

Las oscilaciones amortiguadas de un péndulo simple utilizando una cámara digital, como un caso de innovación en la enseñanza de la física

The damped oscillations of a simple pendulum using a digital camera, as a case of innovation in the teaching of physics

M. Chávez B.; R. Rojas A.; R. Cachay T.*; F. Rabanal M.; M. Tantaquispe C.

Departamento Académico de Física, Universidad Nacional de Trujillo. Av. Juan Pablo II s/n, Ciudad Universitaria, Trujillo, Perú.

*Autor correspondiente: rcachayt@gmail.com (R. Cachay).

Fecha de recepción: 24 01 2017. Fecha de aceptación: 27 03 2017

RESUMEN

El péndulo es un experimento clásico, de enorme valor pedagógico, fácil de realizar y proporciona datos con equipo muy simple. En el presente trabajo se propone la utilización de una cámara digital en un experimento de laboratorio para determinar la ecuación de movimiento de un péndulo simple amortiguado. La frecuencia angular natural y coeficiente de amortiguamiento son γ y $\omega_0 = 4,6889 \text{ rad/s}$ y $\gamma = 0,0018 \text{ s}^{-1}$, respectivamente. Como parámetro de control se utilizó la aceleración de la gravedad, la que resultó de $9,77 \text{ m/s}^2$, en excelente concordancia con la reportada en la literatura especializada, que para el caso de Trujillo, es $9,78 \text{ m/s}^2$. La utilización de la fotografía digital y de los programas de ordenador adecuados permite estudiar el movimiento de una lenteja oscilante bajo la aceleración de la gravedad y en presencia de aire en reposo con gran precisión, lo que conduce a la determinación de los parámetros que determinan su dinámica. La técnica es de gran versatilidad y puede ser utilizada en el estudio de otros fenómenos.

Palabras clave: péndulo; frecuencia angular natural; coeficiente de amortiguamiento.

ABSTRACT

The pendulum is a classic experiment, of enormous pedagogical value, easy to perform and provides data with very simple equipment. In the present work we propose the use of a digital camera in a laboratory experiment to determine the equation of motion of a simple damped pendulum. The natural angular frequency and damping coefficient are γ and $\omega_0 = 4,6889 \text{ rad / s}$ and $\gamma = 0.0018 \text{ s}^{-1}$, respectively. As a control parameter, the acceleration of gravity was used, which resulted from $9,77 \text{ m / s}^2$, in excellent agreement with the one reported in the specialized literature, which for Trujillo's case is $9,78 \text{ m / s}^2$. The use of digital photography and the appropriate computer programs allows the study of the movement of an oscillating lens under acceleration of gravity and in the presence of air at rest with great precision, which leads to the determination of the parameters that determine its dynamic. The technique is highly versatile and can be used in the study of other phenomena.

Keywords: pendulum; natural angular frequency; coefficient of damping.

INTRODUCCIÓN

La física es una de las ciencias que presentan una mayor dificultad en su comprensión por parte de los estudiantes, esta dificultad se evidencia en el bajo índice de aprobación de esta disciplina en las en los diferentes niveles educativos en donde se imparte; en los centros y academias preuniversitarios, también puede verificarse la tendencia de que son los ítems que menos responden los estudiantes (Picquart, 2008). Es muy frecuente oír a nuestros colegas quejarse de la falta de madurez, falta de métodos de estudio, de la pobrísima preparación anterior de los alumnos, que no tienen el nivel, falta de conocimientos matemáticos, etc. Informes del Ministerio de Educación y los resultados de las pruebas PISA (2013), sugieren que esto puede ser cierto, pero culpar implícitamente a los colegas de los niveles anteriores de educación no resuelve nada, y a lo mejor sirve de justificación de algunos colegas para no hacer nada y sobre todo no cuestionarse sobre su propia actuación en clase. Las graves deficiencias en la enseñanza enfocada hacia la memorización en detrimento del razonamiento, cuestionan nuestro propio desempeño y el modelo de enseñanza centrada en la clase magistral del profesor. La mayoría de profesores enseñan en la forma en que fueron ellos mismos educados. Enseñar no es una tarea fácil, no es sólo cuestión de personalidad o sentido común, sino que por el contrario requiere de permanente investigación de nuevos métodos y tecnologías aplicados al trabajo colectivo, orientados a desarrollar la creatividad no solo de los alumnos, sino también y de forma sobresaliente, de los propios profesores.

