



Desarrollo de habilidades geométricas a través de una experiencia interdisciplinaria

Development of geometric skills through an interdisciplinary experience

Ditmar Edwin Vicharra Lindo^{1*}, María Del Carmen Ppacco Jiménez²

¹ Revista Kuskanchaq, Lima, Perú

² Revista Kuskanchaq, Lima, Perú

Resumen

El objetivo del estudio fue favorecer el desarrollo de las habilidades geométricas a través de una propuesta didáctica interdisciplinaria en estudiantes de 3ero y 4to grado de educación secundaria del distrito de Chaclacayo – Lima en el 2023. Debido a que el 79,8% de estudiantes evidenciaron un nivel de logro de la competencia “Resuelve problemas de forma, movimiento y localización”, por debajo del nivel “logrado”, en la evaluación diagnóstica 2023 aplicada por el MINEDU. La propuesta se desarrolló en 8 sesiones de clase con 166 estudiantes de las Instituciones Educativas N°787 “Almirante Miguel Grau” y N°1218 San Luis María de Montfort del distrito de Chaclacayo; consistió en la elaboración de un informe sobre el análisis de la presencia de las transformaciones geométricas en mándalas creados por los propios estudiantes a partir de la construcción de formas geométricas usando regla y compas. Se concluyó que los estudiantes incrementaron sus habilidades geométricas a través de la propuesta didáctica interdisciplinaria, evidenciándose en los informes presentados por los estudiantes, donde se identificó traslaciones, simetrías y rotaciones de las figuras que componen el mándala, así como el mensaje que el estudiante desea transmitir con su obra.

Palabras claves: Habilidades geométricas, didáctica interdisciplinaria transformaciones geométricas, mándala.

Abstract

The objective of the study was to favor the development of geometric skills through an interdisciplinary didactic proposal in 3rd and 4th grade students of secondary education in the district of Chaclacayo - Lima in 2023. Due to the fact that 79.8% of students evidenced a level of achievement of the competence “Solve problems of shape, movement and location”, below the "achieved" level, in the diagnostic evaluation 2023 applied by MINEDU. The proposal was developed in 8 class sessions with 166 students of the Educational Institutions N°787 "Almirante Miguel Grau" and N°1218 San Luis María de Montfort of the district of Chaclacayo; it consisted in the elaboration of a report on the analysis of the presence of geometric transformations in mandalas created by the students themselves from the construction of geometric shapes using ruler and compass. It was concluded that the students increased their geometric skills through the interdisciplinary didactic proposal, evidenced in the reports presented by the students, where translations, symmetries and rotations of the figures that make up the mandala were identified, as well as the message that the student wished to convey with his work.

Keywords: Geometric skills, interdisciplinary didactics, geometric transformations, mandala.

1. Introducción

A raíz de la pandemia del COVID-19 la educación ha sido perjudicada significativamente a nivel mundial, los estudiantes han perdido tanto habilidades básicas de matemática como de lectura, esto debido a la interrupción de las clases presenciales. En Estados Unidos la pérdida de medio año de clases presenciales generó solo el 44% de avances en el aprendizaje de matemática (Kuhfeld, et al., 2020), asimismo, en Chile se estimó, para diez meses de educación remota, la pérdida del 88% de aprendizajes del año y un retroceso de 1,3 años. (Ministerio de Educación Centro de Estudios [MINEDUC], 2021).

