia se van desplazando hacia la izquierda conforme va aumentando el valor de α_1 ; se puede observar claramente el crecimiento de la curva de la eficiencia cuando los valores de α_1 van disminuyendo, lo cual se deduce rápidamente de (18). Por otro lado los puntos máximos para cada valor particular de α_1 tienen un comportamiento parabólico, lo cual se deduce al derivar (18) respecto a n_{11} e igualar a cero, obteniéndose la siguiente expresión:

$$\eta_{h_{max}} = \frac{\pi^2}{1800g} n_{11}^2 \quad (33)$$

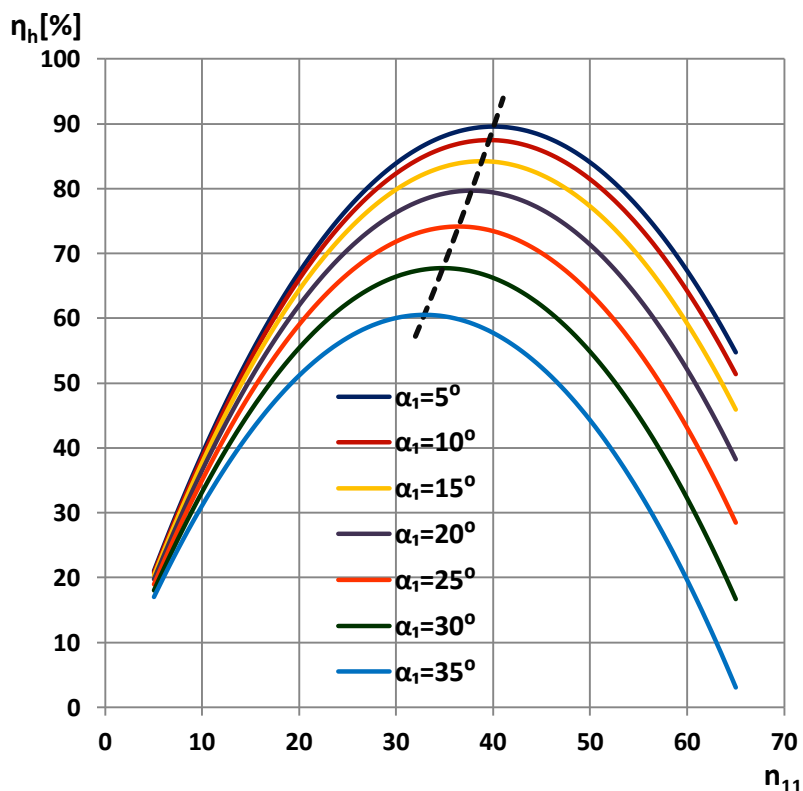


Figura 4: Curvas de la Eficiencia Hidráulica

2. Efecto del Angulo de Ataque α_1

En la Figura 5 se muestra el comportamiento de la eficiencia hidráulica respecto a la variación del ángulo de ataque α_1 a diferentes valores de β_1 , con un valor para φ de 0.95. Se puede apreciar claramente que los valores máximos de la eficiencia hidráulica se obtienen cuando α_1 es la mitad de β_1 de acuerdo a lo deducido en (26), además los puntos máximos de la eficiencia siguen un comportamiento que se muestra con una línea de trazo discontinuo decreciente de acuerdo a lo deducido en (27). Se puede observar que para un valor dado de α_1 la eficiencia hidráulica se incrementa conforme disminuye el valor del ángulo β_1 , también se aprecia

que los valores de α_1 correspondientes a las eficiencias máximas disminuyen al disminuir el valor del ángulo β_1 . Se aprecia además que los puntos máximos de la eficiencia hidráulica son mayores cuanto más pequeños son los valores del ángulo de flujo α_1 . Estos resultados se verifican también en los estudios experimentales de *Desai* y *Aziz* ⁹ donde se concluye que a mayor ángulo de ataque le corresponde una disminución de la eficiencia, también *Choi et al* ¹⁰ comprueban el mismo comportamiento en un estudio al investigar el efecto de la configuración estructural de la turbina en su performance y características del flujo interno mediante modelamiento computacional.

