

Software Especializado en la Enseñanza de Ecuaciones Diferenciales

Specialized Software for Teaching Differential Equations

Hebert Castillo - Paredes 

Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión, Av. Los Próceres 703, Cerro de Pasco, Perú.

*Autor correspondiente: ccastillo@undac.edu.pe (H. Castillo)

DOI: [10.17268/rev.cyt.2023.03.01](https://doi.org/10.17268/rev.cyt.2023.03.01)

RESUMEN

En el curso de Cálculo Multivariable del tercer semestre, especialidad de Ingeniería de Sistemas y Computación de la Universidad Nacional Alcides Carrión; en la enseñanza de las ecuaciones diferenciales, se usó un software especializado (Matlab R2019b) con el propósito de fortalecer el aprendizaje; se aplicó una encuesta a 25 estudiantes tanto al inicio como al término de la clase, utilizando un cuestionario con 10 preguntas, dimensionado en la fiabilidad del software, los algoritmos para el desarrollo de integrales, la visualización, la simulación, conceptos matemáticos y el entendimiento del fenómeno físico, las técnicas de modelado matemático, el dominio de las tecnologías de la información, y la manipulación de objetos del mundo real. Se logró como resultado principal el conocimiento de la solución de las ecuaciones diferenciales ordinarias, donde antes del desarrollo de la clase, el 80% de estudiantes creen no conocer el tema, sin embargo, empleando el software especializado disminuyó al 72%. Asimismo, en la escala de conocer totalmente pasó del 16% al 28%. Después de aplicar la prueba estadística de Kruskal-Wallis con confiabilidad del 95%, se concluyó que existió un incremento del aprendizaje, dado a que el p valor fue 0,041 menor a 0,05.

Palabras clave: ecuaciones diferenciales; cálculo multivariable; aprendizaje; software especializado.

ABSTRACT

In the third semester Multivariable Calculus course, Systems and Computer Engineering major at the Universidad Nacional Alcides Carrión; in the teaching of differential equations, a specialized software (Matlab R2019b) was used with the purpose of strengthening learning; A survey was applied to 25 students both at the beginning and at the end of the class, using a questionnaire with 10 questions, sized on the reliability of the software, algorithms for the development of integrals, visualization, simulation, mathematical concepts and understanding of physical phenomena, mathematical modeling techniques, mastery of information technologies, and manipulation of real-world objects. The main result achieved was the knowledge of the solution of ordinary differential equations, where before the development of the class, 80% of students believed they did not know the subject; however, using the specialized software, it decreased to 72%. Likewise, in the scale of knowing completely, it went from 16% to 28%. After applying the Kruskal-Wallis statistical test with a reliability of 95%, it was concluded that there was an increase in learning, given that the p-value was 0.041, less than 0.05.

Keywords: differential equations; multivariate calculus; learning; specialized software; mathematics teaching.

1. INTRODUCCIÓN

La humanidad, a través de la historia, ha generado huellas por medio de la educación. En este contexto, la capacidad de transmitir los conocimientos y llevarlos a la práctica, aparece la necesidad de emplear las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC's) como herramientas para diseñar estrategias de enseñanza-aprendizaje, por las bondades en el modelado y simulación de entornos específicos del mundo real.

Dolores et al. (2007) presenta algunos aspectos de la problemática referidos a la enseñanza del cálculo integral, planteando una alternativa para su tratamiento, con la finalidad de observar algunos efectos del discurso matemático vigente en los profesores y estudiantes.

Molina-Mora (2017), indica, que la modelación matemática consiste en representar, manipular y comunicar objetos del mundo real con estrategia didáctica, buscando solucionar la necesidad de mostrar aplicaciones,



contenidos de integrales impropias, transformada de Laplace, ecuaciones diferenciales con problemas de valor inicial con un caso práctico de modelamiento matemático aplicado a las áreas de ciencias.

También, Molina-Mora (2015), menciona los retos en la educación, como mejora continua con fines de buscar nuevas estrategias en la gestión de la enseñanza aprendizaje, que en la enseñanza de las ecuaciones diferenciales a nivel universitario se constituye la incorporación de las TIC's, con la implementación de actividades de proyectos de trabajo y el modelado matemático, mediante el uso de un laboratorio de cómputo con la aplicación del software Matlab R2019b.

Por otro lado, López et al. (2019), reportan el proceso de construcción y la modelación de dos estructuras a escala reducida para simular el flujo de agua en el suelo. Funciones matemáticas que grafican comportamientos a través de trazadores con tinta en el suelo, donde el flujo de agua se representa por medio de ecuaciones diferenciales y la solución se muestra gráficamente con líneas periódicas denominado red de flujo, y por medio de esta grafica el estudiante entiende la teoría de manera fácil.

