

# Propuesta didáctica de modelación gráfica para resolución de problemas geométricos por alumnos de tercer grado de educación secundaria

Sonia G. Castillo Mendoza<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Institución Educativa "José Faustino Sánchez Carrión de la ciudad de Trujillo", Perú;  
lulucastilloalverde@hotmail.com

Recibido:10-10-2013

Aceptado: 11-02-2014

## RESUMEN

El presente trabajo de investigación tuvo como propósito elaborar una propuesta de modelación gráfica de problemas de geometría y aplicarla para mejorar el aprendizaje de los alumnos del Tercer Grado de Educación Secundaria de la Institución Educativa. "José Faustino Sánchez Carrión" de la Ciudad de Trujillo, Perú. La propuesta que se elaboró se fundamenta en seis principios: construcción de los propios aprendizajes; necesidad del desarrollo de comunicación y acompañamiento en los aprendizajes; organización, significancia, integridad y evaluación de los aprendizajes. En la descripción y estrategias de implementación de la propuesta, se consideró: situaciones del mundo real a modelar gráficamente, el planteamiento del problema y su solución a partir del modelo. En la aplicación de la propuesta y evaluación de los alumnos de tercer grado de secundaria (pretest, test de progreso y post test) se utilizó la escala nominal e intervalo ordinal de valoración: muy bueno [20,17); bueno [17,14); regular [14,10); deficiente [10, 6); muy deficiente [6, 0]. Como consecuencia de la aplicación de la propuesta, el rendimiento de los alumnos se ubicó en el nivel superior de la escala de valoración (bueno y muy bueno) logrando que los estudiantes se entrenen en el modelado gráfico de problemas geométricos de la vida cotidiana para darles solución.

**Palabras clave:** enseñanza escolar de geometría, problemas geométricos de la vida real, representación gráfica de problemas, construcción de los propios aprendizajes.

## ABSTRACT

The present research work aimed at developing a proposal for graphical modeling of geometry problems and apply it to improve the student learning in the Third Degree of Secondary Education of School. "Jose Faustino Sánchez Carrion" City of Trujillo, Peru. The proposal is based on the following six principles: building their own learning; the need to develop communication and closely support in learning, organization, significance, integration and assessment of learning. In the description and implementation strategies of the proposal it was considered: real-world situations to graphically model the problem statement and its solution from the model. In the implementing the proposal and evaluation of students (pretest, post test progress and test) the following nominal and ordinal scale was used: excellent [20,17), good [17.14), regular [14,10); poor [10, 6), very poor [6, 0]. As a result of the implementation of the proposal, the students performance was located at the top range level of the rating scale (good and very good) and they had the opportunity of being trained in the graphic modeling pf problems of everyday life to give a solution.

**Palabras claves:** school geometry teaching, real life geometric problems, graphical representation of problems, self-learning construction.

## I. INTRODUCCIÓN

Uno de los problemas que atraviesa actualmente el Perú, es la crisis en la educación sobre todo en el aprendizaje de las matemáticas y en la capacidad de resolución de problemas. La mayoría de los profesores en el nivel secundario enseñan la resolución de problemas en geometría de una forma rutinaria, expositiva ; no aplican métodos, técnicas, estrategias o modelos de aprendizaje y aun siguen en el modelo tradicionalista. No se preocupan por su capacitación e innovación en sus formas de enseñar; todo esto repercute en el aprendizaje de los alumnos por que se observa que, un alto porcentaje tienen bajo nivel de aprendizaje en la asignatura de matemática. Tal es así que al resolver problemas geométricos los estudiantes generalmente evidencian una gran dificultad para comprender e interpretar situaciones problemáticas enunciadas verbalmente y más aún para traducirlas al lenguaje simbólico; para los aprendizajes adquiridos han ocurrido a nivel de memoria en detrimento del desarrollo de las habilidades básicas y del pensamiento reflexivo.

Los procesos de resolución de problemas constituyen uno de los ejes principales de la actividad matemática, por lo que deben ser el soporte principal del aprendizaje matemático; es así como en la resolución de problemas, la modelación gráfica es una habilidad que tiene gran importancia en este proceso. En los últimos tiempos se ha tratado de desarrollar esta habilidad mediante la solución de problemas aritméticos sin tener en cuenta las potencialidades que tienen la enseñanza de la Geometría y la solución de problemas geométricos para el desarrollo de la misma.

La UNESCO a través del Programa Internacional de evaluación de estudiantes (PISA; 2010) afirma que los alumnos tienen resultados bajos en lo que respecta al aprendizaje del área de matemática, han mostrado un bajo nivel de desempeño en la resolución de problemas, tienen serias dificultades para traducir y expresar matemáticamente las condiciones propuestas en problemas, aplicar estrategias de solución para obtener las respuesta y justificarla con argumentos matemáticos válidos, esto es habilidades y destrezas que tienen los estudiantes en el abordaje y resolución de problemas.

En las pruebas de noviembre del 2001 Perú salió en el último lugar de 43 países participantes (28 de ellos de la OCDE) tanto en matemáticas y ciencias. Ocho años después, el Perú esta 60 en matemática, sólo por delante de Azerbaijón y Kirgizstan países muy poco desarrollados que esta vez se sumaron a la evaluación pero que no participaron en las pruebas del 2001 (es decir, Perú no superó a ninguno de los que ya lo superaron en el 2001).

El fracaso en la resolución de problemas pareciera, en parte, deberse al deficiente manejo, por una parte, del lenguaje natural, y por otra, del lenguaje matemático (artificial), lo cual dificulta que el alumno este en condiciones de comprender lo que se pide en el problema. Al respecto Beyer (1998: 112) señala: La interacción comunicacional en el aula, se da mediante un complejo código en el cual se puede distinguir, aunque sus fronteras sean a veces difusas dos lenguajes uno, el lenguaje natural cuya función es básicamente metalingüística, y el otro, un lenguaje artificial, lenguaje matemático, compuesto por diversos elementos: un vocabulario cuyos términos varía desde la palabra prestadas del lenguaje natural a las que se les ha trocado el significado hasta vocablos cuya génesis es absolutamente artificial; símbolos especiales; una amplia gama de gráficas y elementos icónicos.