La complejidad de la física y de la educación sugiere que los profesores de esta ciencia debemos permanecer constantemente atentos y abiertos a los cambios que la situación global exige. En tal sentido, la introducción de las Tecnologías de la Información y las Comunicaciones ha abierto nuevas perspectivas para el proceso de enseñanza aprendizaje. Las actuales tecnologías de la información y la comunicación han impactado en todas las áreas

de desarrollo de las personas, cambiando la visión del mundo (Yanitelli, 2011).

En consecuencia, también se han modificado y complejizado las pautas de acceso al conocimiento y de relación interpersonal. En particular, en la formación de los futuros profesionales la introducción del ordenador en las prácticas de laboratorio de Física universitaria básica posibilita la configuración de una nueva distribución temporal de las actividades, otorgando mayor énfasis a la reflexión acerca del experimento, la interpretación de resultados y la elaboración conclusiones.

En el presente artículo se informa sobre las innovaciones que vienen realizando los autores en la realización las prácticas de laboratorio que tradicionalmente se han venido desarrollando en el Laboratorio de Física General, aprovechando el ordenador y los programas informáticos disponibles. El péndulo es un experimento clásico, de enorme valor pedagógico, fácil de realizar y proporciona datos con equipo muy simple (Riveros y Cabrera, 2007). En el presente trabajo se propone la utilización de una cámara digital en un experimento de laboratorio para determinar la ecuación de movimiento de un péndulo simple amortiguado. La utilización de la fotografía digital y de los programas de ordenador adecuados permite estudiar el movimiento de una lenteja oscilante bajo la aceleración de la gravedad y en presencia de aire en reposo con gran precisión, lo que conduce a la determinación de los parámetros que determinan su dinámica. La simplicidad de la adquisición de datos, vía una cámara fotográfica o un teléfono celular que contenga una, permiten que el experimento no solo pueda realizarse en el aula, sino que los estudiantes pueden repetirlos en sus propias casas. En tal sentido, los conocimientos se construyen en el aula y fuera del aula, y cuya implicancia es la redefinición del rol, no sólo de los estudiantes y la del profesor, sino del propio laboratorio de física tal como se lo ha venido entendiendo tradicionalmente en el proceso educativo de enseñanza aprendizaje.

Para ello se ha planteado el siguiente problema de investigación:

El análisis de esta realidad problemática nos ha conducido a las siguientes cuestiones:

¿Es posible determinar las oscilaciones amortiguadas de un péndulo simple utilizando una cámara digital? ¿Esta técnica constituye un caso de innovación en la enseñanza de la física?

Las afirmaciones para dar solución a esta interrogante son las siguientes:

La utilización de la fotografía digital y de los programas de ordenador adecuados permite estudiar el movimiento de una lenteja oscilante bajo la aceleración de la gravedad y en presencia de aire en reposo con gran precisión, lo que conduce a la determinación de los parámetros que determinan su dinámica. La simplicidad de la adquisición de datos, vía una cámara fotográfica o un teléfono celular que contenga una, permiten que el experimento no solo pueda realizarse en el aula, sino que los estudiantes pueden repetirlos en sus propias casas, constituyendo un caso de innovación en la enseñanza de la física, que ha logrado además, desarrollar mejores actitudes y habilidades en los estudiantes en ejercicio de su libertad académica.

El péndulo simple amortiguado

Un movimiento del tipo armónico simple exento de rozamientos está regido por una ecuación siguiente:

$$\frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0 \quad (1)$$

donde x representa la variable característica del movimiento, ω_0 es la frecuencia natural de las oscilaciones armónicas, y a solución de la ecuación (1), la que describe la variación de x con el tiempo, se puede expresarse como:

$$x = A \sin(\omega_0 t + \varphi) \quad (2)$$

Uno de los sistemas físicos más sencillos en los que puede estudiarse el movimiento armónico simple es el péndulo simple (o péndulo matemático), un punto material suspendido de un hilo inextensible y sin peso, que puede oscilar en torno a una posición de equilibrio. La distancia del punto pesado al punto de suspensión se denomina longitud del péndulo simple. Aunque un péndulo matemático no tiene

existencia real, ya que los puntos materiales y los hilos sin masa son entes abstractos, en la práctica se puede considerar como tal a un cuerpo de reducidas dimensiones suspendido de un hilo inextensible y de masa despreciable comparada con la del cuerpo.