Esta situación no fue ajena al Perú; ya que, en el 2023 el Ministerio de Educación (MINEDU) reportó en base a la evaluación muestral 2022, una disminución del logro de aprendizajes en comparación al 2019, siendo el área de matemática la más afectada con una reducción del 5,2% en el nivel de logro “satisfactorio” en el nivel secundario, dato que revela un 88,2% de estudiantes que no han alcanzado los aprendizajes esperados a su grado. Estas cifras son similares a las reportadas para Lima Metropolitana, donde el 86,2% de estudiantes no alcanzó el nivel de logro “satisfactorio”, siendo en un mayor porcentaje estudiantes de colegios públicos. Asimismo, los resultados de la “evaluación diagnóstica del MINEDU 2023”, aplicada en las instituciones educativas donde se desarrolló el presente estudio, evidenció que la competencia Resuelve problemas de forma, movimiento y localización fue la que obtuvo el mayor porcentaje de estudiantes (79,8%) por debajo del nivel de logro “satisfactorio”. Esta competencia, es la que abarca específicamente los contenidos geométricos de la educación peruana.

Si bien es cierto, el aprendizaje de la geometría en la Educación de Básica Regular antes de la pandemia presentaba debilidades, es a partir de esta situación que las cifras se han intensificado. Respecto a ello, Ávila (2019) y Rojas (2014) concuerdan que el problema en el aprendizaje de la geometría se debe a la ausencia de un aprendizaje verdaderamente significativo ocasionada por el empleo de métodos memorísticos y mecanicistas provocando el desinterés de los estudiantes y siendo percibida como una materia sin sentido desconectada de la realidad. Por otro lado, Giarrizzo (2021) alude al abandono paulatino de materiales manipulativos como recursos didácticos privando de la manipulación, observación y experimentación directa en la realidad durante la enseñanza de la geometría y con ello oportunidades valiosas para el aprendizaje. Mientras que Inga (2022) identifica como las principales limitaciones la falta de énfasis en los conocimientos previos necesarios para la construcción de un nuevo conocimiento y situaciones incongruentes con la realidad del estudiante. Además, esta situación se ve agravada la falta de material didáctico en las instituciones educativas, la poca atención prestada durante la pandemia a los conocimientos geométricos y la deficiente preparación del docente esta área.

Por dichas razones, se vio pertinente y necesario realizar el presente estudio con el objetivo de favorecer el desarrollo de las habilidades geométricas a través de una propuesta didáctica interdisciplinaria en estudiantes del tercer y cuarto grados de educación secundaria del distrito de Chaclacayo en la ciudad de Lima en el 2023.

Interdisciplinariedad y el aprendizaje de la matemática.

Bell, Orozco y Lema (2022) concluyen en su estudio que el enfoque interdisciplinario en el ámbito educativo constituye un “principio teórico -metodológico para el diseño y la aplicación de estrategias... sustentadas en la integración de conocimientos científicos de diferentes especialidades [ciencias y artes]” (p. 101); permitiendo, (1) dotar de un alto grado de significatividad en los aprendizajes al canalizar la aplicación práctica de las programaciones curriculares (contenidos) en la realidad, (2) favorecer el desarrollo de capacidades complejas y de orden superior al integrar los conocimientos y métodos de diversas ciencias, y (3) promover el interés, creatividad y el trabajo en equipo (Folch, Córdoba y Ribalta, 2020); no obstante, requiere ser estimulada por los docentes para que

los estudiantes puedan identificar dichas oportunidades y ser capaces de asociar los conocimientos y habilidades adquiridas en cada campo y combinarlas para un mejor desempeño (Díaz, Fonseca, & Vásquez, 2020).

En este contexto, surge la Educación matemática interdisciplinaria (EMI) como una propuesta para un aprendizaje altamente significativo debido a su naturaleza de experimentación y al desarrollo de proyectos integradores entre la matemática y las diversas disciplinas científicas y/o artes (Borromeo, 2019); y es en esta última, donde el arte y la Geometría convergen interdisciplinariamente, ya que la geometría proporciona elementos básicos para el desarrollo del arte (tanto en el estudio de las formas como en los métodos para trazarlas, entre otros) y el arte proponiendo problemas que han originado la expansión del conocimiento geométrico (Silvia, 2012).