Rimoldi (1984: 79) llevó a cabo un estudio en la cual buscó la influencia de las estructuras lógicas y el lenguaje simbólico en la resolución de problemas llegando a concluir, que el fracaso en la resolución de problemas podría tener base en el manejo deficiente o en el desconocimiento del lenguaje que es utilizado en el enunciado de los mismos. En ocasiones los alumnos tienen dificultades al traducir los enunciados de problemas escritos en lenguaje natural a lenguaje matemático y viceversa, lo que disminuye considerablemente la posibilidad de resolverlos.

Estudios de raíz psicológica tiene básicamente dos puntos de vista sobre resolución de problemas para el aprendizaje:

- a) el método es más importante que los conceptos;
- b) los conceptos son más importantes que el método.

La primera corriente es generalmente defendida por la investigación fundamentada en la psicología conductista de Polya (1945: 35). La investigación en resolución de problemas fundamenta en esta teoría se ha preocupado de un método heurístico global y recientemente en la investigación de las diferencias entre novatos y especialistas.

La segunda corriente se fundamenta en determinadas teorías cognitivas (Ausubel, 1998: 58). En ésta los problemas dejan de tener tanta importancia, pues los conceptos y su construcción ocupan el lugar central. Así, la investigación en resolución de problemas que está en sintonía con esta teoría cognitiva no asume los problemas como tareas de aprendizaje y los ve sobre todo como momentos de evaluación de la construcción de los conceptos por el sujeto.

Varios psicólogos cognitivistas (Butler y Tavares, 1985: 46) que no trabajan en resolución de problemas, han llegado a la conclusión de que el aprendizaje humano, desde el niño hasta el adulto, es esencialmente una actividad de resolución de problemas. La resolución de problemas para estos autores es una actividad de adaptación al medio.

Taylor (1991: 68) percibe la emergencia de una nueva tendencia de encuadrar la resolución de problemas. Ya no es posible proponer un método heurístico global para la resolución de problemas ni extraer conclusiones sobre el modo en que los especialistas resuelven problemas para después enseñar a los novatos. Pero tampoco se puede ignorar el papel determinante de los problemas para el aprendizaje, en particular para la construcción del conocimiento. Surge así una tercera defendida por varios psicólogos que afirman que el conocimiento ni es sólo procedimental ni solo conceptual, sino ambas cosas. Esta tendencia rechaza la idea de que en el fondo se trata de una mezcla de dos conocimientos, pues estos interfieren entre sí, acabando por ser un conocimiento de otra naturaleza.

Para Trigueros (2006:58), hablar de modelación en la enseñanza es referirse a proporcionar problemas que sean suficientemente abiertos y complejos en los que se puedan poner en juego su conocimientos previos y sus habilidades creativas, todo ello para sugerir hipótesis y plantear modelos que expliquen el comportamiento del fenómeno en cuestión en términos matemáticos y mediante la revisión, reflexión y aplicación de sus conocimientos y la comunicación de resultados.

Según Bienbengut y Hein, citado en Gabardo (2006: 98), en el ámbito de la educación matemática, la modelación está siendo empleada en varios niveles educativos porque promueve la adquisición de conocimientos matemáticos y la habilidad de usar esos conocimientos para la resolución de problemas formulados a partir de una realidad en la cual se insertan profesores, alumnos y los demás individuos con los cuales éstos conviven.

Modelación es una construcción de conocimiento matemático que se construye en un ambiente social y que Arrieta (2003: 123) enumera algunos beneficios de la modelación en el ámbito escolar que le permiten al estudiante:

- Emplear herramientas específicas (gráficas, tablas numéricas) y formas particulares para describir los hechos construyendo diversas versiones de éstos.
- Ofrece alternativas de solución a problemas de la vida real brindando al estudiante sentido de participación y control en los procesos de solución.
- Permite la comunicación de ideas matemáticas e intervención en la actividad de construcción de nuevos conceptos.
- Permite transferir de manera dinámica el conocimiento desde situaciones físicas y geométricas hasta la estructuración mental en el proceso de aprendizaje.

Según Blomhoj (2004: 89) las actividades de modelación pueden motivar el proceso de aprendizaje y ayudar (al aprendiz) a establecer raíces cognitivas sobre las cuales construir conceptos matemáticos. Así mismo, la modelación tiene como finalidad describir y analizar algún fenómeno de la vida diaria con el fin de motivar el trabajo con las matemáticas y experimentar la matemática como medio para describir, analizar y ampliar la comprensión de situaciones de la vida diaria.

De la misma forma, Malaspina (1998: 56) y Monchón, citado en Torres (2004: 65) expresan que la modelación es importante en la medida que permite desarrollar ideas para visualizar conceptos matemáticos y reforzar así su comprensión y manejo y facilitar, en consecuencia, una intuición de lo abstracto que ayuda a entender mejor los fenómenos que describen, desarrollando nuestra intuición sobre su funcionamiento. Además, sirven para predecir lo que pasaría en la situación real, tanto en condiciones normales como al modificar algún factor que intervenga en el modelo.

El “uso” de las gráficas es concebido como un concepto, más específicamente sobre el funcionamiento y la forma de la gráfica según la clase de tareas (Cordero, 2008: 87).

La matemática no considera las gráficas como elemento argumentativo en la disciplina a ser enseñada (pero sin embargo, por ejemplo en sistemas dinámicos ella es argumentativa), más aún, las gráficas son sólo representaciones limitadas de objetos matemáticos. Sin embargo, en términos epistemológicos, las gráficas han sido sistemáticamente utilizadas para comprender las distintas ideas de las ciencias (ecología, crecimiento de poblaciones, economía, en particular en la matemática misma).

Cordero et al (2007: 32) ponen atención al uso de las gráficas y la graficación en que plantean comprenderla como una práctica institucional que se desarrolla en el discurso matemático escolar y es reflejada en los libros de texto, pero no como una representación del concepto de función.