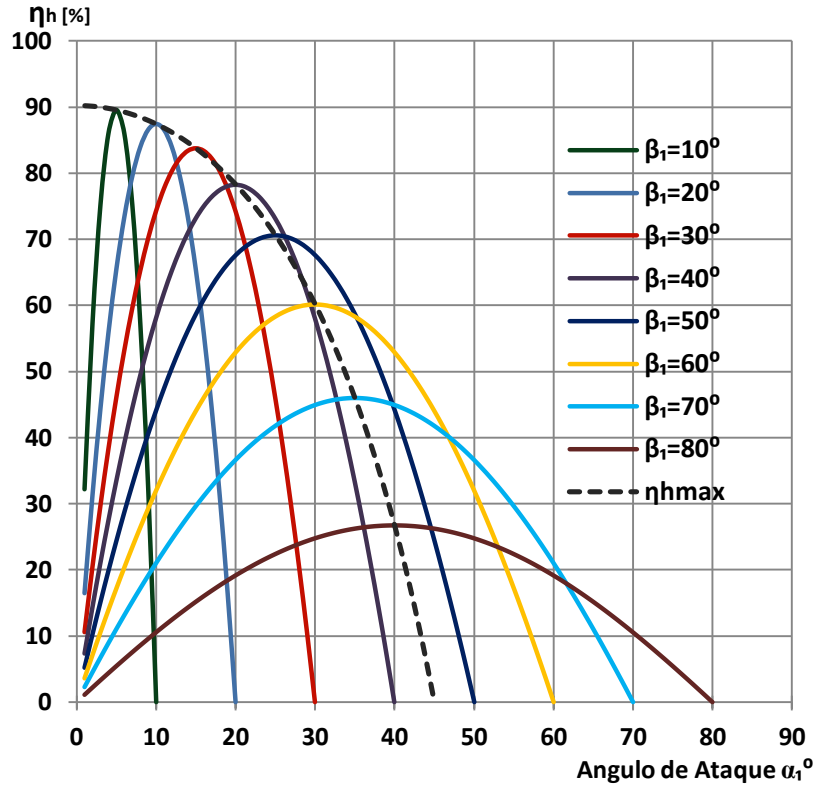


Figura 5: Curvas de Rendimiento Hidráulico en función de α_1

3. Efecto del Angulo de Entrada del Alabe β_1

En la Figura 6 se muestra la dependencia de la eficiencia hidráulica respecto al ángulo de entrada del álabe β_1 , para diferentes valores de α_1 , con un valor para φ de 0.95. Se puede apreciar claramente que algunos valores máximos de la eficiencia se obtienen cuando β_1 es muy próximo al doble de α_1 , además los puntos máximos de la eficiencia hidráulica siguen un comportamiento que se muestra con una línea de trazo discontinuo roja y los puntos máximos calculados de acuerdo a (27) se encuentran unidos con una línea de trazo discontinuo negra. Se puede observar que para un valor dado de β_1 la eficiencia hidráulica se incrementa conforme disminuye el valor del ángulo α_1 , además se aprecia que los valores de β_1 correspondientes a las eficiencias máximas disminuyen al disminuir el valor del ángulo α_1 , y también se aprecia que los puntos máximos de la eficiencia hidráulica son mayores cuanto más pequeños son los valores del ángulo de entrada del álabe β_1 . Se aprecia además con claridad la divergencia existente entre los puntos máximos obtenidos a partir de (27) y los que van

surgiendo de (23). Esto se explica debido a que la expresión (27) se dedujo aceptando únicamente la condición (25), sin embargo vemos que existe una muy buena aproximación entre ellos cuando β_1 no excede los 40° , donde ambas líneas prácticamente se superponen, lo que nos revela un resultado importante desde el punto de vista teórico, ya que podemos alcanzar los valores máximos de la eficiencia hidráulica solamente considerando la condición (26); queda claro entonces que elegido el valor de α_1 , entonces el valor β_1 tendrá que ser el doble de α_1 para alcanzar la máxima eficiencia o dado el valor de β_1 la eficiencia se maximiza cuando α_1 es la mitad de β_1 ; y se verifica nuevamente la pertinencia de elegir un valor no excesivamente grande para α_1 , que de acuerdo a la gráfica sería conveniente que no exceda los 20° , lo cual se corrobora con valores utilizados en la práctica¹, lo que nos permite obtener un rendimiento aceptable en la turbina. Choi et al¹⁰ confirman en sus resultados la tendencia de la eficiencia óptima la cual disminuye conforme aumenta el valor del ángulo de entrada del álabe β_1 .