Por otro lado, Cardona et al. (2020), indican las actividades desarrolladas en cursos de ingeniería con el objetivo de que los estudiantes utilicen procesos de modelado matemático para la comprensión de fenómenos físicos utilizando sistemas reales, primero se establece el modelo diferencial que modela el fenómeno, basados en principios físicos y segundo la obtención de las variables físicas por medio de un ajuste polinómico no lineal usando mínimos cuadrados. Asimismo, refiere ahondar en las técnicas de formulación matemática con el propósito que los estudiantes se familiaricen con el análisis de problemas desde esta perspectiva.

Finalmente, Camacho Ríos et al. (2019), indican que las aplicaciones programadas por un ordenador (app), donde los estudiantes del curso (ecuaciones diferenciales), mejoran sus competencias en el manejo de estos aplicativos matemáticos a fin de que resuelvan dichas ecuaciones, la visualización en 2D y 3D de su resultado, desde la perspectiva de fidelidad del software Matlab, son iguales con la resolución que generan estas aplicaciones (apps).

En el caso de la Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión (UNDAC), ubicada a 4 365 msnm se imparten clases del curso de cálculo multivariable, los lugareños sufren de enfermedades como la policitemia, por la deficiencia de concentración de oxígeno en la atmósfera; realizándose la formulación del fenómeno físico y luego la simulación, con el propósito determinar el porcentaje de la liberación de oxígeno de las plantas de un invernadero, respecto al tiempo (Figura 1).

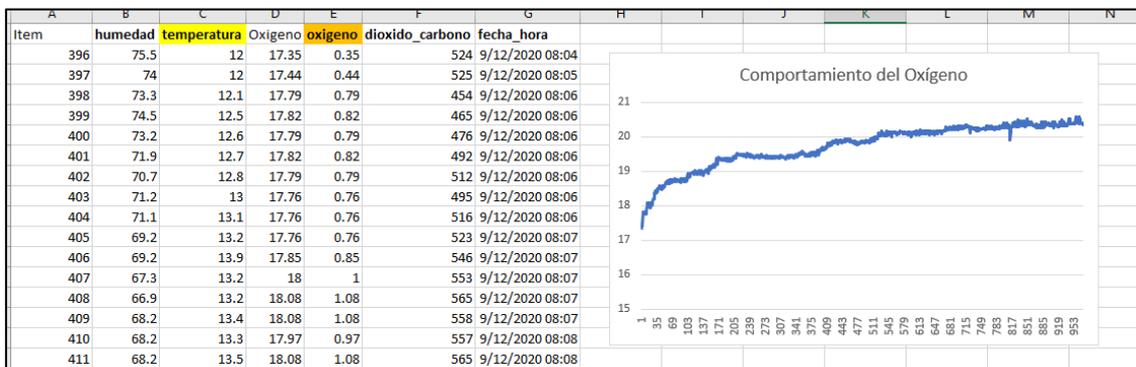


Figura 1. Modelo temporal de la liberación del oxígeno en un invernadero

Se entiende a la función de transferencia como una representación matemática que relaciona la transformada de Laplace de la salida de un sistema (liberación de oxígeno $Y(s)$) con la transformada de Laplace de la entrada (tiempo $X(s)$). La función de transferencia se suele escribir como $G(s)$ (Figura 2).

```

Plant2 =
Process model with transfer function:
      Kp
G(s) = -----
      1+Tp1*s

      Kp = 5.1315
      Tp1 = 347.97

Parameterization:
'P1'
Number of free coefficients: 2
Use "getpvec", "getcov" for parameters and their uncertainties.

Status:
Estimated using PROCEST on time domain data.
Fit to estimation data: 79.61%
FPE: 0.01565, MSE: 0.01556

```

Figura 2. Obtención de la función de transferencia mediante el uso software Matlab R2019b

Para obtener la ecuación diferencial (Ecuación 2), primero se debe entender a la función de transferencia como la relación de la entrada y la salida de un sistema dinámico lineal invariante en el tiempo (LTI), mientras que el modelo diferencial describe cómo cambian las variables de estado del sistema con respecto al tiempo. La relación entre ambas se establece utilizando la transformada de Laplace (Ecuación 1).

$$L\{Y(s)\}^{-1} = L\{G(s)X(s)\}^{-1} \quad (1)$$

En consecuencia, la ecuación diferencial del proceso es:

$$y(t) + 347.97y'(t) = 5.13x(t) \quad (2)$$

Por lo tanto, con esta investigación se pretendió fortalecer el aprendizaje en los estudiantes mediante el uso del software especializado que es el Matlab R2019b, con una licencia para estudiantes, lo cual requiere conocimientos básicos de programación, y el manejo de sus instrucciones de su lenguaje simbólico, asimismo un ordenador de escritorio con un procesador Core i3, memoria RAM de 8Gb, y disco solido de 250Gb como mínimo.

2. METODOLOGÍA

El trabajo Software Especializado (Matlab R2019b) en la Enseñanza de Ecuaciones Diferenciales, se realizó en la Escuela de Formación Profesional de Ingeniería de Sistemas, Facultad de Ingeniería-UNDAC ciudad de Cerro de Pasco, región Pasco.