La idea de muchos defensores de la modelación en la enseñanza es la de que cada alumno pueda elegir un tema de algún área de su interés, hacer una investigación al respecto, proponer cuestiones y bajo la orientación del profesor, elaborar un modelo matemático. En estos términos, el alumno pasa a ser co-responsable de su aprendizaje y el profesor, un orientador (Bassanezi, 2002: 98). Tales defensores creen que el aprendizaje se vuelve más rico, considerando que el alumno no sólo aprende matemática en el contexto de otra área del conocimiento, sino que también despierta su sentido crítico y creativo. Además, se trata de una manera altamente placentera de investigar el tema y es capaz de llevar al alumno a construir conocimientos que tienen significados o sentido para él, ya sea en forma de conceptos matemáticos, ya sea sobre el tema que se estudia (Biembengut et al., 2003 : 42).

La Modelación permite al docente considerar el entorno físico y social para abordar situaciones problema dentro de contextos vinculados a los alumnos, es decir, el profesor tendrá en esta actividad muchas opciones que le puedan ayudar a relacionar los conceptos matemáticos con el mundo real, de tal manera que los alumnos puedan vislumbrar y otorgar una mayor importancia a las matemáticas escolares. La modelación también contribuye a que los alumnos perciban las matemáticas como una disciplina que puede utilizarse para comprender y modificar la realidad, mediante el planteamiento de situaciones problema del mundo real, lo más cercanas posibles a la sensibilidad del estudiante (Castro, 2000: 86; Romero y Castro, 2008: 63).

Desde el año 2005 al 2010, según el análisis FODA se observa que el 80% de los estudiantes del tercer grado de secundaria de la Institución Educativa “José Faustino Sánchez Carrión de la Ciudad de Trujillo”, Perú, “presentan un bajo nivel de aprendizaje en matemática, especialmente en la capacidad de Resolución de problemas. En el proyecto Educativo Institucional los docentes en el área de matemática tienen una enseñanza tradicional, no aplican estrategias, métodos, modelos, no se preocupan por capacitarse, ni mejorar su enseñanza.

En la realidad educativa existen dificultades para resolver problemas en geometría en el nivel secundario; es así que en nuestro trabajo se aplica una propuesta didáctica para la enseñanza de la geometría posibilitando así soluciones al aprendizaje en el aula para un mejor aprovechamiento y desarrollo de la capacidad de resolución de problemas (Peduzzi, 1987; Gil, 1992; Ponte, 1993). Se propone problemas reales de nuestro ambiente para ser resueltos con la ayuda de una modelación gráfica estimulando así la creatividad en la formulación y resolución de problemas. Así mismo, hacer el trabajo cooperativo en los que la comunicación sea estructurada (Ross y Raphael 1990: 29).

En esta investigación, la interrogante a resolver fue la siguiente: ¿Cómo mejorar el aprendizaje de geometría de los alumnos de tercer grado de Educación Secundaria?

Nuestro objetivo fue elaborar una propuesta didáctica de modelación gráfica para la resolución de problemas geométricos con la finalidad de mejorar el aprendizaje de geometría de los alumnos del Tercer Grado de Educación Secundaria de la I.E “José Faustino Sánchez Carrión de la Ciudad de Trujillo”, Perú.

## II. MATERIAL Y MÉTODOS

### 2.1. Objeto de estudio

El objeto de estudio del presente trabajo estuvo constituido por los alumnos de tercer grado de educación secundaria de la Institución Educativa “José Faustino Sánchez Carrión” de la ciudad de Trujillo, Perú.

La edad de los estudiantes de tercer grado oscilan entre 15 y 16 años; 2 alumnos repitentes de tercer grado “J” y un alumno repitente y un trasladado de 3° “K”.

La población estuvo conformada por 80 alumnos de tercer grado de Educación Secundaria, turno de mañana, matriculados en el año académico 2011.

Muestra

Grupo control: 28 alumnos, tercer grado, sección “J”.

Grupo experimental: 28 alumnos, tercer grado, sección “K”.

### 2.2. Instrumentos

En la elaboración y aplicación de la propuesta didáctica se utilizaron los siguientes instrumentos:

- Pruebas escritas (pruebas dirigidas, calificadas).
- Registro para actividades grupales.
- Ficha de cotejo/registro para actividades individuales.
- Ficha de cotejo para el seguimiento de trabajos y /o actividades (exposición, debate).
- Ficha de autoevaluación, coevaluación y heteroevaluación.

### 2.3. Métodos y técnicas

La propuesta didáctica para la resolución de problemas geométricos que se elaboró tiene la siguiente estructura: a) fundamentación de la propuesta, b) descripción del contenido, c) estrategias de implementación y, c) evaluación, de la propuesta.

La propuesta se fundamenta en seis principios: 1) construcción de los propios aprendizajes, 2) necesidad del desarrollo de comunicación y acompañamiento en los aprendizajes; 3) organización, 4) significancia, 5) integridad y 6) evaluación, de los aprendizajes.

En lo que respecta al contenido y estrategias de implementación de la propuesta, se presenta al estudiante una situación del mundo real, se plantean preguntas, se realiza una modelación gráfica, etc.

En la evaluación de la propuesta, se la aplicó a los estudiantes de tercer grado de educación secundaria de la Institución Educativa “José Faustino Sánchez Carrión” de la ciudad de Trujillo, Perú.

La aplicación se desarrolló de acuerdo a las capacidades, indicadores y el instrumento de evaluación (ficha de cotejo, práctica dirigida, ficha de observación) que se dieron en las siguientes unidades de aprendizaje:

Unidad I: rectas paralelas, perpendiculares y secantes: conociendo las calles cercanas a nuestra Institución Educativa.

Unidad II: áreas y perímetros de regiones poligonales: construyendo planos.

Unidad III: triángulos. La geometría en la realidad.

Unidad IV: poliedros: prisma, cubo y pirámide. Construimos estructuras tridimensionales.

Para cada unidad se presentó una situación problemática de su entorno y lo ejecutaron de acuerdo a la estructura del modelo.

Se administró el *test inicial* (Anexo A) a los dos grupos, de control y experimental con la finalidad de determinar el nivel de resolución de problemas a los alumnos de tercer grado de secundaria.

La escala nominal e intervalo ordinal de valoración fue como sigue: Muy bueno [20,17); Bueno [17,14); Regular [14,10); Deficiente [10, 6); Muy Deficiente [6, 0].

Al finalizar el test de *progreso* (Anexo B) se administró el *test final* (Anexo C) a los dos grupos, uno de control y otro experimental, para comprobar la influencia de la propuesta en la resolución de problemas geométricos en el aprendizaje de la matemática de los alumnos.