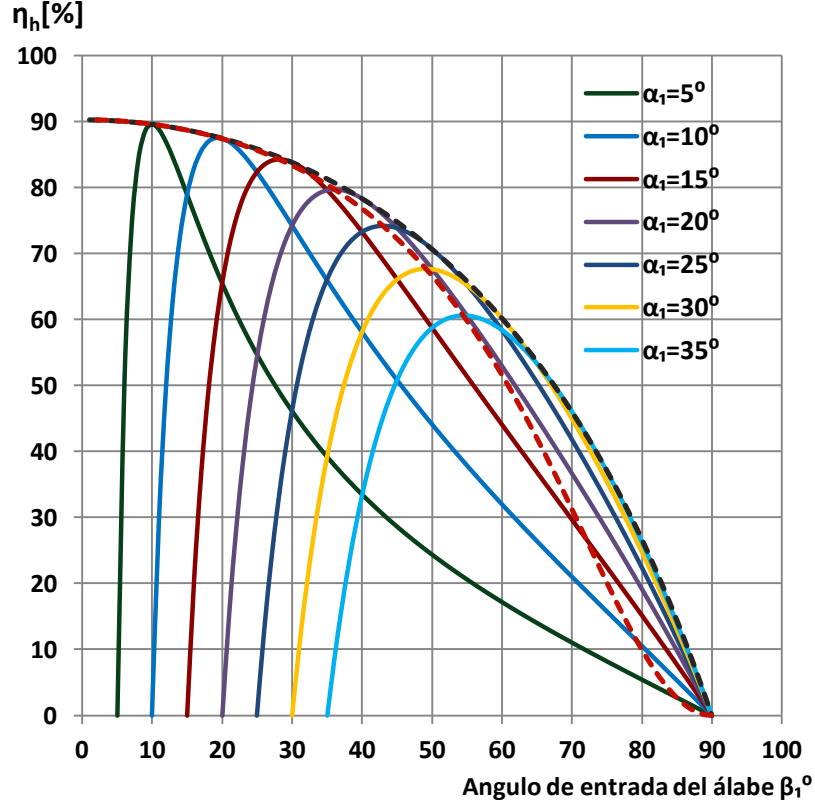


Figura 6: Curvas de Rendimiento Hidráulico en función de β_1

4. Contribución Energética por Etapa (ξ_1, ξ_2)

Puesto que el torque neto efectuado sobre el flujo puede ser expresado como la suma de la contribución de torque en cada una de las etapas de acuerdo a (5), el torque calculado en cada etapa teniendo en cuenta las expresiones (5), (12) y (13) resulta:

$$\left. \begin{aligned} M_{e-1} &= \rho Q (R_1 v_1 \cos \alpha_1 - R_2 v_2 \cos \alpha_2) \\ M_{e-2} &= \rho Q (R_2 v_3 \cos \alpha_3 - R_1 v_4 \cos \alpha_4) \end{aligned} \right\} \quad (34)$$

Luego de considerar las expresiones (6) y (8), el torque total resulta:

$$M_e = \rho Q (R_1 v_1 \cos \alpha_1 - R_1 v_4 \cos \alpha_4) \quad (35)$$

Los coeficientes de contribución energética por etapa están dados por:

En la Figura 7 se muestra el comportamiento del coeficiente de contribución energética ξ_1 y ξ_2 en cada etapa de la turbina en función de la relación de diámetros del rotor de la turbina. En esta gráfica se observa que ξ_1 está representado por una curva

$$\left. \begin{aligned} \xi_1 &= \frac{M_{e-1} \cdot \omega}{M_e \cdot \omega} = \frac{(R_1 v_1 \cos \alpha_1 - R_2 v_2 \cos \alpha_2)}{(R_1 v_1 \cos \alpha_1 - R_1 v_4 \cos \alpha_4)} \\ \xi_2 &= \frac{M_{e-2} \cdot \omega}{M_e \cdot \omega} = \frac{(R_2 v_3 \cos \alpha_3 - R_1 v_4 \cos \alpha_4)}{(R_1 v_1 \cos \alpha_1 - R_1 v_4 \cos \alpha_4)} \end{aligned} \right\} \quad (36)$$