Se aplicó una encuesta a 25 estudiantes (cuyas preguntas se encuentran en el apartado de la discusión de los resultados), fue al inicio y al término de la clase, por medio de un cuestionario, con 10 preguntas, dimensionado en la fiabilidad del software, los algoritmos para el desarrollo de integrales, la visualización, la simulación, conceptos matemáticos y el entendimiento del fenómeno físico, las técnicas de modelado matemático, y la manipulación de objetos del mundo real.

El uso adecuado de los fundamentos metodológicos de la investigación es importante en la búsqueda del conocimiento (Hurtado Talavera, 2020) y la estadística en la comprensión de los fenómenos (Pantoja Burbano & Burbano Pijal, 2021); el empleo de un software especializado es pertinente para la construcción del conocimiento didáctico matemático (Rojas & Sandoval, 2009) de forma conceptual y procedimental mediante una clase modelo con la intención de resolver ecuaciones diferenciales usando como herramienta la Transformada de Laplace.

Respecto a la validación del instrumento de recolección de datos, se sometió a juicio de expertos con el permiso del comité de ética (Anexo 3); asimismo, se midió la consistencia interna de la encuesta por medio del alfa de Cronbach, arrojando un 82,8 %, permitiendo decir que, el instrumento es altamente confiable (Camperos Toro et al., 2019), ver Tabla 1.

Tabla 1. Estadística de fiabilidad

Alfa de Cronbach	N de elementos
0,828	10

La información fue analizado a través de la prueba Rho de Spearman, para determinar la relación entre los conocimientos antes y después. Habiendo, recurriendo a la orientación de Hernández Sampieri & Mendoza Torres (2018) para la formulación de la hipótesis; es decir:

H0: No existe una correlación entre los conocimientos de las ecuaciones diferenciales antes y después de la clase.

H1: Si Existe una correlación entre los conocimientos de las ecuaciones diferenciales antes y después de la clase.

Para validar la hipótesis general de esta investigación, se reafirmó el uso de modelos no paramétricos en este caso se ha empleado la encuesta al grupo u objeto de estudio, un antes y un después del desarrollo de la clase. Conforme al parámetro Rho Spearman (Martínez, 2020) perteneciente a la familia de los modelos no paramétricos, empleado para el análisis del cuestionario, la intersección de fila y columna en las tablas, muestran el grado de significancia de 0,411 (Tabla 2) siendo esta mayor al 0,05; por lo que se acepta la hipótesis nula, evidenciando que no existe una relación estadística entre la percepción de antes y después de la clase, demostrando que el aprendizaje representa una relación no lineal.

Tabla 2. Correlación de saberes antes y después de la clase

		Correlaciones		
			Antes	Después
Rho de Spearman	Antes	Coefficiente de correlación	1,000	0,172
		Sig. (bilateral)		0,411
		N	25	25
	Después	Coefficiente de correlación	0,172	1,000
		Sig. (bilateral)	0,411	
		N	25	25

La programación del curso Cálculo Multivariable tiene una duración de 4 meses conforme a la programación del sílabo, en este caso elegimos el desarrollo de la sesión número 15 cuyo tema es la transformada de Laplace y en ello se analiza el modelo dinámico de la liberación de oxígeno de un invernadero, en donde Ashouri & Bahrami (2022) para este tipo de modelamiento, considera la materialización de la teoría y el uso de las integrales impropias (Díaz & Hernandez, 2022), de la misma manera, Friz Roa (2020), menciona la ocurrencia de una hipótesis, donde la función de integración se desarrolla dentro de un intervalo [a,b]. Purcell et al. (2007), enfatizan el criterio de convergencia, lo que permite profundizar la teoría y mejorar la competencia en relación con el perfil del ingeniero de sistemas y computación. Para Ruiz Moreno et al. (2016) es importante el análisis y su aplicación en la inteligencia artificial y sistemas dinámicos, siendo el indicador de logro la práctica de un caso de investigación empleando las transformadas de Laplace, Ashouri & Bahrami (2022) utilizan, frecuentemente, la notación $F=L(f(t))=F(s)$, Marcelo & Vargas (2022) establecen que para resolver ecuaciones diferenciales ordinarias lineales, es necesario involucrar a una variable independiente x, de una función f(y), así como a una o varias derivadas de y(x) y el empleo de un software especializado (Matlab R2019b), para Márquez Cundú & Márquez Pelayos (2018) es un tipo de recurso digital empleado en los espacios de formación con potencialidades para la mediación de procesos comunicativos propiciadores de aprendizaje que ofrece. Además, Medina Cardona (2015) dice que las prácticas de colaboración abierta, en la cultura de software es importante.

Por los sustentos anteriores, se inició la sesión explicando el tema a tratar, así como el establecimiento de las reglas de convivencia en la clase con un tiempo de 20 minutos.