### III. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

#### 3.1. La propuesta didáctica para la resolución de problemas geométricos

##### 3.1.1. Fundamentación

Nuestra propuesta se basa en seis principios:

a) Principio de construcción de los propios aprendizajes

El aprendizaje es un proceso de construcción interno, activo, individual e interactivo con el medio social y natural. Los estudiantes, para aprender, utilizan estructuras lógicas que dependen de variables como los aprendizajes anteriormente y el contexto sociocultural, geográfico, lingüístico y económico-productivo.

b) Principio de necesidad del desarrollo de comunicación y acompañamiento en los aprendizajes

La interacción entre el estudiante y sus docentes, sus pares y su entorno, se produce, sobre todo, a través del lenguaje; recogiendo los saberes de los demás y aportando ideas y conocimientos propios que le permiten ser consciente de qué y como está aprendiendo y, a su vez, desarrollar estrategias para seguir en un continuo aprendizaje. Este intercambio lo lleva a reorganizar las ideas y le facilita su desarrollo. Por ello, se ha de propiciar interacciones ricas, motivadoras y saludables en sus aulas así como situaciones de aprendizaje adecuadas para facilitar la construcción de los saberes, proponer actividades variadas y graduadas, orientar y conducir las prácticas, promover la reflexión y ayudar a que los estudiantes elaboren sus propias conclusiones, de modo que sean capaces de aprender a aprender y aprender a vivir juntos.

c) Principio de organización de los aprendizajes

Las relaciones que se establecen entre los diferentes conocimientos se amplían a través del tiempo y de la oportunidad de aplicarlos en la vida, lo que permite establecer nuevas relaciones con otros conocimientos y desarrollar la capacidad para diferenciarlos. Los aprendizajes se dan en los procesos pedagógicos entendidos como las interacciones en las sesiones de enseñanza y aprendizaje; en los procesos hay que considerar que, tanto el docente como los estudiantes, portan en sí la influencia y los condicionamientos de su salud, de su herencia, de su propia historia, de su entorno escolar, sociocultural, ecológico, ambiental y mediático; estos aspectos intervienen en el proceso e inciden en los resultados de aprendizaje, por ello la importancia de considerarlos en la organización de los aprendizajes.

d) Principio de significancia de los aprendizajes

El *aprendizaje significativo* es posible si se relacionan los nuevos conocimientos con los que ya se poseen, pero además, si se tienen en cuenta los contextos, la realidad misma, la diversidad en la cual está inmerso el estudiante. Los aprendizajes deben estar interconectados con la vida real y las prácticas sociales de cada cultura. Si el docente logra hacer que el aprendizaje sea significativo para los estudiantes, hará posible el desarrollo de la motivación para aprender y la capacidad para desarrollar nuevos aprendizajes y promover la reflexión sobre la construcción de los mismos. Se deben ofrecer experiencias que permitan aprender en forma profunda y amplia, para ello es necesario dedicar tiempo a lo importante y enseñar haciendo uso de diversas metodologías; mientras más sentidos puestos en acción, mayores conexiones se pueden establecer entre los aprendizajes previos y el nuevo.

e) Principio de integridad de los aprendizajes

Los aprendizajes deben abarcar el desarrollo integral de los estudiantes, de acuerdo con las características individuales de cada persona. Por ello, se debe propiciar la consolidación de las

capacidades adquiridas por los estudiantes en su vida cotidiana y el desarrollo de nuevas capacidades a través de todas las áreas del currículo. En este contexto, es imprescindible también el respeto de los ritmos individuales, *estilos de aprendizaje* y necesidades educativas especiales de los estudiantes, según sea el caso.

f) Principio de evaluación de los aprendizajes

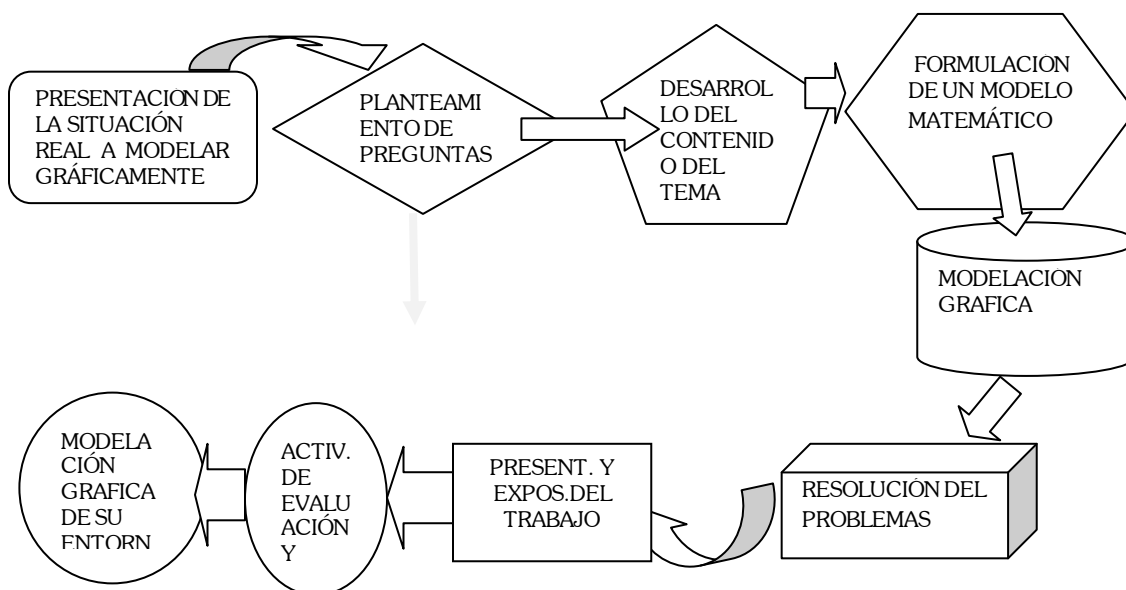
La metacognición y la evaluación en sus diferentes formas, sea por el docente, el estudiante u otro agente educativo, son necesarias para promover la reflexión sobre los propios procesos de enseñanza y aprendizaje. Los estudiantes requieren actividades pedagógicas que les permitan reconocer sus avances y dificultades; acercarse al conocimiento de sí mismos; autoevaluarse analizando sus ritmos, características personales, estilos; aceptarse y superarse permanentemente para seguir aprendiendo de sus aciertos y errores. Aprender a ser y aprender a hacer.