Los sistemas reales siempre tienen fuerzas disipadoras (Buzzo, 2007; Serway-Jewett, 2008; Chávez, 2014), y las oscilaciones cesan con el tiempo. Debido a que la energía va disminuyendo, la amplitud de las oscilaciones del péndulo disminuirá y el sistema se detendrá. La disminución de la amplitud se denomina amortiguamiento y el movimiento correspondiente se llama oscilación amortiguada. La fuerza de amortiguamiento por fricción de la velocidad del cuerpo oscilante, un tipo de fuerza retardadora muy común, y actúa en la dirección opuesta a la velocidad. En el caso del péndulo, esta fuerza es directamente proporcional a la velocidad, por lo que lo expresamos como $f_r = -bv_t$. Por lo tanto la fuerza total es:

$$\sum F_m \cdot a_t$$

$$\sum F = -b \cdot v_t - m \cdot g \cdot \sin \theta = m \cdot a_t$$

$$0 = m \cdot l \cdot \alpha + b \cdot \omega \cdot l + m \cdot g \cdot \sin \theta$$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{b}{m} \frac{d\theta}{dt} + \frac{g}{l} \sin \theta$$

Que puede escribirse como:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \gamma \frac{d\theta}{dt} + \omega_0^2 \sin \theta = 0$$

Donde:

$$\gamma = \frac{b}{2m}, \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}, \quad \theta < 10$$

$$\theta \cong \sin \theta$$

La solución de la ecuación del movimiento es:

$$\theta = \theta_0 \cdot e^{-\gamma t} \cos(\omega \cdot t + \varphi_0)$$

El ángulo de amplitud es: $\theta = \theta_0 \cdot e^{-\gamma t}$

$$\text{El periodo es: } T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}}$$

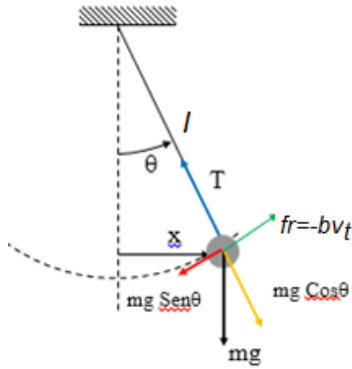


Figura 1. Diagrama de cuerpo libre de la lenteja oscilante del péndulo amortiguado. g = aceleración de la gravedad; l = longitud del péndulo.

El siguiente grafico desarrollado mediante una simulacion numerica en Matlab ,en diferencias finitas para la ecuacion :

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + 2\gamma \frac{d\theta}{dt} + \omega_0^2 \text{sen } \theta = 0$$

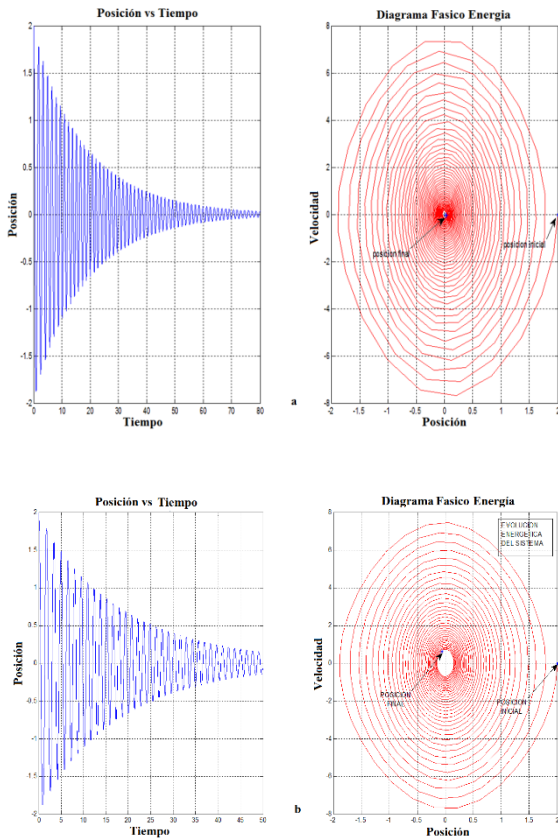


Figura 2. Diagrama Fasico Energía en direcciones finitas.