En seguida, se explicó la transformada de Laplace y como esta permite obtener las soluciones de una ecuación diferenciales lineal, se presentó un caso de modelamiento matemático haciendo uso del Software especializado

Matlab R2019b, reforzando el manejo de este programa, por un tiempo de 40 minutos; finalmente, se concluyó realizando un feedback de los contenidos del tema que se trató y se tuvo en cuenta para la sesión siguiente por un tiempo de 20 minutos.

El modelo estadístico empleado es la prueba no paramétrica Kruskal-Wallis para muestras independientes por su robustez, cuya elección está sujeta al diseño, número y escala de medición de las variables (Ramírez Ríos & Polack Peña, 2020). La que se aplicó a los resultados obtenidos de la encuesta a los estudiantes antes y después de la clase modelo, donde se percibe la enseñanza de las ecuaciones diferenciales por medio de la explicación de un modelo que determina el comportamiento de la liberación de oxígeno en un invernadero; investigación realizada en la ciudad de Cerro de Pasco, también se enseñó sobre la energía térmica, por medio de las diferenciales de rangos de temperaturas con el fin de evaluar los costos de ventilación y de calefacción (Golub et al., 2023), en la que se obtuvo un parámetro de significancia de 0,041 (Tabla 3), cuyo valor fue menor 0,05, se evidencio el incremento del conocimiento en los estudiantes.

Tabla 3. Prueba de la hipótesis de investigación

	Estadísticos de prueba ^{a,b}	
		General
H de Kruskal-Wallis		4,157
G1		1,000
Sig. asintótica		0,041

a. Prueba de Kruskal Wallis

b. Variable de agrupación: Grupo

3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

3.1 Descripción de los resultados del proceso de enseñanza

Conforme a los resultados del cuestionario (Tabla 4 y Tabla 5), refieren que se describen mediante una tabla de frecuencias, en el caso del tema de la aplicación de la Transformada para resolver un problema de valor inicial perteneciente al campo del desarrollo de las EDO (Ecuaciones Diferenciales Ordinarias), se formularon 10 preguntas y su correspondiente análisis, se indican, de manera breve, en líneas subsiguientes:

¿Al usar algún software especializado conoce la existencia de restricciones?

Para la intención de la investigación un 76% conoce las restricciones, después del desarrollo de la clase un 60%, de un 4% pasa a un 24% en la percepción de conocer totalmente, lo que favorece al propósito de la investigación.

¿Conoce qué software especializado no presenta fallas al momento de correr un modelo?

Un 64% conocen, después del desarrollo de la clase un 68%, en el caso de conocer totalmente de un 8% pasa a un 24%, lo que significa un incremento en el aprendizaje de los estudiantes.

¿Alguna vez presentó fallas el software al momento de resolver una ecuación diferencial?

Respondiendo a la pregunta un 56% conocen, luego del desarrollo de la clase se incrementa a un 68%, y en el caso de conocer totalmente, se duplica de un 12% a un 24%, entendiéndose un incremento en el aprendizaje de los estudiantes.

¿Conoce las funciones para resolver integrales impropias?

Un 84% respondieron que si conocen, después del desarrollo de la clase se experimenta un decrecimiento a un 80%, en el caso de conocer totalmente, esta se reduce de un 16% a un 12%; entendiéndose que al fortalecer los aprendizajes se dan cuenta que falta aprender más modelos.

¿Conoce los diversos métodos para resolver una integral impropia?

Mencionan a la pregunta que conocen un 68%, y después del desarrollo de la clase esta se incrementa a un 84%, en el caso de conocer totalmente esta se mantiene en 16%, entendiéndose que es muy diverso conocer varios métodos para resolver una integral impropia usando un software especializado para los estudiantes.

¿Qué tanto conoce el ploteo de las soluciones de una ecuación diferencial?

A la pregunta, respondieron que conocen un 60%, y después del desarrollo de la clase se incrementa a un 76%, en el caso de conocer totalmente esta se eleva de un 8% a un 20%, entendiéndose este incremento al manejo del software especializado por los estudiantes.

¿Qué tanto conoce de la importancia de las gráficas para interpretar fenómenos?

A la pregunta, respondieron un 72%, y después del desarrollo de la clase se incrementa a un 76%, en el caso de conocer totalmente esta aparece con un 8%, entendiéndose un incremento en el aprendizaje de los estudiantes.

¿Usted conoce los procedimientos para simular modelos de fenómenos reales aplicando una ecuación diferencial?

Respondieron a la pregunta, un 52% que conocen, y después del desarrollo de la clase se incrementa a un 72%, en el caso de conocer totalmente esta se triplica de un 4% a un 12%, entendiéndose como un incremento en el aprendizaje de los estudiantes.

¿Conoce la formulación de un problema de valor inicial para modelar matemáticamente?

Indican a la pregunta que conocen un 76%, y después del desarrollo de la clase se evidencia un decrecimiento a un 72%; en el caso de conocer totalmente esta pasa de un 12% a un 28%, entendiéndose como un incremento en el aprendizaje de los estudiantes.

¿Aprende las propiedades de las ecuaciones diferenciales?