Cabe resaltar que la EMI que a diferencia de la metodología STEM (Ciencia, Tecnología, Ingeniería y Matemáticas) o STEAM (Ciencia, Tecnología, Ingeniería, Artes y Matemáticas) puede abarcar otras ciencias dotándolas de un carácter más integrador y holístico, e incluso solo algunas de ellas permitiendo una mayor posibilidad de generar proyectos y experiencias de aprendizajes; además de enfatizar a un nivel metacognitivo el vínculo de ciencias que integraron el estudio (Borromeo, 2019).

Geometría en la educación y habilidades geométricas

El estudio de las propiedades del espacio dota a la geometría de una multidimensionalidad que la convierte en la parte más intuitiva y concreta de matemática (Loviset al., 2018); no obstante, ello provoca dos perspectivas o niveles mutuamente dependiente en el desarrollo de la actividad geométrica. La primera, se vincula a lo empírico caracterizado por la percepción e intuición de las formas siendo de carácter instrumental; mientras, la segunda se relaciona a lo teórico, abstracto y a la rigurosidad como disciplina científica (Camargo & Acosta, 2012).

Con ello, el aprendizaje de la geometría en la educación básica está supeditado al desarrollo habilidades empíricas y abstractas; por lo cual, una perspectiva en su enseñanza es el iniciar desde una etapa exploratoria donde de forma intuitiva los estudiantes identifiquen conceptos o relaciones entre los objetos geométricas para luego involucrarlos paulatinamente en lo abstracto de la teoría; no obstante, en este punto se debe lograr un equilibrio entre ambos niveles (Giarrizzo, 2021, Camargo & Acosta, 2012). En ese sentido, la inclusión de figuras y cuerpos geométricos en las sesiones de clase ha demostrado favorecer el aprendizaje de conceptos geométricos; ya que, su observación, manipulación, experimentación y/o aplicación directa ofrece mayores oportunidades de un aprendizaje significativo, además de favorecer la motivación e interés del estudiante (Giarrizzo, 2021; Llana, 2017).

De las propuestas que se centran en el estudio de la enseñanza y aprendizaje de la geométrica, se destaca: (1) el modelo de los Van Hiele que plantean 5 niveles de razonamiento (reconocimiento, análisis, ordenamiento, deducción y rigor) en la progresión del aprendizaje de conocimientos geométricos, enfatizado en la instrucción previa; y el modelo de Hoffer basado en el desarrollo de 5 habilidades básicas de geometría (visuales, verbales, dibujo/construcción, lógica y aplicación); asimismo, dicho autor menciona que lo propio de la educación secundaria desarrollo de habilidades hasta el nivel de la deducción (Machado, 2022; Galeano, 2018).

El presente estudio, se desarrolló bajo la propuesta de Hoffer (1981), a continuación, se describe cada una de las habilidades geométricas de dicho modelo:

Habilidades Visuales: Es una de las más importantes, ya que el 85% de información de espacio llega a través de la vista (Bressan, Bogisic & Crego, 2013). Esta se ejercita estudiando la geometría y donde intervienen tanto el hemisferio izquierdo del cerebro procesando las funciones lógicas y analíticas, como el hemisferio derecho encargándose de las funciones espaciales y globalizantes. Consiste en representar lo que se tiene en mente a través de formas visuales externas. Muchas veces los estudiantes comprenden mejor explorando más con gráficos y materiales manipulables (Hoffer, 1981).

Habilidades Verbales: Aprender geometría requiere el dominio de un vocabulario propio, como

los nombres de las figuras geométricas, espacios, etc. Esta competencia permite al alumno leer, interpretar y comunicar con sentido, en forma oral y escrita, información geométrica, usando el vocabulario y los símbolos del lenguaje matemático en forma adecuada (Hoffer, 1981).

Habilidades de Dibujo y construcción: Estas habilidades están relacionadas al uso de las representaciones externas, como una escritura, un símbolo, un trazo, un dibujo, una construcción; con los cuales se puede dar idea de un concepto o de una imagen interna concerniente a la matemática. Los cuerpos confeccionados ni las figuras que dibujadas son las “figuras geométricas” de las que trata la geometría, sino que son modelos más o menos precisos de las ideas que tenemos respecto de ellas (Hoffer, 1981).