**3.1.2 Descripción y estrategias de implementación de la propuesta didáctica**

La propuesta considera en su estructuración las siguientes etapas:

- i) Presentación de una situación del mundo real a modelar gráficamente. En esta etapa se realiza una breve explicación sobre el asunto a los alumnos, presentando el problema.
- ii) Planteamiento de preguntas. Se plantea una o más preguntas que le permitan desarrollar el contenido del tema.
- iii) Desarrollo del contenido del tema a tratar (investigan en su libro).
- iv) Formulación de un Modelo Matemático a partir del planteamiento del problema. Se construyen hipótesis, planteando el tema del contenido a tratar para su resolución. (Creación del alumno)
- v) Modelación gráfica. Se grafica el problema tratado.
- vi) Resolución del problema a partir del modelo. Se propone a los alumnos que regresen al problema que generó el proceso y lo resuelven.
- vii) Presentación del trabajo escrito y exposición oral. Es de importancia que los estudiantes presenten el trabajo desarrollado por escrito y oralmente por medio de un seminario en clase.
- viii) Actividades de evaluación y metacognición.
- ix) Actividades domiciliarias. Modelación gráfica del tema respecto a su entorno.

En la Fig. 1 se presenta la estructura de la *propuesta didáctica de modelación gráfica* para la resolución de problemas geométricos, que son los pasos que se debe seguir para la resolución de problemas.



**Fig.1.** Estructura de la propuesta didáctica de modelación gráfica en la resolución de problemas geométricos

A manera de ilustración, en la Fig. 2 se presenta, la *modelación gráfica* de una situación del mundo real que puede utilizarse para mejorar el aprendizaje de los estudiantes de la geometría plana.

a) Situación del mundo real: Conociendo las calles cercanas a la I.E “José F. Sánchez Carrión”

El docente empieza la clase haciendo una breve exposición sobre las calles cercanas a nuestra I.E. diciendo de la siguiente manera: Nuestra Institución Educativa se encuentra frente al Ovalo Grau. Observamos diferentes calles que no conocemos sus nombres y cruces de calles. ¿En que forma se encuentran distribuidas las calles en nuestra zona? ¿Existen rectas paralelas? ¿Existen rectas perpendiculares? ¿Cómo se llaman las rectas que no son ni paralelas ni perpendiculares?.

El docente muestra el plano (Fig.2).



**Fig. 2.** Plano de las calles cercanas a la I.E “JOSÉ F. SÁNCHEZ CARRIÓN” .

b) Planteamiento de preguntas

- 1.- ¿Qué calles son paralelas a Delfín Corcuera?
- 2.- ¿Qué calles son perpendiculares a la Av. América Sur?
- 3.-¿Cuáles son secantes a la calle la planicie?
- 4.- ¿Cómo son entre sí las calles Av. Moche y Túpac Yupanqui?

c) Desarrollo del contenido del tema a tratar (investigan en su libro)

El alumno investiga en su libro sobre:

- Rectas paralelas
- Rectas perpendiculares
- Rectas Secantes

d) Formulación de un modelo matemático a partir del planteamiento de un problema

El señor Carlos Malpartida se encuentra desorientado cerca de la I.E. José F. Sánchez Carrión. El desea llegar a la calle, Las Dunas, para poder visitar a su hija. Cerca de él se encuentran tres estudiantes y el señor les pregunta: Jovencitos, por favor quiero que me digan ustedes ¿Cómo puedo llegar a la calle las Dunas? Uno de ellos le responde: Mire señor, nosotros nos encontramos entre la Av. Moche y la Av. América Sur, usted cruza la avenida y sigue directo hacia la calle Manco Inca ,choca con una calle perpendicular a ella llamada Titu cusi Huallpa , voltea a la derecha y se topa con una calle perpendicular llamada, La Planicie, camina hacia la izquierda y encuentra dos calles paralelas : La Colina y la otra es las Dunas. Allí está la calle que usted busca.



- e) Modelación gráfica  
El alumno grafica las calles que se presentan en el problema.
- f) Resolución del problema a partir del modelo  
El alumno encuentra la solución del problema.
- g) Presentación del trabajo escrito y exposición oral  
Sustentación a través de un seminario.
- h) Actividades de evaluación y metacognición.
- i) Actividades domiciliarias de modelación gráfica del tema respecto a su entorno.

### 3.2. Evaluación de la propuesta

#### En el grupo de control:

En la **tabla 1** (Número de alumnos según calificación en los **test de inicio**, test de progreso y test final de los alumnos del tercer grado “J” en el curso de matemática) referente al test de inicio, se observa que: las notas oscilan entre 10 y 06 en 12 alumnos; 16 alumnos se encuentran en la escala nominal de “muy deficiente” ya que sus notas son de 06 a 0.

Como se puede apreciar, el rendimiento en el pre test fue muy deficiente. El aprendizaje de la matemática y la capacidad de resolución de problemas es uno de los problemas que atraviesa actualmente el Perú.

Rimoldi (1984: 79), llevó a cabo un estudio en el cual buscó la influencia de las estructuras lógicas y el lenguaje simbólico en la resolución de problemas llegando a concluir, que el fracaso en la resolución de problemas podría tener base en el manejo deficiente o en el desconocimiento del lenguaje que es utilizado en el enunciado de los mismos. En ocasiones los alumnos tienen dificultades al traducir los enunciados de problemas escritos en lenguaje natural a lenguaje matemático y viceversa, lo que disminuye considerablemente la posibilidad de resolverlos.

En lo que respecta al **test de progreso**, en la unidad I (Rectas paralelas, perpendiculares y secantes), se obtuvo “bueno” en una escala ordinal de 17-14 consistente en un solo alumno, “regular” de un total de 23 alumnos y 4 alumnos obtuvieron “deficiente”. En la II unidad (Áreas y perímetros de regiones poligonales Medida), 4 alumnos están en la escala de “bueno”; asimismo, 23 alumnos obtuvieron “regular” y 01 alumno obtuvo “deficiente”. En la III unidad (Triángulos), 6 alumnos obtuvieron bueno, 18 alumnos obtuvieron regular y 4 alumnos deficiente. En la unidad N° IV (Poliedros), 2 alumnos obtuvieron “bueno” y 19 alumnos obtuvieron “regular”; así mismo, un solo alumno tuvo “muy deficiente”.