Mencionan a la pregunta que conocen un 80%, luego del desarrollo de la clase, se reduce a un 72%, en el caso de conocer totalmente esta pasa de un 16% a un 28%, entendiéndose como un incremento en el aprendizaje de los estudiantes.

3.2 Estrategia de aprendizaje

Cómo se evidencia, en el proceso de la enseñanza de este curso, se empleó las TIC’s, permitiendo el desarrollo en un entorno virtual por emergencia sanitaria provocado por el virus Covid-19, como medio se dispuso de la plataforma zoom (Figura 3); además, de la programación para la disertación de este tema, que se organizó mediante el uso de una sesión de aprendizaje, iniciando la presentación del tema, transformadas de Laplace, poniendo su definición propiedades y ejemplos de su aplicación.

En este entorno virtual se fomentó la participación de los estudiantes (Figura 3) dando el permiso los estudiantes del uso de sus nombres e imágenes (Anexo 1) de igual manera el asistente del curso (Anexo 2) de manera que se le explicó los fundamentos y principios de un problema de valor inicial, teniendo como caso los datos del proyecto liberación de oxígeno invernadero, en donde se desarrolla la agricultura verde (Wang et al., 2022) con el fin de reducir la policitemia, el mencionado fue desarrollado el año 2020 por la UNDAC.

Las encuestas se realizaron en el aula virtual, tanto al inicio como al final de la clase, conforme al tema ya indicado en el sílabo y en la programación de contenidos registrados en la sesión de aprendizaje; como se evidenció con la explicación de la definición de propiedades, el modelamiento de la liberación de oxígeno respecto al tiempo empleando el software especializado Matlab R2019b, obteniendo la transformada de Laplace que rige en este fenómeno (Figura 4).

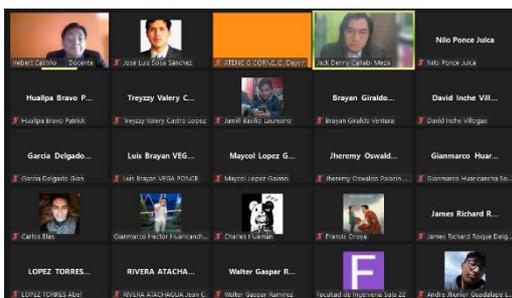


Figura 3. Estudiantes participantes en la clase perteneciente a la sesión de aprendizaje N° 15

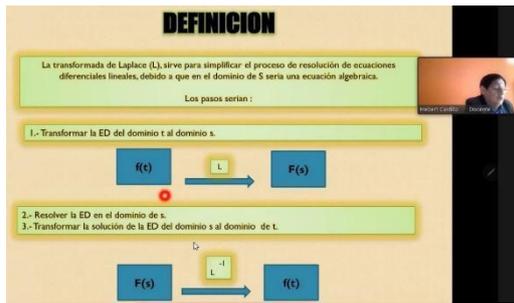


Figura 4. Presentación de las transformadas de Laplace

De acuerdo con López et al. (2019) la enseñanza de las teorías de flujo bidimensional del agua, analizada con una ecuación de Laplace, en donde la explicación matemática es avanzada, es necesario el uso de un software especializado, el cual se coincide por el nivel de complejidad en la determinación de un escenario real; en el caso de los resultados de la concentración de oxígeno generado en un invernadero, esta requiere de un modelamiento diferencial y que su comportamiento se determina mejor mediante el software especializado. Por su parte, Zúñiga et al. (2020) reportan, a los cambios significativos causados por la utilización del software educativo en las clases, orientado por el docente; ciertamente, (Monserrate et al., 2022) enfatiza; este tipo de material se aplica a todas las áreas del quehacer educativo y está enfocado, principalmente, a un área específica, como lo son las matemáticas.

Tabla 4. Encuesta a los estudiantes antes de la clase magistral

Ítem	Frecuencia	Escala Valorativa					Total
		Desconoce Totalmente	Desconoce	No sabe	Conoce	Conoce Totalmente	
¿Conoce la existencia de restricciones al usar algún software especializado?	Número (N)	0	3	2	19	1	25
	Porcentaje (%)	0	12	8	76	4	100
¿Conoce que el software especializado no presenta fallas al momento de correr un modelo?	Número (N)	0	4	3	16	2	25
	Porcentaje (%)	0	16	12	64	8	100
¿Alguna vez presentó fallas el software al momento de resolver una ecuación diferencial?	Número (N)	0	4	4	14	3	25
	Porcentaje (%)	0	16	16	56	12	100
¿Conoce las funciones para resolver integrales impropias?	Número (N)	0	0	0	21	4	25
	Porcentaje (%)	0	0	0	84	16	100
¿Conoce los diversos métodos para resolver una integral propia?	Número (N)	0	1	3	17	4	25
	Porcentaje (%)	0	4	12	68	16	100
¿Qué tanto conoce de plotear las soluciones de una ecuación diferencial?	Número (N)	0	4	4	15	2	25
	Porcentaje (%)	0	16	16	60	8	100
¿Qué tanto conoce de la importancia de las gráficas para interpretar fenómenos?	Número (N)	0	4	3	18	0	25
	Porcentaje (%)	0	16	12	72	0	100
¿Usted conoce los procedimientos para simular modelos de fenómenos reales aplicando una ecuación diferencial?	Número (N)	0	4	7	13	1	25
	Porcentaje (%)	0	16	28	52	4	100
¿Conoce la formulación de un problema de valor inicial	Número (N)	0	2	1	19	3	25