Además se cumple que:

$$\xi_1 + \xi_2 = 1 \quad (37)$$

Realizando el análisis en el régimen de eficiencia hidráulica máxima, sabemos que se cumple que $v_1 = 2u_1 \cos \alpha_1$, $v_4 = 2u_4 \cos \alpha_4$, $\alpha_1 + \alpha_4 = 90^\circ$. Además, del triángulo de velocidades se tiene que $v_2 = u_2 / \cos \alpha_2$. Luego de tener en cuenta estas consideraciones en (36) obtenemos:

$$\left. \begin{aligned} \xi_1 &= \frac{1}{\cos 2\alpha_1} \left(\cos^2 \alpha_1 - \frac{1}{2} \left(\frac{D_2}{D_1} \right)^2 \right) \\ \xi_2 &= \frac{1}{\cos 2\alpha_1} \left(\frac{1}{2} \left(\frac{D_2}{D_1} \right)^2 - \sin^2 \alpha_1 \right) \end{aligned} \right\} \quad (38)$$

decreciente (línea continua) mientras que ξ_2 por una curva creciente (línea discontinua), además ambos deben sumar un valor constante e igual a la unidad o el 100%. Se aprecia que una vez fijado un valor del cociente D_2/D_1 los valores de ξ_1 y ξ_2 aumentan y

disminuyen respectivamente al aumentar el valor del ángulo de ataque α_1 . Además se observa que los valores de los coeficientes ξ_1 y ξ_2 se mantendrán constantes al aumentar el ángulo de ataque α_1 , solo si el valor de la relación de diámetros D_2/D_1 aumenta correspondientemente. Considerando las expresiones (26) y (32) en las ecuaciones de ξ_1 y ξ_2 , se obtiene que:

$$\left. \begin{aligned} \xi_1 &= \frac{\cos \alpha_1}{\cos 2\alpha_1} (\cos \alpha_1 - \sin \alpha_1) \\ \xi_2 &= \frac{\sin \alpha_1}{\cos 2\alpha_1} (\cos \alpha_1 - \sin \alpha_1) \end{aligned} \right\} \quad (39)$$

Con las consideraciones realizadas se ha logrado establecer los coeficientes de aporte energético por etapa ξ_1 y ξ_2 como parámetros únicamente dependientes del ángulo de ataque α_1 . De esta forma es posible calcular el aporte energético en cada etapa de la turbina de flujo cruzado solo conociendo el ángulo de entrada del flujo. En el caso de un ángulo $\alpha_1 = 15^\circ$ se obtienen como contribuciones energéticas 78.87% en la primera etapa y 21.13% en la segunda etapa, lo cual es próximo a lo obtenido por *Durgin* y *Fay* que obtienen 73% en la primera etapa y por consiguiente 17% como contribución energética en la segunda etapa⁵.

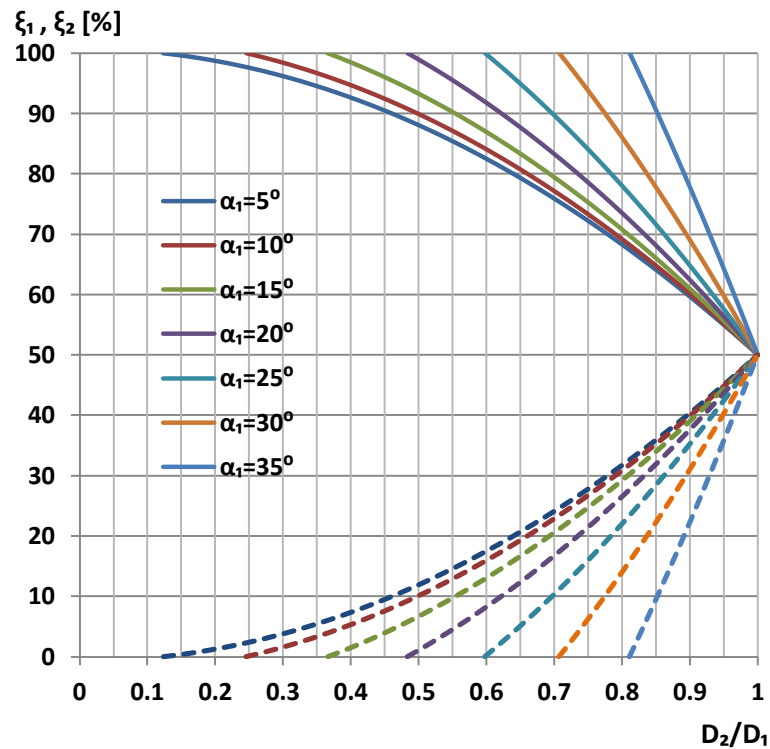


Figura 7: Contribución Energética por Etapa en función de D_2/D_1

5. Efecto de la Relación de Diámetros D_2/D_1

Combinando las expresiones (26), (32) y (33) en (18), hallamos que la eficiencia hidráulica máxima está dada por:

$$\eta_{h_{max}} = \frac{\varphi^2}{2} \left(1 + \sqrt{1 - \left(\frac{D_2}{D_1} \right)^4} \right) \quad (40)$$