Como puede verse, en el test de progreso, la calificación general es “regular”. Taylor (1991: 68) nos dice que se percibe la emergencia de una nueva tendencia de encuadrar la resolución de problemas. Ya no es posible proponer un método heurístico global para la resolución de problemas ni extraer conclusiones sobre el modo en que los especialistas resuelven problemas para después enseñar a los novatos. Pero tampoco se puede ignorar el papel determinante de los problemas para el aprendizaje, en particular para la construcción del conocimiento. Surge así una tercera defendida por varios psicólogos que afirman que el conocimiento ni es sólo procedimental ni solo conceptual, sino ambas cosas. Esta tendencia rechaza la idea de que en el fondo se trata de una mezcla de dos conocimientos, pues estos interfieren entre sí, acabando por ser un conocimiento de otra naturaleza.

En el **test final** del grupo de control, 4 alumnos obtuvieron “bueno”; 23 alumnos se encuentran en la escala de “regular” y un solo alumno está en la escala nominal de “deficiente”.

En la **tabla 2** (Comparación de rendimiento académico promedio en el pretest del grupo de control y experimental en el curso de matemática aplicado a los alumnos de tercer grado de secundaria) El calificación promedio ponderado del grupo de control y experimental hay una diferencia de dos puntos, lo cual demuestra que según Blomhoj (2004: 89) las actividades de modelación pueden motivar el proceso de aprendizaje y ayudar (al aprendiz) a establecer raíces cognitivas sobre las cuales construir conceptos matemáticos.

**En el grupo experimental:**

En la **tabla 3** (Número de alumnos según calificativo en los test de inicio, test de progreso y test final de los alumnos del grupo experimental del tercer grado “k” en el curso de matemática) los alumnos de tercer grado “k” de educación secundaria muestran en el **pre test** la valoración “regular”, 4 alumnos; 14 alumnos obtuvieron “deficiente” y 10 alumnos “muy deficiente”. Al aplicarse el principio de organización de los aprendizajes se establece que entre los diferentes conocimientos se amplían a través del tiempo y de la oportunidad de aplicarlos en la vida, lo que permite establecer nuevas relaciones con otros conocimientos y desarrollar la capacidad para diferenciarlas.

**En el test de progreso**, en la Unidad I (Rectas paralelas, perpendiculares y secantes), se observa que 9 alumnos obtuvieron “bueno”; 18 alumnos obtuvieron “regular” y un solo alumnos obtuvo “deficiente”. En la unidad II (Áreas y perímetros de regiones poligonales Medida) 2 alumnos obtuvieron muy bueno cuyas notas oscilan entre 20-17 y 10 alumnos obtuvieron bueno cuyas notas oscilan entre 17-14; 15 alumnos tuvieron regular y un solo alumno está en la escala nominal de deficiente. En la unidad III (Triángulos) un alumno obtiene muy bueno; 13 obtienen bueno cuya escala ordinal oscila entre 17-14; 13 obtienen regular y solo uno tiene deficiente. En la unidad IV (Poliedros) 4 alumnos obtienen muy bueno; 17 alumnos obtuvieron “bueno” cuya escala ordinal es de 17-14; se ubican en la escala de “regular” de un total de 6 alumnos y un solo alumnos obtiene “deficiente.”

En el **test final**, 8 alumnos obtuvieron “muy bueno”, 13 alumnos obtuvieron “bueno”; 6 alumnos obtuvieron “regular” y 1 alumno obtuvo “deficiente” ubicándose en la escala ordinal de 10,6 En estos test se puede observar que ha disminuido la escala de valoración de deficiente pues se ha aplicado la propuesta de modelación gráfica. Según, (Arrieta, 2003: 123) enumera algunos beneficios de la modelación en el ámbito escolar que le permiten al estudiante: emplear herramientas específicas (gráficas, tablas numéricas) y formas particulares para describir los hechos construyendo diversas versiones de éstos. Ofrece alternativas de solución a problemas de la vida real brindando al estudiante sentido de participación y control en los procesos de solución. Permite la comunicación de ideas matemáticas e intervención en la actividad de construcción de nuevos conceptos. Permite transferir de manera dinámica el conocimiento desde situaciones físicas y geométricas hasta la estructuración mental en el proceso de aprendizaje. Y basándose en los principios fundamentales, el principio de significancia de los aprendizajes que es de suma importancia, si se tienen en cuenta los contextos, la realidad misma, la diversidad en la cual está inmerso el estudiante. Los aprendizajes deben estar interconectados con la vida real y las prácticas sociales de cada cultura, el principio de integridad de los aprendizajes abarca el desarrollo integral de los estudiantes, de acuerdo con las características individuales de cada persona. Por ello, se debe propiciar la consolidación de nuevas capacidades adquiridas por los estudiantes en su vida cotidiana y el desarrollo de nuevas capacidades a través de todas las áreas del currículo, el principio de evaluación de los aprendizajes, la metacognición y la evaluación en sus diferentes formas, los estudiantes requieren actividades pedagógicas que les permitan reconocer sus avances y dificultades; acercarse al conocimiento de sí mismos; autoevaluarse analizando sus ritmos, características personales, estilos; aceptarse y superarse permanentemente para seguir aprendiendo de sus aciertos y errores. Aprender a ser y aprender a hacer.

En la Tabla 4 (Comparación de rendimiento académico promedio en las cuatro unidades del grupo de control y experimental en el curso de matemática aplicado a los alumnos de tercer grado de secundaria)

Se aprecia que en la Unidad N° I los estudiantes del grupo de control obtuvieron un puntaje promedio de 12,00 frente a 13,5 del grupo experimental. En la Unidad II, los puntajes fueron 12,8 frente 14,0, mostrándose una diferencia significativa. En la Unidad III, los promedios oscilan en 12,8 en el grupo de control y 15,3 en el grupo experimental mostrándose de la misma manera que en las unidades anteriores de una diferencia significativa.