Habilidades lógicas: Estas se relacionan con las habilidades de razonamiento analítico, las cuales son necesarias para desarrollar un argumento lógico. Es importante que los estudiantes analicen o intenten justificar sus afirmaciones usando su propio razonamiento, antes de darles a conocer los ya establecidos postulados o teoremas (Hoffer, 1981).

Habilidades Aplicadas: Esta habilidad está relacionada con la resolución de problemas. Es preciso, enseñarles a los estudiantes la geometría en contextos diferentes al de la matemática, donde se puedan valorar los temas que se están trabajando en nuestro entorno y mostrar que la geometría es útil en múltiples campos (Hoffer, 1981).

Transformaciones Geométricas

Consiste en una aplicación del plano en el plano, tal que a cada punto de un plano le hace corresponder otro punto del mismo plano. Existen dos diferentes tipos de transformaciones geométricas, los cuales se dividen en dos clases Movimiento o isometría y Homotecia o dilación. El estudio de las transformaciones isométricas es fundamental para el tratamiento de la matemática, dado que Boyer (1996) sostiene que las isometrías se pueden emplear como elemento unificador, debido a que la geometría euclídea plana consiste en el estudio de las figuras del plano, que permanecen invariantes bajo el grupo de las transformaciones que se genera por las traslaciones y rotaciones en el plano. El aspecto dinámico de las isometrías propicia el uso de técnicas activas que sirven como herramientas que permiten a los estudiantes observar, interactuar y manipular objetos o estructuras reales.

Mándalas

Los mándalas representan la simetría cíclica, puesto que consiste en una imagen con un centro definido organizada en 4 ejes. También cuentan con un centro geométrico, este es el punto que se encuentra en el centro de una figura, y en una circunferencia y esfera, del cual equidistan todos los puntos. Según Troncoso (2018) afirma que para los mándalas el centro es la base desde el cual surge la figura, es el que organiza todo el contenido. Es lo que otorga orden y equilibrio a la estructura. Estas características son propias también de las matemáticas y la geometría. El objetivo de estas disciplinas en la vida es dar orden y estructura promoviendo el desarrollo del pensamiento abstracto.

2. Metodología

Diseño de investigación

El estudio tiene un enfoque cuantitativo y diseño preexperimental de pre y post test; ya que, por razones éticas y normativas no fue posible la conformación de un grupo control.

Esquema:

$$G: O_1 X O_2$$

G : Grupo

X: intervención

O1: Observación previa a la intervención

O2: Observación posterior a la intervención

Población y Muestra

La población estuvo constituida por 166 estudiantes del tercer y cuarto grado de educación secundaria de las Instituciones Educativas N° 787 “Almirante Miguel Grau” y N° 1218 San Luis María de Montfort, ubicadas en el distrito de Chaclacayo. El tamaño de la muestra fue de 131 seleccionados de ambas instituciones. El muestreo fue no probabilístico intensional, determinado por los criterios: inclusión (participaron en la evaluación diagnóstica 2023) y exclusión (no participaron de las 8 sesiones de la propuesta).

Protocolo de intervención

Se trató de una propuesta didáctica interdisciplinaria que vinculó la geometría y el arte. Tuvo una duración de 8 sesiones de clase, estructurada en 4 etapas:

1. Instrucción de la construcción de formas geométricas usando regla y compas, tuvo una duración de 3 sesiones de clase, se abordó conceptos elementales de la geometría y la construcción de formas simples como líneas (perpendiculares, mediatriz, paralelas) y polígonos regulares (características y propiedades); así como, la construcción de figuras compuestas. Se desarrolló mediante fichas de trabajo que incluían las imágenes a graficar, de las cuales solo las primeras contaban con indicaciones con el fin de que el estudiante emplee conocimientos adquiridos e imaginar cómo construir las últimas.
2. Creación de mándalas, tuvo una duración de 3 sesiones de clase, iniciando con una exposición sobre el vínculo de la geometría en las artes y como estas permitían expresar la interioridad de los autores. En esta etapa se dio libertad temática y de inspiración a los estudiantes, siendo el rol del docente un guía para trazos complejos o de representación de ideas según la necesidad de los estudiantes.
3. Análisis de la presencia de transformaciones geométricas en los mándalas, tuvo una duración de 2 sesiones de clase, siendo la primera enfocada en la traslación y simetría, y la segunda en la rotación y homotecia; ambas sesiones tomaron al mándala creado por los estudiantes como las formas a analizar
4. Redacción de un informe sobre la experiencia desarrollada, se proporcionó al estudiante la estructura del informe teórico - reflexivo de la experiencia, se desarrolló a modo de actividad domiciliaria.

Análisis estadístico

En primera instancia, se empleó la distribución de frecuencias absolutas y relativas porcentuales con tablas de datos cruzados para comparar los resultados antes y después de la intervención. Posteriormente, se evaluó el cumplimiento del supuesto de normalidad de las puntuaciones obtenidas como las diferencias entre el postest y el pretest. Luego debido al no cumplimiento de la normalidad se aplicó la prueba estadística de Wilcoxon para muestras relacionadas, que permitió establecer la efectividad de la intervención en la mejora del logro de

Consideraciones éticas

Esta investigación al involucrar a estudiantes de manera activa, se les ha informado de forma clara sobre su propósito y se ha obtenido su consentimiento informado. Se han tomado medidas para proteger su identidad y la confidencialidad de los datos. Como muestra de agradecimiento, se compartió los resultados los docentes y estudiantes de las instituciones educativas.

3. Resultados

Tabla 1

Distribución de los estudiantes según nivel de logro de desarrollo de habilidades geométricas antes y después de la intervención

Nivel de logro	Momento de evaluación			
	Antes de la intervención (pretest)		Después de la intervención (postest)	
	n	%	n	%
A: Satisfactorio	21	16,0	60	45,8
B: En proceso	42	32,1	67	51,1
C: Inicio	68	51,9	4	3,1
<i>Total</i>	131	100,0	131	100,0

En la tabla 1, se observa un incremento del 29,8% de estudiantes con nivel de logro “satisfactorio” después de la intervención (post test); mientras que en el nivel “en proceso” fue del 19,0%; y una disminución de 48,8% en el nivel de “inicio”.

Tabla 2

Cruce del nivel de logro de desarrollo de habilidades geométricas antes y después de la intervención

Nivel de logro antes de la intervención (pretest)	Nivel de logro después de la intervención (postest)						Total	
	A: Satisfactorio		B: En proceso		C: Inicio		n	%
	n	%	n	%	n	%		
A: Satisfactorio	9	42,8	11	52,4	1	4,8	21	100,0
B: En proceso	20	47,6	21	50,0	1	2,4	42	100,0
C: Inicio	31	45,6	35	51,5	2	2,9	68	100,0
Total	60	45,8	67	51,1	4	3,1	131	100,0

En la tabla 2, se observa que del 100% de estudiantes que se encontraron en el nivel de inicio antes de la intervención (pretest), el 45,6% de estudiantes logro alcanzar el nivel de “satisfactorio” en el después de la intervención (post test), mientras que un 51,5% logro el nivel de “en proceso” y solo el 2,9% se mantuvo en el nivel de “inicio”.

Tabla 3

Comparación del nivel de logro de desarrollo de habilidades geométricas antes y después de la intervención

Coeficientes	Pre y Post test
Z	-7,236
Sig. asintótica. (bilateral)	,000**

**p < .01

En la tabla 3, se observa que la prueba de Wilcoxon detecta que existe diferencia altamente significativa ($p < .01$) en el nivel de logro de desarrollo de habilidades geométricas antes y después de la intervención.

4. Discusión

Los datos obtenidos muestran un impacto contundente de la propuesta interdisciplinaria en el desarrollo de las habilidades geométricas y por ende del aprendizaje de los conocimientos geométricos involucrado; ya que, según la prueba de Wilcoxon se evidencio un incremento promedio altamente significativo ($p < .01$) en la puntuación promedio (mediana) alcanzada después de la intervención. En términos porcentuales, se identificó un incremento del 29,8% en el nivel de logro “satisfactorio” respecto solo al 16% que evidenciaron este nivel antes de la intervención. Asimismo, se observa un incremento del 34,0% de estudiantes en el nivel de logro “satisfactorio” respecto a la evaluación diagnóstica realizada por el MINEDU (2023) en las instituciones educativas peruanas. Es así que del 100% de los estudiantes que se encontraban originalmente en un nivel de “inicio”, el 45,6% lograron alcanzar un nivel de “satisfactorio”, el 51,5% logro el nivel de “En proceso” y solo el 3,1% se mantuvo en el nivel “inicio” (tabla 2).

Este incremento, se debe a la capacidad de la propuesta de generar un aprendizaje altamente significativo de la geometría como lo señalaban Ávila (2019) y Rojas (2014), al vincular los conceptos geométricos con situaciones cotidianas y/o reales (Inga, 2022) donde el estudiante a través de la observación, manipulación y experimentación directa emplee estos conceptos junto a herramientas para dar solución a problemas y crear una diversidad de productos (Giarrizzo, 2021).

Siendo esta última característica lo más atractivo para el estudiante contemporáneo y tal vez el núcleo de la propuesta. Ya que, al tener una intervención activa dentro de un proyecto flexible e interdisciplinario vinculado con las artes, se convierte en un precursor ideo para la creatividad geométrica y matemática. Pues la geometría es la parte más intuitiva y concreta de la matemática (Lovis, Lunkes, Tochetto y Franco, 2018).

5. Conclusiones

El estudio concluye que los estudiantes incrementaron significativamente sus habilidades geométricas a través de la propuesta didáctica interdisciplinaria, principalmente las visuales, de dibujo y aplicación, entorno el aprendizaje de la construcción de figuras mediante regla y compás y las transformaciones geométricas (isométricas). Así como también, lograr un aprendizaje significativo de los contenidos tanto matemáticos como artísticos identificados en la construcción de la obra.

6. Referencias

- Ávila, O. (2019). *Aprendizaje Significativo en Geometría Para el Grado Octavo*. https://repositorio.uptc.edu.co/bitstream/handle/001/2729/TGT_1369.pdf;jsessionid=74C657662B5D63079D28A86A6FEEFF44?sequence=1
- Bell, R., Orozco, I. y Lema, B. (2022). Interdisciplinarietà, aproximación conceptual y algunas implicaciones para la educación inclusiva. *UNIANDÉS Episteme*, 9(1), 101-116. <https://revista.uniandes.edu.ec/ojs/index.php/EPISTEME/article/view/2518/1976>
- Borromeo, R. (2019). Educación matemática interdisciplinaria en la escuela - ejemplos y experiencias. *Revista Académica UC Maule*, 57 (2), 25-37. <https://revistaucmaule.ucm.cl/article/view/454/368>
- Boyer, C. (1996). *Historia de la matemática*. Madrid: Alianza. <https://archive.org/details/boyer-carl-historia-de-la-matematica>
- Bressan, A., Bogisic, B. & Crego, K. (2023). *Razones para enseñar geometría en la educación básica*. Argentina: Ed. Novedades educativas.
- Camargo y Acosta. (2012). La geometría, su enseñanza y su aprendizaje. *Tecné, Episteme y Didaxis*,

- 32, 4-8. <http://www.scielo.org.co/pdf/ted/n32/n32a01.pdf>
- Díaz, A., Fonseca, N., & Vásquez, G. (2020). Interdisciplinariedad: reto en la formación del maestro primario en Cuba. *Perspectivas Revista de Ciencias Sociales*, 5 (10), 348-359. <https://doi.org/10.35305/prcs.v0i10.365>
- Folch, C., Córdoba, T. & Ribalta, D. (2020). La performance: Una propuesta interdisciplinar de las áreas de educación física, educación musical y educación visual y plástica en la formación inicial de los futuros maestros. *Retos*, 37, 613-619. <https://recercat.cat/bitstream/handle/2072/373930/74187-240899-1-PB.pdf?sequence=1>
- Galeano, M. (2018). *La Concepción del Espacio a Partir del Desarrollo de las Habilidades Geométricas Propuestas por Hoffer*. <https://bdigital.uexternado.edu.co/handle/001/942>
- Giarrizzo, A. (2021). La enseñanza de la geometría en la escuela secundaria materiales didácticos para favorecer el estudio de figuras o cuerpos geométricos. *Revista de Educación Matemática*, 36(2), 47 – 66. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=8832999>
- Hoffer, A. (1981). Geometry is more than Proof. *The Mathematics Teacher*, 74 (1), 11–18. <http://www.jstor.org/stable/27962295>
- Inga, E. (2022). *Aportes y limitaciones de la multiplataforma Aprendo en Casa para desarrollar la competencia resuelve problemas de forma, movimiento y localización, desde la perspectiva docente*. https://tesis.pucp.edu.pe/repositorio/bitstream/handle/20.500.12404/23462/INGA_CAHUANA_ERIKA_LEONIDA1.pdf?sequence=1&isAllowed=y
- Kuhfeld, M., Soland, J., Tarasawa, B., Johnson, A., Ruzek, E., & Liu, J. (2020). Projecting the Potential Impact of COVID-19 School Closures on Academic Achievement. *Educational Researcher*, 49(8), 549 - 565. <https://doi.org/10.3102/0013189X20965918>
- Llena, A. (2017). *Enseñar geometría en segundo curso de Educación Secundaria: el uso de material manipulativo*. <https://reunir.unir.net/handle/123456789/6489>
- Lovis, K., Lunkes, M., Tochetto, E. & Franco, V. (2018). Um estudo comparativo sobre as habilidades geométricas de um grupo de alunos da educação básica. *Revista Educação Matemática Pesquisa*, 20 (1), 110-127. <https://doi.org/10.23925/1983-3156.2018v20i1p110-127>
- Machado, A., Santos, L. & Lamim, M. (2022). Habilidades geométricas no ensino médio: um diálogo com as teorias de Hoffer e dos Van Hiele. *Revemop*, 4, 1-24. <https://doi.org/10.33532/revemop.e202220>
- Ministerio de Educación. (2023). *Evaluación Muestral de estudiantes 2022 Nacional*. <http://umc.minedu.gob.pe/wp-content/uploads/2023/06/Reporte-Nacional-EM-2022.pdf>
- Ministerio de Educación Centro de Estudios. (2021). *Efectos de la suspensión de clases presenciales en contexto de pandemia por COVID-19*. https://centroestudios.mineduc.cl/wp-content/uploads/sites/100/2021/05/EVIDENCIAS-52_2021.pdf
- Rojas, J. (2014). *Estrategia didáctica para la enseñanza de la geometría del hexaedro*. <https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/51265>
- Silva, N. (2012). Enseñanza de la Geometría en Secundaria. Caracterización de materiales didácticos concretos y habilidades geométricas. *Unión - Revista Iberoamericana de educación matemática*, 8 (29), 59-84. <https://www.revistaunion.org/index.php/UNION/article/view/874>
- Troncoso, M. (2018). Los mándalos y el pensamiento espacial y geométrico en el pre-escolar. *Boletín REDIPE*, 7(4), 99-106. <https://revista.redipe.org/index.php/1/article/view/486>