Desarrollada en el proyecto; nos muestra la evolucion de la amplitud del sistema fisico y como esperabamos la maplitud va disminuyendo a medida que avanza el tiempo. Sabemos que la energia mecanica del sistema es fucion de la posicion y la velocidad y el grafico

'Diagrama Fasico Energia' claramente me va marcando la evolucion de esta energia, mostrandonos que en cada ciclo de movimiento el sistema va perdiendo energia continuamente, tendiendo al reposos. En los graficos se a tomado como coeficiente de amortiguamiento $\gamma = 0,02 \text{ s}^{-1}$ con el fin de obtener una figura mas clara, sin perder la idea de que el sistema esta sujeto a la fuerza de amortiguamiento, comentada anteriormente.

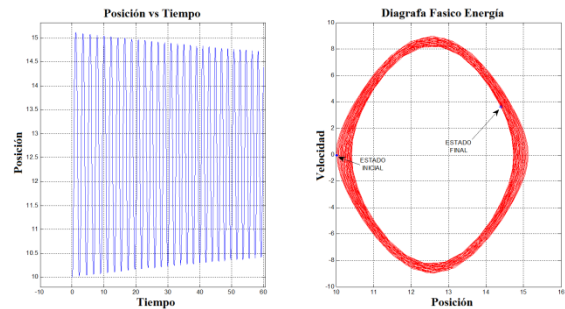


Figura 3. Diagrama Fasico Energía obtenido con datos en el laboratorio.

MATERIAL Y MÉTODOS

El péndulo simple estudiado estuvo formado por un hilo de algodón de masa despreciable y 44,5 cm de longitud y una esferita de acero de 19,45 mm de diámetro y 29,5 g de masa.

El péndulo se suspendió mediante una aguja metálica a un soporte de madera de 60 cm de altura, 20,0 cm de ancho y 2,5 cm de espesor, ubicado en posición vertical y apoyada sobre el piso, ver figura 4a. Se fijó un papel impreso con la imagen de un transportador al panel de madera de modo que la proyección del punto de suspensión del péndulo sobre el papel impreso coincidía con el origen del sistema de referencia del transportador (figura 4).



Figura 4. a) Diseño experimental; b) Péndulo simple estudiado.

Los Instrumentos utilizados en éste experimento son:

- Cámara de video de un teléfono celular, mediante la cual se pueden registrar 32 fotogramas por segundo.
- Editor de video Windows Movie Maker, el cual tiene un cronómetro incorporado con una precisión de 0,03 s.
- Balanza digital "Digital Scale Balance" (0,1 g).
- Cinta métrica metálica "Schubert" (1 mm).
- Vernier metálico "Stander" (0,05 mm).

Con la cámara de video se filmó las oscilaciones del péndulo desde una amplitud angular inicial de 12°, medidos a partir de la posición vertical del hilo, luego con el editor de video se capturaron fotogramas para diferentes posiciones angulares máximas, en las cuales el sistema pendular está instantáneamente en reposo, lo cual permite obtener fotogramas con buena definición. La captura de los fotogramas se facilita por la opción de adelantar y retroceder que tiene el editor de video, de modo que, se puede registrar la posición angular y el tiempo transcurrido (en el cronómetro del mismo editor).

En este experimento los fotogramas de interés corresponden a las posiciones angulares máximas, para cuando al transcurrir el tiempo, han disminuido en 0,5° sexagesimales, desde 10°. En la Tabla 1 se reportan los datos obtenidos para la amplitud angular y el tiempo.

Tabla 1. Valores de amplitudes angulares máximas, θ , y el tiempo transcurrido, t

N	θ°	t(s)
1	9.5	28.15
2	9.0	52.59
3	8.5	83.17
4	8.0	113.99
5	7.5	156.91
6	7.0	194.90
7	6.5	240.04
8	6.0	286.93
9	5.5	336.45
10	5.0	388.75
11	4.5	449.05
12	4.0	517.76
13	3.5	580.92
14	3.0	675.35
15	2.5	777.75

Se registró también que a la amplitud angular de 4,0°, el tiempo que tardó el

péndulo en realizar 10 oscilaciones fue 13,43 s, esto permite conocer el periodo y la frecuencia angular natural de sus oscilaciones armónicas.

Asumiendo que la relación entre la amplitud angular y el tiempo corresponde a una exponencial decreciente de la forma, $\theta = \theta_0 e^{-\gamma t}$, con ayuda de la hoja de cálculo Excel, usamos el método estadístico y aplicamos las fórmulas de los mínimos cuadrados a la relación linealizada, $\ln\theta = \ln\theta_0 - \gamma t$ para obtener los parámetros que relacionan la amplitud angular y el tiempo transcurrido. Finalmente a partir de estos parámetros se puede obtener la ecuación empírica que relaciona la amplitud angular y el tiempo, así como el coeficiente de amortiguamiento. Como parámetro de control se utiliza la aceleración de la gravedad en la ciudad de Trujillo, que es de 9,78 m/s², según reporta g-extractor de Physikalisch-Technische Bundesanstalt (PTB, 1980).