Los alumnos del grupo experimental en el transcurso de estas unidades mostraron interés hacia el curso de matemática, trabajaban en equipo con entusiasmo; al principio mostraron dificultades ante la creación de los problemas y las gráficas respectivas, pero poco a poco se fueron adaptando y contribuir así a la modelación de la propuesta didáctica.

En la tabla 5 (Comparación de rendimiento académico promedio en el post test de grupo de control y experimental en el curso de matemática aplicado a los alumnos de tercer grado de secundaria) observamos que al final del experimento, los estudiantes del grupo de control obtuvieron como puntaje promedios de 12,92 y los del grupo experimental 15,86, lo cual nos indica que la diferencia de 2,94 puntos, a favor del segundo grupo fue suficiente para demostrar que hay una diferencia significativa entre ambos grupos de estudiantes.

Es así como esta propuesta nos conlleva a proponer problemas reales de nuestro ambiente para ser resueltos con la ayuda de la modelación gráfica; de la misma manera estimular la creatividad en la formulación y resolución de problemas; hacer el trabajo cooperativo en los que la comunicación sea estructurada (Ross y Raphael 1990).

**Tabla 1.** Número de alumnos según calificativo en los test de inicio, test de progreso y test final de los alumnos del grupo de control del tercer grado “J” en el curso de matemática

Calificativo según escala de valoración	Test de Inicio	Test de Progreso				Test Final
		unidad I	Unidad II	unidad III	unidad IV	
Nominal y Ordinal	Nº de alumnos	Nº de alumnos	Nº de alumnos	Nº de alumnos	Nº de alumnos	Nº de alumnos
Muy bueno [20,17)	0	0	0	0	0	0
Bueno [17,14)	0	1	4	6	2	4
Regular [14,10)	0	23	23	18	19	23
Deficiente [10, 6)	12	4	1	4	6	1
Muy Deficiente [6, 0]	16	0	0	0	1	0
TOTAL	28	28	28	28	28	28

**Tabla 2.** Comparación de rendimiento académico promedio en el pretest del grupo de control y experimental en el curso de matemática aplicado a los alumnos de tercer grado de secundaria

Calificativo Promedio Ponderado del Pretest	
Grupo de control	Grupo experimental
5,57	7,57

**Tabla 3.** Número de alumnos según calificativo en los test de inicio, test de progreso y test final de los alumnos del grupo experimental del tercer grado “k” en el curso de matemática

Escala de Valoración	Test de Inicio	Test de Progreso				Test Final
		Unidad I	Unidad II	Unidad III	Unidad IV	
Nominal Ordinal	Nº de alumnos	Nº de alumnos	Nº de alumnos	Nº de alumnos	Nº de alumnos	Nº de alumnos
Muy Bueno [20,17)	0	0	2	1	4	8
Bueno [17,14)	0	9	10	13	17	13
Regular [14,10)	4	18	15	13	6	6
Deficiente [10, 6)	14	1	1	1	1	1
Muy Deficiente [6, 0]	10	0	0	0	0	0
TOTAL	28	28	28	28	28	28

**Tabla 4.** Comparación de rendimiento académico promedio en las cuatro unidades del grupo de control y experimental en el curso de matemática aplicado a los alumnos de tercer grado de secundaria

Calificativo Promedio ponderado de unidades del grupo de progreso		
unidades	Grupo de control	Grupo experimental
Unidad I	12,04	13,50
Unidad II	12,79	14,04
Unidad III	12,75	14,71
Unida IV	11,25	15,25

**Tabla 5.** Comparación de rendimiento académico promedio en el post test de grupo de control y experimental en el curso de matemática aplicado a los alumnos de tercer grado de secundaria

Calificativo Promedio ponderado y desviación estándar del Post test	
Grupo de control	Grupo experimental
12,93	15,86

#### IV. CONCLUSIONES

En el proceso de aprendizaje de resolución de problemas geométricos por los alumnos del Tercer Grado de Educación Secundaria de la I.E “José Faustino Sánchez Carrión de la Ciudad de Trujillo”, Perú:

1. En el pretest, el rendimiento de los alumnos se ubicó en el extremo inferior (deficiente y muy deficiente) según la escala de valoración utilizada.
2. En el test de progreso, al aplicarse la propuesta didáctica de modelación gráfica de problemas, los alumnos obtuvieron un rendimiento medio (regular y bueno), según escala de valoración.
3. Como consecuencia de la aplicación de la propuesta didáctica de modelación gráfica, en el post test el rendimiento de los alumnos se ubicó en el nivel superior (bueno y muy bueno) según la escala de valoración.
- 4.- La propuesta didáctica permitió a los estudiantes entrenarse en la modelación gráfica de problemas geométricos de la vida cotidiana y darles solución.

## V. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AUSUBEL, D. 1998. **Aprendizaje significativo** Ed. Paidós México D.F.
- ARRIETA, J. 2003. **Las prácticas de modelación como proceso de matematización en el aula**. Tesis de Doctorado publicada del Departamento de Matemática Educativa, Cinvestav IPN. México.
- BASSANEZI, R. 1994. **Modelación como una enseñanza. Aprendiendo Estrategias para el aprendizaje de matemáticas**. Ed. context. Sao Paulo. Brazil.
- BASSANEZI, R. 2002. Modelo **matemático en la enseñanza –aprendizaje**. Editora contexto. Sao Paulo. Brasil.
- BLOMHØJ, M. 2004. **Modelación Matemática - A theory for practice**. En Clarke, B.; Clarke, D. Emanuelsson, G.; Johnansson, B.; Lambdin, D.; Lester, F. Walby, A. & Walby, K. (Eds.) *International Perspectives on Learning and Teaching Mathematics in National*. Centre for Mathematics Education (págs. 145 -159). Suecia.
- BEYER, W. 1998. **La interacción comunicativa en el aula de matemática y su relación con el proceso de enseñanza-aprendizaje**. Venezuela.
- BIEMBENGUTY, H. 2003 **Modelación Matemática. Estrategia para enseñar y aprender matemáticas**. México. Educación Matemática Vol. II, núm.1.
- BUTLER, F. 1985. **El Proceso de enseñanza aprendizaje: Modelo de una unidad interactiva** (parte uno, dos y tres). *Educacional Tecnología*, Septiembre, octubre y noviembre.
- CASTRO, E. 2000. **La educación matemática en la secundaria**. Coordinador: Luis Rico. Editorial Horsori, pág. 95 -124.
- CORDERO, F., FLORES, R. 2007. **El uso de las gráficas en el discurso matemático escolar**. Un estudio socio epistemológico en el nivel básico a través de los libros de texto. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*.
- CORDERO, F., MENA, J., MONTALTO, G. 2010. **II modulo de la justificación funcional en una situación de resignificación de la asíntota**. Líneas segmento de la matemática y de la ciencia integrada. Vol. 33 B.
- GABARDO, L. 2006. *Modelación Matemática y ontología*. Ed, Acta Latinoamericana de Matemática Educativa. México.
- PEREZ, R. 2008. **Modelo quinario para la resolución de problemas matemáticos**. Universidad Simón Rodríguez .Venezuela.
- POLYA, G. 1945. **How to solve it**, 2a. Ed. New Jersey: Princeton University Press.
- RIMOLDI, H. 1984. **Solución de problemas: Teoría, metodología y experimentación**. México.