Ítem	Frecuencia	Escala Valorativa					Total
		Desconoce Totalmente	Desconoce	No sabe	Conoce	Conoce Totalmente	
para modelar matemáticamente?	Porcentaje (%)	0	8	4	76	12	100
¿Aprende las propiedades de las ecuaciones diferenciales?	Número (N)	0	1	0	20	4	25
	Porcentaje (%)	0	4	0	80	16	100

Tabla 5. Encuesta a los estudiantes después de la clase magistral

Ítem	Frecuencia	Escala Valorativa					Total
		Desconoce Totalmente	Desconoce	No sabe	Conoce	Conoce Totalmente	
¿Conoce la existencia de restricciones al usar algún software especializado?	Número (N)	0	3	1	15	6	25
	Porcentaje (%)	0	12	4	60	24	100
¿Conoce que el software especializado no presenta fallas al momento de correr un modelo?	Número (N)	0	1	1	17	6	25
	Porcentaje (%)	0	4	4	68	24	100
¿Alguna vez presentó fallas el software al momento de resolver una ecuación diferencial?	Número (N)	0	5	1	13	6	25
	Porcentaje (%)	0	20	4	52	24	100
¿Conoce las funciones para resolver integrales impropias?	Número (N)	0	1	1	20	3	25
	Porcentaje (%)	0	4	4	80	12	100
¿Conoce los diversos métodos para resolver una integral propia?	Número (N)	0	0	0	21	4	25
	Porcentaje (%)	0	0	0	84	16	100
¿Qué tanto conoce de plotear las soluciones de una ecuación diferencial?	Número (N)	0	0	1	19	5	25
	Porcentaje (%)	0	0	4	76	20	100
¿Qué tanto conoce de la importancia de las gráficas para interpretar fenómenos?	Número (N)	0	0	4	19	2	25
	Porcentaje (%)	0	0	16	76	8	100
¿Usted conoce los procedimientos para simular modelos de fenómenos reales aplicando una ecuación diferencial?	Número (N)	0	1	3	18	3	25
	Porcentaje (%)	0	4	12	72	12	100
¿Conoce la formulación de un problema de valor inicial para modelar matemáticamente?	Número (N)	0	0	0	18	7	25
	Porcentaje (%)	0	0	0	72	28	100
¿Aprende las propiedades de las ecuaciones diferenciales?	Número (N)	0	0	0	18	7	25
	Porcentaje (%)	0	0	0	72	28	100

4. CONCLUSIONES

El empleo del software especializado Matlab R2019b, permitió simular el modelo matemático de una ecuación diferencial, cuya percepción de los estudiantes se incrementó del 12% al 24%, en promedio.

Se incrementó en un 4%, los conocimientos de los estudiantes en el uso y manejo de los comandos del software para resolver ecuaciones diferenciales ordinarias.

El uso de las gráficas de las funciones para interpretar fenómenos comportamentales, obtenidos del conjunto de soluciones de una ecuación diferencial ordinaria, incrementó el aprendizaje de los estudiantes en un 8%.