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Los valores de los parámetros obtenidos para la relación linealizada, $\ln\theta = \ln\theta_0 - \gamma t$, con el método estadístico son:

Intercepto, $\ln\theta_0 = 2,29$ y pendiente, $-\gamma = -0,0018 \text{ s}^{-1}$.

$$\text{Esto es, } \ln\theta = 2,29 - 0,0018 t \quad (4.1)$$

Los errores absolutos en la determinación del intercepto y la pendiente de la ec. (1.1) son:

$$\Delta \ln\theta_0 = 3,2 \times 10^{-3}; \quad \Delta \gamma = 7,9 \times 10^{-6}$$

El coeficiente de correlación para la relación (1) es $r = -0,9998$.

Los valores de los errores absolutos, tanto del intercepto como de la pendiente, así como el coeficiente de correlación nos indican que la captura de datos mediante el uso de fotogramas resultó ser muy confiable y preciso.

A partir de los parámetros de la ec. (4.1), la amplitud angular inicial es:

$$\theta_0 = 9,9^\circ = 0,17 \text{ rad y el coeficiente de amortiguamiento, } \gamma = 0,0018 \text{ s}^{-1}.$$

Así, la relación entre la posición angular y el tiempo es:

$$\theta = 9,9^\circ e^{-0,0018t} = 0,17 e^{-0,0018t} \text{ rad} \quad (4.2)$$

En las figuras, 5 y 6 se presentan las gráficas de las ecuaciones (4.1) y (4.2).

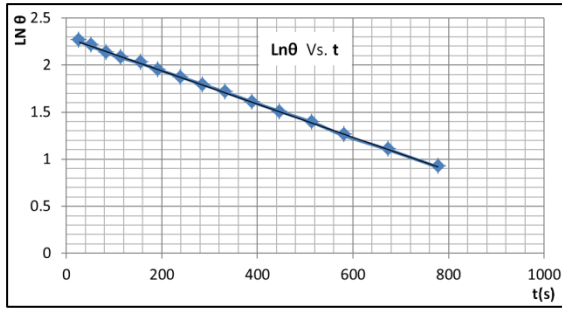


Figura 5. Gráfica de la relación entre Lnθ y el tiempo, t.

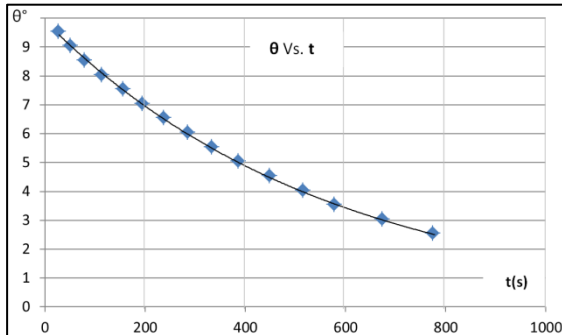


Figura 6. Gráfica de la relación entre la amplitud angular, θ, y el tiempo, t.

Para la amplitud angular de 4,0°, el tiempo que tardó el péndulo en realizar 10 oscilaciones fue 13,43 s, luego el periodo y la frecuencia angular de su M.A. S. son:

$$T_0 = 1,34 \text{ s y } \omega_0 = 4,68894 \text{ rad/s}$$

Por tanto, la frecuencia angular de sus oscilaciones amortiguadas es:

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2} = 4,68893 \text{ rad/s}$$

La pequeña diferencia entre la frecuencia angular natural y el de las oscilaciones amortiguadas se debe a la pequeña influencia de la fuerza de resistencia del aire en el movimiento de la masa pendular, lo cual es evidente al tener en cuenta el valor del coeficiente de amortiguamiento encontrado, $\gamma = 0,0018\text{s}^{-1}$.

Debido a la pequeña influencia de la resistencia del aire el péndulo realizó alrededor de 600 oscilaciones en un intervalo de tiempo de 800 s, desde la amplitud de 10° hasta 3°; el tiempo para que se detenga completamente es alrededor de 30 minutos.

Haciendo uso del periodo de las oscilaciones naturales y la longitud del hilo del péndulo se determinó la aceleración de la gravedad en Trujillo, la cual es:

$$g_{\text{exp}} = \frac{4\pi^2 L}{T_0^2} = 9,77 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

El valor reportado para la aceleración de la gravedad en Trujillo, que se encuentra a una altitud s.n.m. de 34 m y una latitud de -8°6'3'', según el programa g-extractor del Physikalisch-Technische Bundesanstalt (PTB) es,

$$g_{\text{teor}} = 9,78 \text{ m/s}^2$$

La variación porcentual entre el valor experimental y teórico para el valor de la aceleración de la gravedad es:

$$\left| \frac{g_{\text{exp}} - g_{\text{teor}}}{g_{\text{teor}}} \right| \times 100 = 0,1\%$$

La diferencia porcentual entre el valor de la amplitud angular inicial seleccionada y la que arroja el cálculo estadístico es:

$$\left| \frac{\theta_{\text{exp}} - \theta_{\text{ref}}}{\theta_{\text{ref}}} \right| \times 100 = \left| \frac{9,9^\circ - 10^\circ}{10^\circ} \right| \times 100 = 1\%$$

CONCLUSIONES

Hemos visto que la utilización de la cámara fotográfica digital permite obtener instantáneas del movimiento, que pueden ser analizadas para calcular con mucha precisión las posiciones angulares máximas de la lenteja oscilante del péndulo y el tiempo en que estas se alcanzan en cada caso. Como estos recursos de las nuevas tecnologías de la información son cada vez más abundantes y accesibles, resulta necesario estudiar la manera de adaptarlos para mejorar el trabajo experimental de los estudiantes. El costo de este experimento es mínimo, más aun si lo comparamos con sofisticados y costosos equipos, muchos de ellos cajas negras, que ofertan casas comerciales con resultados similares o menores a los nuestros.

La simplicidad, accesibilidad y portabilidad de los recursos necesarios para el estudio de las oscilaciones amortiguadas del péndulo simple, permite utilizarlo como un referente en el estudio de otros sistemas oscilantes, u otros sistemas dinámicos, en los que los estudiantes pudieran interesarse. En tal sentido, los estudiantes son libres de proponer sus propios diseños experimentales, lo que los conduce directamente a la formación de un espíritu

crítico, al ejercicio de la flexibilidad intelectual, la confianza en sí mismos, la voluntad, la honestidad, la perseverancia, a la necesidad de trabajar en equipo, al desarrollo del pensamiento lógico y de la creatividad para el trabajo científico.

Para consolidar estos resultados es necesario continuar investigando y promoviendo estrategias metodológicas y científicas innovadoras con el fin de estimular la creatividad, no sólo de los estudiantes, sino también en los profesores, evitando de esta manera la pérdida de interés de ambos y no caer en la deprimente rutina.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Buzzo R. 2007. Estrategia EE (Excel-Euler) en la enseñanza de la Física. *Latin American Journal Of Physics Education*: 19-23.
- Chavez, M. 2014. *Movimiento Oscilatorio Amortiguado y Forzado*. Universidad Nacional De Trujillo. Disponible en: <http://mariochavez1.milaulas.com>.
- Evaluación PISA: el ránking completo en el que el Perú quedó último. 03 de dic. De 2013. <http://elcomercio.pe/lima/sucesos/evaluacion-pisa-ranking-completo-que-peru-queda-ultimo-noticia-1667838>.
- Picquart, M. 2008. ¿Qué podemos hacer para lograr un aprendizaje significativo de la física? *Latin American Journal of Physics Education*: 13-18.
- PTB. 1980. Gravity Information System. Disponible en: <http://www.ptb.de/cms/en/fachabteilungen/abt1/fb-11/fb-11-sis/g-extractor.html>
- Riveros, H.G.; Cabrera E. 2007. Periodic motions: How their period changes with amplitude of the oscillations and the friction? *Latin American Journal of Physics Education*: 13-18.
- Serway–Jewett. 2008. *Física para ciencias e ingeniería*. Volumen I. 7ma Edición. Editorial CENGAGE learning. México. 436-438 pp.
- Yanitelli, M.S. 2011. Un cambio significativo en la enseñanza de las ciencias. El uso del ordenador en la resolución de situaciones experimentales de física en el nivel universitario básico. Universidad de Burgos programa internacional de doctorado enseñanza de las ciencias departamento de didácticas específicas. Tesis Doctoral.