- ROMERO, S., CASTRO, F. 2008. **Modelación matemática en secundaria desde un punto de vista superior**. Modelación en ciencia de la educación y el aprendizaje.
- ROSSY, R. 1990. **Resolución de problemas**. México.
- TAYLOR, R. 1991. **Modelo constructivista de ciencia y aprendizaje: cambios perspectivas y aplicaciones**.
- TORRES, A. 2004. **La modelación y las gráficas en situaciones de movimiento con tecnología**. Tesis de maestría, Programa de Matemática Educativa, CICATA –IPN. México.
- TRIGUEROS, M. 2006. **Ideas acerca del movimiento del péndulo. Un estudio desde una perspectiva de modelación**. Revista Mexicana de Investigación Educativa (<http://redalyc.uaemex.mx/redalyc/pdf/140/14003106.pdf>; consultado el 18-12-2013).

## ANEXO A: Test inicio - matemática

**INSTRUCCIÓN:** a continuación se presenta una situación problemática, con su respectivas formulación de preguntas, responde a los pasos que se presentan par solucionar el problema.

Capacidad de área: resolución de problemas

a) Situación del mundo real:

En el Alto Trujillo, según noticias que se leyó en el periódico, se realizará la construcción de un pozo de forma cilíndrica, para ello se necesita excavar 60 metros de profundidad con un diámetro de 3,2m. La excavadora extrae  $8\text{m}^3$  por hora. Cuando se haya terminado la excavación, un volquete que puede hacer tres viajes por hora, se encarga de retirar la tierra de  $400\text{cm} \times 240\text{cm} \times 140\text{cm}$ . Por cada hora el trabajador que maneja la excavadora gana S/. 50 y el chofer del volquete S/.40 ¿Cuánto se gasta en el sueldo del trabajador de la excavadora?

b) PLANTEAMIENTO DE PREGUNTAS

¿Cuántos  $\text{m}^3$  por hora extrae la excavadora?

¿Cuántos viajes por hora hace el volquete?

¿Cuáles son las dimensiones de tierra que puede cargar el volquete?

¿Cuáles son las dimensiones del pozo que se desea construir?

c) ¿Cuál es el contenido del tema que se está tratando?

d) Modela gráficamente la situación problemática

e) Resuelve la situación problemática

f) Crea un nuevo problema sobre el mismo tema que se esta tratando.

## ANEXO B: Prueba de Proceso de Matemática

**UNIDAD N° II:** áreas y perímetros de regiones poligonales. elaborando planos

a) Situación del mundo real:

En la mayoría de los diarios, salen avisos publicados sobre ventas de casas, departamentos, edificios, residenciales etc. En la mayoría de ellos dicen: ¿Busca casas? Un lugar elegante y seguro que tu familia merece. Área desde 133 m<sup>2</sup> a 200m<sup>2</sup>, vigilancia permanente, dos dormitorios, 1 sala-comedor, 1 cocina, 1 baño, etc., publicando su plano al lado del aviso.



b) Planteamiento de preguntas

- 1) ¿Cuántos m<sup>2</sup> tiene el plano?
  - 2) ¿Cuál es la superficie de la sala comedor?
  - 3) ¿Cuál es la superficie de la cocina?
  - 4) ¿Podrías colocar en el dormitorio izquierdo un armario de 3 metros de largo en la pared de la derecha?
  - 5) ¿Te parece funcional la distribución de ambientes? ¿Qué cambios le harías al departamento?
- c) ¿Cuál es el contenido del tema que se está tratando?
- d) Formula un modelo matemático del tema que se está tratando
- e) Modela gráficamente la situación problemática
- f) Resuelve el problema a partir del modelo

## ANEXO C: Prueba de Salida de Matemática

**INSTRUCCIONES:** A continuación se presenta una situación de la vida cotidiana, resuelve el proceso teniendo en cuenta la modelación gráfica de resolución de problemas geométricos. Tiempo: 60 min.

**CAPACIDAD DE ÁREA:** resolución de problemas

a) Situación del mundo real:

En el Alto Trujillo, según noticias que se leyó en el periódico, se realizará la construcción de un pozo de forma cilíndrica, para ello se necesita excavar 60 metros de profundidad con un diámetro de 3,2m. La excavadora extrae 8m<sup>3</sup> por hora. Cuando se haya terminado la excavación, un volquete que puede hacer tres viajes por hora, se encarga de retirar la tierra de 400cm x 240cm x 140cm. Por cada hora el trabajador que maneja la excavadora gana S/. 50 y el chofer del volquete S/40 ¿Cuánto se gasta en el sueldo del trabajador de la excavadora?

b) Planteamiento de preguntas

- ¿Cuántos m<sup>3</sup> por hora extrae la excavadora?
- ¿Cuántos viajes por hora hace el volquete?
- ¿Cuáles son las dimensiones de tierra que puede cargar el volquete?
- ¿Cuáles son las dimensiones del pozo que se desea construir?
- c) ¿Cuál es el contenido del tema que se está tratando?
- d) Formula un modelo matemático del tema que se está tratando
- e) Modela gráficamente la situación problemática
- f) Resuelve el problema a partir del modelo.