Los estudiantes que usaron el modelamiento matemático, mediante el uso del software, concerniente a la liberación de oxígeno en un invernadero en la ciudad de Cerro de Pasco, lograron incrementar del 4% al 12% el aprendizaje, lo cual es significativo.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Ashouri, M., y Bahrami, M. (2022). Analytical solution for coupled heat and mass transfer in membrane-based absorbers. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 192, 122892. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2022.122892>
- Camacho Ríos, A., Caldera Franco, M. I., Valenzuela González, V., Camacho Ríos, A., Caldera Franco, M. I., y Valenzuela González, V. (2019). Fidelidad en el uso de app para la resolución de ecuaciones diferenciales. *Apertura (Guadalajara, Jal.)*, 11(1), 74–89. <https://doi.org/10.32870/AP.V11N1.1463>
- Camperos Toro, M., Contreras Velázquez, Z., Martínez Martínez, A., Rivera Capacho, E., Rangel Navia, H., y Bermúdez Muños, M. (2019). Artículo original: *reestructuración, validez y confiabilidad del instrumento de autoevaluación y autorregulación de la reacción docencia servicio*. http://repositoriodspace.unipamplona.edu.co/jspui/bitstream/20.500.12744/2669/1/Camperos_2019_TG%C2%A0.pdf
- Cardona, J. P., Leal, J. J., y Ustariz, J. E. (2020). Modelado matemático de caja blanca y negra en educación en ingeniería. *Formación Universitaria*, 13(6), 105–118. <https://doi.org/10.4067/S0718-50062020000600105>
- Díaz, E., y Hernandez, S. (2022). Integrales impropias.
- Dolores Flores, C., García Gonzales, M. del R., Hernandez Sanchez, J. A., y Sosa Guerrero, L. (2015). *Matemática Educativa: La Formación de Profesores*. Díaz de Santos.
- Friz Roa, L. A. (2020). Integrales impropias e infinitas. <http://repositorio.ubiobio.cl/jspui/handle/123456789/3602>
- Golub, G., Kepko, O., Pushka, O., Kovtuniuk, Z., y Kotliar, T. (2023). *Modeling of substrate and air temperature dynamics in the mushroom greenhouse*. 69(1), 315–324.
- Hurtado Talavera, F. J. (2020). Fundamentos Metodológicos de la Investigación: El Génesis del Nuevo Conocimiento. *Revista Científica*, 5(16), 99–119. <https://doi.org/10.29394/SCIENTIFIC.ISSN.2542-2987.2020.5.16.5.99-119>
- Hernández Sampieri, R., y Mendoza Torres, C. P. (2018). Metodología de la investigación: las tres rutas cuantitativa, cualitativa y mixta. In *Mc Graw Hill* (Vol. 1).
- López C. L., Martínez, S. X. C., y Cárdenas, D. C. (2019). Modelos a escala reducida de flujo bidimensional para la enseñanza de la mecánica de suelos. *Revista Educación En Ingeniería*, 14(27), 122–127. <https://doi.org/10.26507/REI.V14N27.962>
- Marcelo, W., y Vargas, R. (2022). La educación matemática realista en el estudio de ecuaciones diferenciales ordinarias.
- Márquez Cundú, J. S., y Márquez Pelayos, G. (2018). Software educativo o recurso educativo. *Científico-Metodológica*, 67.
- Martínez, E. (2020). *Estadística*. Universidad Abierta para Adultos (UAPA).
- Medina Cardona, L. F. (2015). *La colaboración en la cultura del software: presentación del problema, resultados intermedios y exploración inicial de un estudio de caso en la cultura “maker.”* Unal.
- Molina-Mora, J.-A. (2015). Experiencia basada en la tríada TICs, enseñanza por proyectos y modelado para la enseñanza de sistemas de ecuaciones diferenciales. *Uniciencia*, 29(2). <https://doi.org/10.15359/ru.29-2.4>
- Molina-Mora, J.-A. (2017). Experiencia de modelación matemática como estrategia didáctica para la enseñanza de tópicos de cálculo. *Uniciencia*, 31(2), 19-39. <https://www.redalyc.org/journal/4759/475952089002/475952089002.pdf>
- Monserrate, A., Merizalde, M., Rosario, S. Del, y Quispe, L. (2022). Proceso de enseñanza aprendizaje en la educación inicial desde entornos virtuales, a partir de un software educativo. *Revista Metropolitana de Ciencias Aplicadas*, 5(1), 12–22.

- Pantoja Burbano, M. J., y Burbano Pijal, D. C. (2021). Estadística aplicada a la investigación prueba de Kruskal-Wallis. *Revista Universidad y Sociedad*, 13(S3), 275-282
- Purcell, E., Varberg, D., y Rigdon, S. (2007). Cálculo diferencial e integral (Novena). Pearson educación S.A.
- Ramírez Ríos, A., y Polack Peña, A. M. (2020). Estadística inferencial. Elección de una prueba estadística no paramétrica en investigación científica. *Horizonte de La Ciencia*, 10(19). <https://doi.org/10.26490/uncp.horizonteciencia.2020.19.597>
- Rojas Torres, A. C., y Parra Sandoval, H. (2009). La construcción del conocimiento didáctico matemático al utilizar softwares educativos. *Paradigma*, 30(1), 169-182.
- Ruiz Moreno, L., Camarena Gallardo, P., Del Rivero Jiménez, S., Ruiz Moreno, L., Camarena Gallardo, P., y Del Rivero Jiménez, S. (2016). Prerrequisitos deficientes con software matemático en conceptos nuevos: Transformada de Laplace. *Revista Mexicana de Investigación Educativa*, 21(69), 349–383.
- Wang, W., Li, K., Liu, Y., Lian, J., y Hong, S. (2022). A system dynamics model analysis for policy impacts on green agriculture development: A case of the Sichuan Tibetan Area. *Journal of Cleaner Production*, 371, 1-12. <https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2022.133562>
- Zúñiga, K. M., Velázquez, R. V., Delgado, L. M. P., y Arias, F. J. T. (2020). Software educativo y su importancia en el proceso enseñanza-aprendizaje. *UNESUM-Ciencias. Revista Científica Multidisciplinaria*, 4(1), 123-130.