En la Figura 8 se presenta el comportamiento de la eficiencia hidráulica máxima alcanzada en función de la variación de la relación de diámetros del rotor D_2/D_1 . Se aprecia además en esta gráfica que la eficiencia hidráulica máxima está representada por una curva decreciente al aumentar el valor de la

relación de diámetros D_2/D_1 . Según *Desai* y *Aziz*, al evaluar experimentalmente este tipo de turbinas concluyen que a mayor relación de diámetros corresponde una menor eficiencia, y además afirman que en la vecindad de una relación de diámetros de 0.68 se encontraría la máxima eficiencia⁹. Al calcular la relación de diámetros de acuerdo a (32) para un ángulo $\alpha_1 = 15^\circ$, se tiene que $D_2/D_1 = 0.707$, lo cual se encuentra en concordancia a lo sostenido por estos investigadores. De las Figuras 7 y 8 se puede deducir que cuanto mayor sea la energía transferida en la primera etapa mayor será la eficiencia de la turbina, lo cual no se ajusta a la realidad, puesto que un valor cada vez más bajo de D_2/D_1 implica un aumento de $D_1 - D_2$ lo que produce una diferencia amplia entre las secciones de

entrada y salida de cada etapa provocando pérdidas considerables durante el paso del flujo por el rotor procurando una disminución en la eficiencia¹.

Además valores grandes de D_2/D_1 volvería ineficiente a la turbina ya que el chorro de agua fluiría fuera del espacio entre álabes en la periferia

interior¹¹, por lo tanto en la Figura 8 podríamos considerar con buena aproximación que a partir de $D_2/D_1 = 0.66$ en adelante se tendría un comportamiento más acorde a la realidad, pues algunos investigadores indican que 0.66 es la relación óptima entre los diámetros del rotor¹.

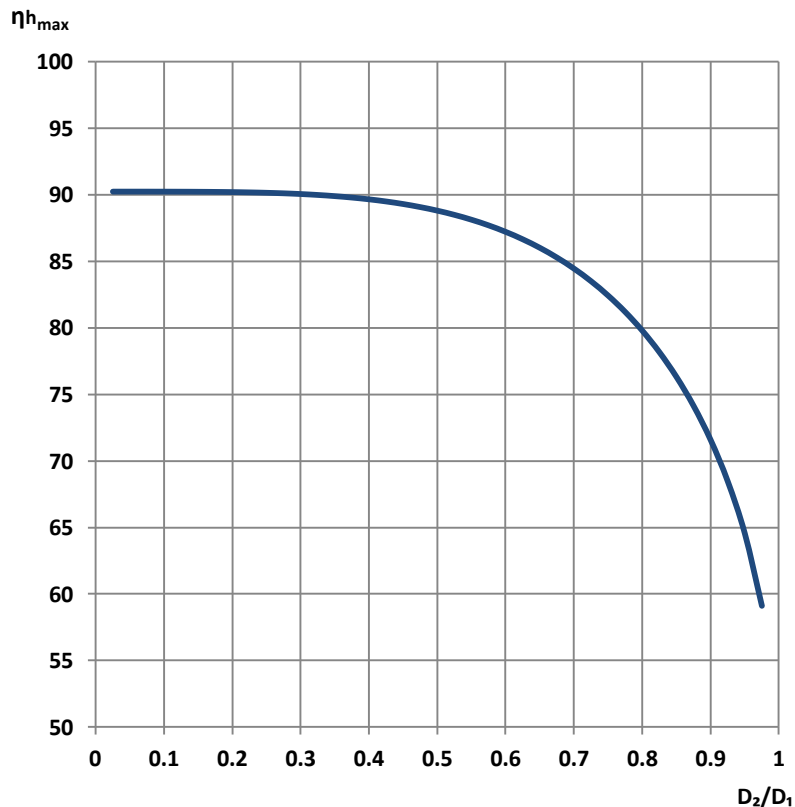


Figura 8: Rendimiento Hidráulico Máximo en función de D_2/D_1

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Un estudio teórico basado en el método del volumen de control fue desarrollado y aplicado para el estudio de la eficiencia hidráulica en el rotor de una turbina de flujo cruzado, concluyéndose que:

1. El comportamiento de la eficiencia de la turbina de flujo cruzado obtenido al variar los valores de algunos de sus parámetros de diseño (α_1, β_1 y D_2/D_1) es confirmado por estudios experimentales de otros autores.
2. En el diseño de este tipo de turbinas se debería procurar que α_1 no exceda los 20° , ya que la turbina se volvería ineficiente.

3. El ángulo de salida del álabe β_2 puede ser determinado teóricamente como 90° , lo cual se verifica también en resultados experimentales⁸.

4. En el diseño de la turbina de flujo cruzado se debe garantizar que $\beta_1 = 2\alpha_1$ y también que $D_2/D_1 = \sqrt{\sin \beta_1}$, ya que el cumplimiento de estas condiciones hace que la eficiencia hidráulica sea máxima.

5. El impacto de los muchos parámetros que influyen en la eficiencia de la turbina de flujo cruzado (como por ejemplo el número de álabes, el espesor de los álabes o la holgura entre inyector y rotor, así como la forma de las paredes del inyector) es todavía objeto de investigación. Sin embargo resulta preponderante que para la medición de sus

efectos sobre la performance de la turbina se ideen métodos y/o criterios teóricos que vinculen estos parámetros de diseño con la eficiencia de la turbina, permitiendo así la obtención de sus valores óptimos. Ya que de la optimización de estos parámetros dependerá el mejoramiento de la *performance* de esta turbina hidráulica.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- 1. Tiago Filho G. L.**, Desenvolvimento Teórico e Experimental para Dimensionamento de Turbina Hidráulica Michell-Banki: Dissertação para Obtenção do Grau do Mestre em Engenharia Mecânica. Escola Federal de Itajubá. Brasil. 1987.
- 2. Ülkü A. and Olgun H.**, The Effect of Inlet Nozzle and Runner Geometry on The Efficiency of Radially Loaded Cross Flow Turbines. Cairo International Symposium on Renewable Energy Sources. Egypt. 1988.
- 3. Fukutomi J. Senoo Y. and Nakase Y.**, Numerical Method of Flow through a Cross- Flow Runner. JSME International Journal: Series II, Vol. 34, N°. 1. Japan. 1991. pp 44-51.
- 4. Fukutomi J., Nakase Y., Ichimiya M. and Ebisu H.** Unsteady Forces on a Blade in a Cross-Flow Turbine.. JSME International Journal: Vol. 38, N°. 3. Japan. 1995. pp 404-410.
- 5. Durgin W. W. and Fay W. K.**, Some Fluid Characteristics of a Cross Flow Type Hydraulic Turbine. ASME Small Hydropower Fluid Machinery. USA. 1984.
- 6. Zucchi G.**, Mecánica de Fluidos. Editado por CITEC. Perú. 1988.
- 7. Zucchi G.**, Turbomáquinas. Editado por CITEC. Perú. 1986.
- 8. Fukutomi J., Nakase Y. and Hasui S.**, A study of a Cross-Flow Turbine (Effects of the Blade Number and Blade Exit Angle on the Performance). JSME International Journal: 52 - 473, B (1986 - 1). Japan. 1986. pp 407-412.
- 9. Desai V. R. and Aziz N. M.**, An Experimental Study of the Effect of Some Design Parameters on Crossflow Turbine Efficiency. Engineering Report. Department of Civil Engineering. Clemson University. USA. 1991.
- 10. Choi Y. D., Lim J. I. and Kim Y. T.**, Performance and Internal Flow Characteristics of a Cross- Flow Hydro Turbine by the shapes of Nozzle and Runner Blade. Journal of Fluid Science and Technology: Vol. 3, N°. 3. USA. 2008. pp 308-409.
- 11. Mockmore C. A. and Merryfield F.**, The Banki Water Turbine. Engineering Experiment Station. Oregon State College. USA. 1949.

CORRESPONDENCIA

Alumno de la Escuela de Ingeniería Mecánica –
Facultad de Ingeniería Universidad Nacional de Trujillo

Dirección:

San Gregorio N° 350 San Andrés

Teléfono:

943122369

E-mail: michael_cg7@hotmail.com