ANEXOS

Anexo 1 Permiso los estudiantes para el uso de su identidad e imágenes

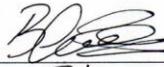
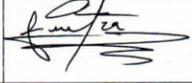


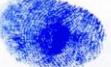
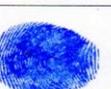
UNIVERSIDAD NACIONAL DANIEL ALCIDES CARRIÓN
FACULTAD DE INGENIERÍA
ESCUELA DE FORMACIÓN PROFESIONAL DE INGENIERÍA DE SISTEMAS Y COMPUTACIÓN

DECLARACIÓN JURADA DE AUTORIZACIÓN PARA EL USO DE NOMBRES E IMÁGENES

Los suscritos, estudiantes de la Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión, Facultad de Ingeniería, Escuela de Formación Profesional de Ingeniería de Sistemas y Computación.

DECLARAMOS BAJO JURAMENTO, que los nombres e imágenes que aparecen en el artículo científico "Software especializado en la enseñanza de ecuaciones diferenciales" del Msc. Hebert Carlos Castillo Paredes (Figura 20 Estudiantes participante en la clase perteneciente a la sesión de aprendizaje N°15), autorizamos el uso de nuestros nombre e imágenes. Para mayor constancia firmamos y consignamos nuestra huella en el cuadro siguiente:

N°	Código	DNI	Apellidos y Nombres	Firma	Huella
1.	1864409010	71459248	ATENCIO CORNEJO, Deyvin Lenin		
2.	1844403127	72299996	BASILIO LAUREANO, Jamill Erick		
3.	2024403030	70871622	BLAS TORIBIO, Carlos Alexander		
4.	1824403012	74155283	CAÑABI MEZA, Jack Denny		
5.	2014403028	71707543	CASTRO LOPEZ, Treyzzy Valery		
6.	2024403068	72788384	GARCIA DELGADO, Gian Charlie		
7.	2094403081	77022853	GASPAR RAMIREZ, Walter Octavio		
8.	2024403077	73527491	GIRALDO VENTURA, Brayan Miguel		
9.	2094403027	71620101	GUADALUPE LOAYZA, Andre Jhunion		
10.	1804403104	71141247	HUALLPA BRAVO, Jandy Patrick		

11.	2014403019	72173820	HUAMAN VILLANO, Charles Ernest		
12.	2094403018	73302846	HUARICANCHA SOTO, Gianmarco Hector		
13.	1854403040	74171193	INCHE VILLOGAS, David Angel		
14.	2054403031	71221157	LOPEZ GAVINO, Maycol Brayan		
15.	1954403025	73468342	LOPEZ TORRES, Abel Isidoro		
16.	1924403042	72909323	OROYA SUAREZ, Francis Natanael		
17.	1944403101	73461388	PALACIN CALERO, Jheremy Oswaldo		
18.	2014403037	72732047	PONCE JULCA, Nilo Adan		
19.	2024403059	71209360	RIVERA ATACHAGUA, Jean Carlos		
20.	2024403040	72693852	ROQUE DELGADO, James Richard		
21.	2004403024	71087691	VEGA PONCE, Luis Brayan		

Cerro de Pasco, 08 de setiembre del 2023

El Secretario General de la Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión que suscribe:

Certifica:

Que, los alumnos de la relación mencionada en líneas anteriores son estudiantes de la Escuela de Formación Profesional de Sistemas y Computación de la Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión, quienes autorizan al docente Msc. Hebert Castillo Paredes, para usar sus imágenes y nombres en el Artículo Científico intitulado: "Software especializado en la enseñanza de ecuaciones diferenciales"

Cerro de Pasco, 11 de setiembre 2023


 Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión
 CERRO DE PASCO

 Dr. CÉSAR A. MEZA ANDAWAYO
 SECRETARIO GENERAL (e)

Anexo 2 Declaración jurada del asistente del curso

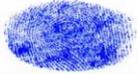


UNIVERSIDAD NACIONAL DANIEL ALCIDES CARRIÓN
FACULTAD DE INGENIERÍA
ESCUELA DE FORMACIÓN PROFESIONAL DE INGENIERÍA DE SISTEMAS Y COMPUTACIÓN

DECLARACIÓN JURADA DE AUTORIZACIÓN PARA EL USO DE NOMBRE E IMAGEN

El suscrito, docente de la Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión, Facultad de Ingeniería, Escuela de Formación Profesional de Ingeniería de Sistemas y Computación en calidad de asistente del curso.

DECLARO BAJO JURAMENTO, que mi nombre e imagen que aparecen en el artículo científico "Software especializado en la enseñanza de ecuaciones diferenciales" del Msc. Hebert Carlos Castillo Paredes (*Figura 20 Estudiantes participantes en la clase perteneciente a la sesión de aprendizaje N°15*), autorizo el uso de mi nombre e imagen. Para mayor constancia firmo y consigno mi huella en el cuadro siguiente:

DNI	Apellidos y Nombres	Firma	Huella
41433659	SOSA SANCHEZ, Jose Luis		

Cerro de Pasco, 08 de setiembre del 2023



Anexo 3 Permiso del comité de Ética de la Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión

