

Anchura de decaimiento del pión (Artículo de revisión)

Decay Rate of the pion

Kelvin Julinio Ramos Villalobos*, Kelman Widman Marín Rengifo

Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, Universidad Nacional de Trujillo, Av. Juan Pablo II s/n – Ciudad Universitaria, Trujillo, Perú.

* Autor correspondiente: kramosv@unitru.edu.pe (K. Ramos)

DOI: [10.17268/rev.cyt.2021.01.07](https://doi.org/10.17268/rev.cyt.2021.01.07)

RESUMEN

Se hace una explicación del origen de la estructura V-A de la interacción débil y siguiendo las reglas de Feynman para procesos de interacción débil se logra obtener la amplitud invariante para el decaimiento del pión cargado π , se aprovecha este resultado para determinar la razón de decaimiento del modo electrónico relativo al muónico cuyo valor es $1,283 \times 10^{-4}$. Esto comprueba que el pión tiene una alta probabilidad en decaer en un muón μ^- antes que un electrón e^- .

Palabras clave: Estructura V-A de la interacción débil; amplitud invariante; anchura de decaimiento.

ABSTRACT

An explanation of the origin of the V-A structure of the weak interaction is made and following the Feynman rules for weak interaction processes it is possible to obtain the invariant amplitude for the decay of the charged pion π . This result is used to determine the decay rate of the electronic mode relative to the muonic whose value is $1,283 \times 10^{-4}$. This proves that the pion has a high probability of decaying by a μ^- muon before an e^- electron.

Keywords: V-A structure of the V-A weak interaction; invariant amplitude; decay rate.

1. INTRODUCCIÓN

La interacción responsable de que las partículas presente decaimiento es conocida como interacción débil. Quizá la razón por la cual esta interacción no nos sea tan familiar, en comparación con las interacciones gravitacionales y electromagnéticas, radica en el hecho de que sus efectos son apreciables a distancias extremadamente pequeñas del orden de los 10^{-18}m (una billonésima de billonésima de un metro); es decir, la interacción es de corto alcance. Se diferencia de la interacción nuclear fuerte por no conservar la paridad.

El pión cargado π es una antipartícula con spin 0. Según la clasificación hecha en el modelo estándar esta partícula pertenece al grupo de los mesones debido a que está constituido por un quark down (d) y un anti-up (\bar{u}), y además presenta una vida media de 8.4×10^{-17} segundos. Dentro del enorme número de las partículas predichas y descubiertas por los físicos se encuentra el muón cargado μ^- , que a diferencia del pión ésta es una partícula leptónica o elemental, y es más pesada que el electrón e^- .

Consideramos el resultado de que la paridad no se conserva para procesos donde interviene la interacción débil (Chien-Shiung Wu, 1957) como un buen punto de partida importante para entender los decaimientos de las partículas. Algunas motivaciones para el estudio de los piones es que garantizan la estabilidad de los núcleos, permitiendo que algunos neutrones se transformen en protones y viceversa. La producción de partículas extrañas mediante la colisión pión - protón (Fernández; Ramón, 2018).

El decaimiento del pión, puede ocurrir por dos posibles canales: el canal del electrón y del muón, de estos dos el que presenta mayor probabilidad es el último. Decimos que el pión tiene una mayor inclinación para decaer por el muón. El propósito de este trabajo es comprobar estos resultados calculando la razón de las anchuras de decaimiento del pión por el canal del electrón y del muón haciendo uso de las reglas de Feynman de las interacciones débiles.

Para los cálculos y las ecuaciones que se presentan a continuación se tendrá en cuenta el uso de las unidades naturales $\hbar=c=1$.

2. ESTRUCTURA V-A DE LA INTERACCIÓN DÉBIL

Un experimento que cambió nuestro modo de entender la física de las interacciones débiles lo realizó Chien-Shiung Wu y sus colaboradores en la década de los 50 cuando estudió el decaimiento nuclear β^- del Cobalto-60 polarizado, $^{60}\text{Co} \rightarrow ^{60}\text{Ni} + e^- + \bar{\nu}_e$. De acuerdo con Thompson (2013) el experimento se realiza en dos circunstancias. En la primera, se alinea un campo magnético \mathbf{B} en la misma dirección que el momento magnético permanente $\boldsymbol{\mu}$ que posee el ^{60}Co y como resultado se obtiene un flujo de partículas beta con momento \mathbf{p} a diferentes ángulos polares en el hemisferio 1 que tiene la misma dirección que el campo magnético (Figura.1 (izquierda)). En la segunda parte (Figura 1(derecha)), se hace una transformación de paridad: el momento \mathbf{p} por ser una cantidad vectorial transforma como $-\mathbf{p}$, mientras que el campo magnético \mathbf{B} y el momento magnético $\boldsymbol{\mu}$ por ser vectores axiales permanecen invariantes ante tal transformación, y como resultado se obtiene una razón de flujo de partículas beta en el hemisferio 2 (opuesto al hemisferio 1) mayor al que se obtuvo en la primera parte. Si la paridad se conservara en este proceso, ésta razón de flujo de partículas debería ser igual.

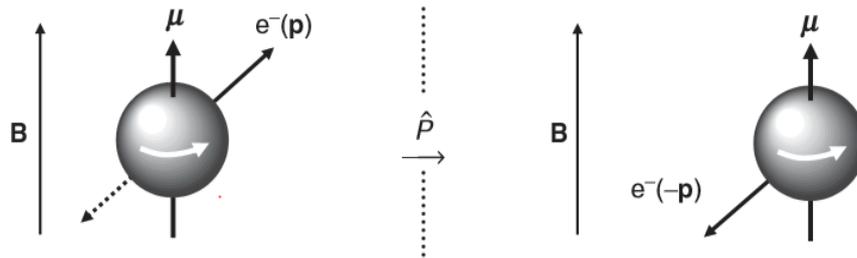


Figura 1. Decaimiento β^- del ^{60}Co

En el experimento, (Wu; Ambler; Hayward; Hoppes; Hudson, 1957) concluyen que existe una asimetría en la distribución entre θ (hemisferio 1) y $180^\circ - \theta$ (hemisferio 2), donde θ es el ángulo entre la orientación del núcleo padre y el momento de los electrones; siendo esto una prueba unívoca que la paridad no es conservada en el decaimiento beta y de manera particular se confirma que el efecto de asimetría de paridad se observa en el decaimiento del ^{60}Co orientado.

Se sabe que la corriente de interacción para QED y QCD (que conservan paridad) tiene naturaleza vectorial, pero como interacciones débiles violan paridad se hace necesario reconstruir la forma de esta corriente de modo que tenga en cuenta el efecto de tal asimetría. Para ello se toma una combinación de las formas bilineales covariantes e invariantes de Lorentz vector $j_V^\mu = \bar{u}(p)\gamma^\mu u(p)$ y axial vector $j_A^\mu = \bar{u}(p)\gamma^\mu\gamma^5 u(p)$. Las componentes temporal y espacial de la corriente vector ante transformación de paridad transforman como: $j_V^0 \rightarrow j_V^0$ y $j_V^k \rightarrow -j_V^k$, respectivamente, mientras que las componentes de la corriente vector axial bajo paridad transforman como: $j_A^0 \rightarrow -j_A^0$ y $j_A^k \rightarrow j_A^k$.

3. REGLAS DE FEYNMAN PARA EL ACOPLAMIENTO LEPTÓN- W^\pm

Por cada partícula en estado final escribimos el espinor, solución de la ecuación de Dirac, $\bar{u}(p)$ y por cada antipartícula en estado final escribimos el espinor $v(p)$. En la Figura 2 se muestra la representación gráfica de tales estados.



Figura 2. (a) Estado final de una partícula. (b) Estado final de una antipartícula.

En la Figura 3 se muestra la representación del diagrama de Feynman para el acoplamiento $l^- - W^-$, donde l^- denota a los leptones de carga negativa (electrón y muón), $\bar{\nu}_l$ es el antineutrino leptónico y W^- representa al bosón intermediador de la fuerza débil. De acuerdo a las reglas de Feynman, este acoplamiento se representa por ecuación siguiente:

$$-ig_w \gamma^\mu (1 - \gamma^5) / (2\sqrt{2}) \tag{1}$$

El propagador asociado con el intercambio de un bosón cargado W^- es dado por: $-i(g^{\mu\nu} - q^\mu q^\nu / M_W^2) / (q^2 - M_W^2)$ donde q es el momento del bosón. Para bajas energías ($q^2 \ll M_W^2$), este propagador se reduce a:

$$ig_{\mu\nu} / M_W^2 \tag{2}$$

El diagrama de Feynman para el decaimiento de pion $\pi^-(d\bar{u}) \rightarrow l^-\bar{\nu}_l$ en los canales e^- y μ^- es mostrado en la Figura 4.

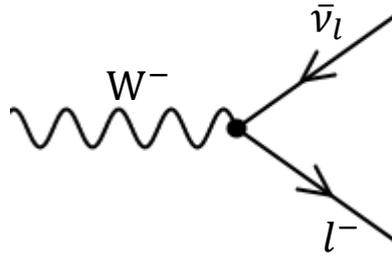


Figura 3. Representación de la interacción bosón-leptón.

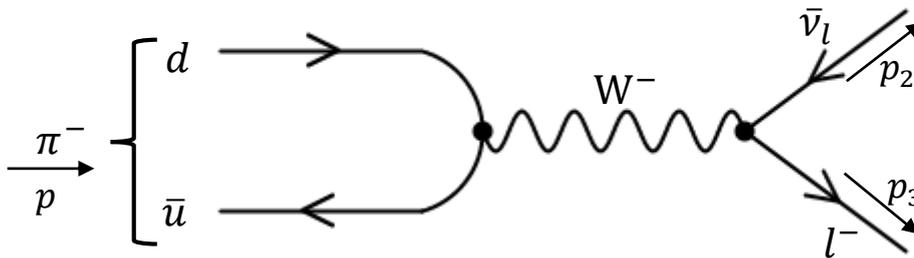


Figura 4. Diagrama de Feynman para el decaimiento del pión.

4. MATERIAL Y MÉTODOS

Los métodos que se utiliza son los utilizados en Física de Partículas como: Métodos para calcular las amplitudes invariantes, Teoría cuántica de campos y reglas de los Diagramas de Feynman.

4.1 Amplitud invariante

Para calcular la amplitud invariante promedio, se aplica las reglas de Feynman descritas anteriormente al diagrama de decaimiento del pión (Figura 4) en un sistema de referencia en el cual el pión cargado π^- se encuentra en reposo (Figura 5). La amplitud para el decaimiento de esta partícula ($\pi^- \rightarrow l^-\bar{\nu}_l$); con p , p_2 y p_3 denotando el momento del pión, antineutrino leptónico y leptón, respectivamente, según Griffiths (2008), tiene la forma general siguiente:

$$\mathcal{M} = g_w^2 / (8M_w^2) [\bar{u}(3)\gamma_\mu(1-\gamma^5)v(2)]F^\mu \quad (3)$$

donde: $g_w = 1.26 \times 10^{-5} m_p^{-2}$ es la constante de interacción débil, $M_w = 80.385 \pm 0.015 \text{ GeV}$ es la masa del bosón cargado W^- , γ_μ son las matrices de Dirac y F^μ es el factor de forma para la interacción $\pi^- \rightarrow W^-$ y debido a que el pión tiene spin 0 éste es expresado, en términos de su momento p^μ , como $F^\mu = f_\pi p^\mu$ con f_π la constante del decaimiento del pión.

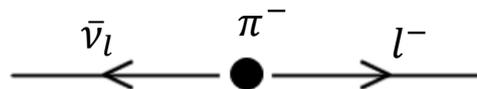


Figura 5. Decaimiento del pión visto desde un sistema en el cual se encuentra en reposo.

Teniendo en cuenta las propiedades de las trazas de las matrices de Dirac, de (3) se deriva que la amplitud invariante promedio o simplemente amplitud viene dado por (Griffiths, 2008):

$$\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle = [f_\pi^2 g_w^4 / (64M_w^4)] p_\mu p_\nu \text{Tr}[\gamma^\mu(1-\gamma^5)p_2\gamma^\nu(1-\gamma^5)(p_3-m_l)] \quad (4)$$

Si consideramos la definición $p = \gamma^\mu p_\mu$ y la linealidad de las trazas ($\text{Tr}[\alpha A + B] = \alpha \text{Tr}[A] + \text{Tr}[B]$ donde α es un escalar, A y B son matrices), entonces al evaluar la traza de (4), ésta resulta ser:

$$\text{Tr}[\gamma^\mu(1-\gamma^5)p_2\gamma^\nu(1-\gamma^5)(p_3-m_l)] = (p_2)_\lambda (p_3)_\sigma \text{Tr}[\gamma^\mu(1-\gamma^5)\gamma^\lambda\gamma^\nu(1-\gamma^5)\gamma^\sigma] - m_l (p_2)_\lambda \text{Tr}[\gamma^\mu(1-\gamma^5)\gamma^\lambda\gamma^\nu(1-\gamma^5)] \quad (5)$$

De la ecuación (5) podemos ver que la traza en (4) se ha dividido en dos términos, donde cada uno de ellos posee una traza diferente. En el Apéndice se evalúa cada una de éstas trazas haciendo uso de las propiedades de las matrices de Dirac. El resultado que se obtiene es el siguiente:

$$\text{Tr}[\gamma^\mu(1-\gamma^5)p_2\gamma^\nu(1-\gamma^5)(p_3-m_l)]=8(p_2^\mu p_3^\nu-\eta^{\mu\nu}p_2\cdot p_3+p_2^\nu p_3^\mu+i(p_2)_\lambda(p_3)_\sigma\epsilon^{\mu\lambda\nu\sigma}) \quad (6)$$

Al sustituir (6) en (4) obtenemos:

$$\begin{aligned} \langle |\mathcal{M}|^2 \rangle &= [f_\pi^2 g_w^4 / (8M_w^4)] p_\mu p_\nu (p_2^\mu p_3^\nu - \eta^{\mu\nu} p_2 \cdot p_3 + p_2^\nu p_3^\mu + i(p_2)_\lambda (p_3)_\sigma \epsilon^{\mu\lambda\nu\sigma}) \\ &= [f_\pi^2 g_w^4 / (8M_w^4)] (p_\mu p_\nu p_2^\mu p_3^\nu - p_\mu p_\nu \eta^{\mu\nu} p_2 \cdot p_3 + p_\mu p_\nu p_2^\nu p_3^\mu + i(p_2)_\lambda (p_3)_\sigma p_\mu p_\nu \epsilon^{\mu\lambda\nu\sigma}) \end{aligned} \quad (7)$$

Si consideramos la condición de Lorentz, $p^\mu \epsilon_\mu = 0$, entonces la amplitud para el decaimiento del pión viene dado por

$$\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle = [f_\pi^2 g_w^4 / (8M_w^4)] (2(p \cdot p_2)(p \cdot p_3) - p^2(p_2 \cdot p_3)) \quad (8)$$

Para obtener una forma simplificada de ésta amplitud necesitamos expresar el valor de $(2(p \cdot p_2)(p \cdot p_3) - p^2(p_2 \cdot p_3))$ en términos de parámetros conocidos (como la masa de cada una de las partículas que están participando en el decaimiento). Este procedimiento se realiza a continuación.

Si observamos el diagrama de decaimiento del pión en Figura 4 nos damos cuenta que la conservación de la energía-momento es dado mediante:

$$p = p_2 + p_3 \quad (9)$$

De la relatividad especial de Einstein se sabe que el 4-momento p_μ al cuadrado para una partícula masiva, con masa en reposo m_0 , viene dado como $p_\mu p^\mu = m_0^2$. En ese sentido, si asumimos que el antineutrino leptónico $\bar{\nu}_l$ de momento p_2 es una partícula con masa despreciable, entonces $p_2 \cdot p_2 = 0$. Para el leptón l^- de masa m_l se tiene $p_3 \cdot p_3 = m_l^2$. A partir de la ecuación (9) y de los resultados últimos se deriva las siguientes relaciones:

$$p \cdot p_2 = p_3 \cdot p_2 \quad (10)$$

$$p \cdot p_3 = p_2 \cdot p_3 + m_l^2 \quad (11)$$

Otra ecuación que se deriva y se puede obtener fácilmente de la ecuación conservación de energía-momento en (9) es dado por

$$2(p_2 \cdot p_3) = p \cdot p - p_2 \cdot p_2 - p_3 \cdot p_3 \quad (12)$$

Sabiendo que el pión π^- de momento p tiene masa m_π , entonces se cumple que $p \cdot p = m_\pi^2$. Por lo tanto, en (12) se logra encontrar

$$2(p_2 \cdot p_3) = (m_\pi^2 - m_l^2) \quad (13)$$

A continuación hacemos uso de los resultados en (10), (11) y (13) para desarrollar los términos que aparece en (8). Esto es,

$$\begin{aligned} 2(p \cdot p_2)(p \cdot p_3) - p^2(p_2 \cdot p_3) &= 2[p_2 \cdot p_3(p_2 \cdot p_3 + m_l^2)] - p^2(p_2 \cdot p_3) \\ &= p_2 \cdot p_3(2p_2 \cdot p_3 + 2m_l^2 - p^2) \\ &= [(m_\pi^2 - m_l^2)/2][(m_\pi^2 - m_l^2) + 2m_l^2 - m_\pi^2] \\ &= m_l^2(m_\pi^2 - m_l^2)/2 \end{aligned} \quad (14)$$

Al sustituir (14) en (8) obtenemos lo siguiente:

$$\begin{aligned} \langle |\mathcal{M}|^2 \rangle &= [f_\pi^2 g_w^4 / (8M_w^4)] (m_l^2(m_\pi^2 - m_l^2)/2) \\ &= [g_w^4 / (16M_w^4)] f_\pi^2 m_l^2(m_\pi^2 - m_l^2) \end{aligned} \quad (15)$$

Como podemos ver $\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle$ es una constante debido a que depende únicamente de constantes conocidas. Lo único desconocido y que nos imposibilita conocer la amplitud es la constante de decaimiento del pión f_π . Sin embargo, es posible usar el resultado de la amplitud para calcular la anchura de decaimiento del pión y así obtener información acerca de este decaimiento.

4.2 Anchura de decaimiento

El ancho de decaimiento Γ para el decaimiento $\pi^- \rightarrow l + \bar{\nu}_l$, el cual indica la probabilidad por unidad de tiempo para que el pión se desintegre, en términos de la amplitud (revisar el Apéndice), viene dado por:

$$\Gamma = [4\pi / (32\pi^2 m_\pi^2)] [(m_\pi^2 - m_l^2) / 2m_\pi] \langle |\mathcal{M}|^2 \rangle \quad (16)$$

El resultado encontrado en (15), se sustituye en (16) y se obtiene:

$$\begin{aligned} \Gamma &= (m_\pi^2 - m_l^2) / (16\pi m_\pi^3) [g_w^4 / (16M_w^4)] f_\pi^2 m_l^2 (m_\pi^2 - m_l^2) \\ &= [g_w^4 / (256M_w^4 \pi m_\pi^3)] f_\pi^2 m_l^2 (m_\pi^2 - m_l^2)^2 \end{aligned} \quad (17)$$

En (17) está implícito los dos modos de decaimiento que presenta el pión. Si se analizan cada uno de ellos por separado se encuentra que para el canal del electrón $l=e$, la anchura de decaimiento viene dado como:

$$\Gamma(\pi^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e) = [g_w^4 / (256 M_w^4 \pi m_\pi^3)] f_\pi^2 m_e^2 (m_\pi^2 - m_e^2)^2 \quad (18)$$

mientras que para el canal del muón $l=\mu$ se obtiene:

$$\Gamma(\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu) = [g_w^4 / (256 M_w^4 \pi m_\pi^3)] f_\pi^2 m_\mu^2 (m_\pi^2 - m_\mu^2)^2 \quad (19)$$

Analizado (18) y (19) podemos concluir que no es posible calcular la anchura del pión debido a que desconocemos el valor de la constante de decaimiento del pión f_π . Sin embargo, si es posible calcular la razón de decaimiento del modo electrónico $\pi^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e$ relativo al modo muónico $\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu$ (Cottingham, 2007). Esto es,

$$\Gamma(\pi^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e) / \Gamma(\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu) = m_e^2 (m_\pi^2 - m_e^2)^2 / m_\mu^2 (m_\pi^2 - m_\mu^2)^2 \quad (20)$$

Se sustituye el valor de las masas del electrón $m_e=0.510999\text{MeV}$, del muón $m_\mu=105.659\text{MeV}$ y del pión $m_\pi=139.570\text{MeV}$ en (20) y se obtiene como resultado (Griffiths, 2008):

$$\Gamma(\pi^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e) / \Gamma(\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu) = 1.283 \times 10^{-4} \quad (21)$$

Como se puede observar, éste valor es muy pequeño. El valor experimental para tal razón de decaimiento es $(1.235 \pm 0.005) \times 10^{-4}$ (Czapek; Federspiel; Flückiger; Frei; Hahn; Hug; Hugentobler; Krebs; Moser; Muster; Ramseyer; Scheidier; Schlatter; Stucki, 1993). Esto comprueba que el pión presenta una preferencia de decaimiento hacia el muón antes que al electrón.

5. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

El resultado de que la paridad no se conserva para procesos donde interviene la interacción débil realizado por Chien-Shiung Wu es la base para entender los decaimiento de las partículas, da origen a la estructura V-A de la corriente de interacción débil y en consecuencia modifica las reglas usuales de Feynman de QCD.

La amplitud para el decaimiento del pión encontrado en (15) depende solamente de las masas de las partículas que intervienen en el proceso, de la constante de interacción débil y de la constante de decaimiento del pión.

Del resultado obtenido en (17) se deduce que la razón de decaimiento solo depende de masas de las partículas involucradas en el decaimiento del pión π^- ; esto es, de la masa del muón, electrón y del pión mismo. Debido a la pequeñez del valor encontrado en (21), se deduce que es más probable que el pión cargado decaiga por el canal del muón. Esto implica que el muón tiene como fuente de producción al decaimiento del pión.

Si la masa del electrón fuera nula, entonces a partir del resultado en (20) se encontraría que la razón de decaimiento del pión por el canal del electrón relativo al canal del muón sería cero. Esto implicaría que el decaimiento del pión por el canal del electrón estaría prohibido.

6. CONCLUSIONES

Al estudiar los procesos donde interviene la interacción débil es necesario tener en cuenta que la paridad no se conserva. Las reglas de Feynman son de gran ayuda al momento de calcular la amplitud y la anchura de decaimiento en los decaimientos de las partículas. El pión cargado π^- tiene una preferencia en decaer por el canal del muón μ^- antes que por el canal del electrón e^- . Esto implica que la existencia del muón es debido al decaimiento del pión.

AGRADECIMIENTOS

A mis padres Sixto Ramos y Santos Villalobos por su apoyo moral y económico y al profesor Kelman Marín Rengifo por su notable contribución a la publicación del presente trabajo.

Apéndice

Desarrollo de traza

Para calcular:

$$\text{Tr}[\gamma^\mu (1-\gamma^5) p_2 \gamma^\nu (1-\gamma^5) (p_3 - m_l)] = (p_2)_\lambda (p_3)_\sigma \text{Tr}[\gamma^\mu (1-\gamma^5) \gamma^\lambda \gamma^\nu (1-\gamma^5) \gamma^\sigma] - m_l (p_2)_\lambda \text{Tr}[\gamma^\mu (1-\gamma^5) \gamma^\lambda \gamma^\nu (1-\gamma^5)] \quad (22)$$

Se consideran las siguientes propiedades de las matrices de Dirac: $(\gamma^5)^2=1$, $\{\gamma^5, \gamma^\mu\}=0$. Además del resultado de las trazas

$$\text{Tr}[\gamma^\mu \gamma^\lambda \gamma^\nu] = 0, \text{Tr}[\gamma^5 \gamma^\mu \gamma^\lambda \gamma^\nu] = 0, \text{Tr}[\gamma^\mu \gamma^\lambda \gamma^\nu \gamma^\sigma] = 4(\eta^{\mu\lambda} \eta^{\nu\sigma} - \eta^{\mu\nu} \eta^{\lambda\sigma} + \eta^{\lambda\nu} \eta^{\mu\sigma}), \text{Tr}[\gamma^5 \gamma^\mu \gamma^\lambda \gamma^\nu \gamma^\sigma] = 4i \epsilon^{\mu\lambda\nu\sigma} \quad (23)$$

donde $\epsilon^{\mu\lambda\nu\sigma}$ es el tensor de Levi-Civita en 4-dimensiones.

En consecuencia, la traza del primer sumando del miembro de la derecha en (22) viene a ser:

$$\begin{aligned} \text{Tr}[\gamma^\mu(1-\gamma^5)\gamma^\lambda\gamma^\nu(1-\gamma^5)\gamma^\sigma] &= \text{Tr}[\gamma^\mu\gamma^\lambda\gamma^\nu\gamma^\sigma] - \text{Tr}[\gamma^\mu\gamma^5\gamma^\lambda\gamma^\nu\gamma^\sigma] - \text{Tr}[\gamma^\mu\gamma^\lambda\gamma^\nu\gamma^5\gamma^\sigma] + \text{Tr}[\gamma^\mu\gamma^5\gamma^\lambda\gamma^\nu\gamma^5\gamma^\sigma] \\ &= \text{Tr}[\gamma^\mu\gamma^\lambda\gamma^\nu\gamma^\sigma] + \text{Tr}[\gamma^5\gamma^\mu\gamma^\lambda\gamma^\nu\gamma^\sigma] + \text{Tr}[\gamma^5\gamma^\mu\gamma^\lambda\gamma^\nu\gamma^\sigma] + \text{Tr}[\gamma^\mu\gamma^\lambda\gamma^\nu\gamma^\sigma] \\ &= 8(\eta^{\mu\lambda}\eta^{\nu\sigma} - \eta^{\mu\nu}\eta^{\lambda\sigma} + \eta^{\lambda\nu}\eta^{\mu\sigma}) + 8i\epsilon^{\mu\lambda\nu\sigma} \end{aligned} \quad (24)$$

De manera similar, para la traza del segundo término del miembro de la derecha en (22) se tiene lo siguiente:

$$\begin{aligned} \text{Tr}[\gamma^\mu(1-\gamma^5)\gamma^\lambda\gamma^\nu(1-\gamma^5)] &= \text{Tr}[\gamma^\mu\gamma^\lambda\gamma^\nu] - \text{Tr}[\gamma^\mu\gamma^5\gamma^\lambda\gamma^\nu] - \text{Tr}[\gamma^\mu\gamma^\lambda\gamma^\nu\gamma^5] + \text{Tr}[\gamma^\mu\gamma^5\gamma^\lambda\gamma^\nu\gamma^5] \\ &= 0 \end{aligned} \quad (25)$$

De los resultados (24) y (25), se deduce que (22) es dado por:

$$\text{Tr}[\gamma^\mu(1-\gamma^5)p_2\gamma^\nu(1-\gamma^5)(p_3-m_l)] = 8(p_2)_\lambda(p_3)_\sigma(\eta^{\mu\lambda}\eta^{\nu\sigma} - \eta^{\mu\nu}\eta^{\lambda\sigma} + \eta^{\lambda\nu}\eta^{\mu\sigma} + i\epsilon^{\mu\lambda\nu\sigma}) \quad (26)$$

La expresión en (26) puede desarrollarse aún más si consideramos la propiedad de subida y bajada de índices que permite la métrica, por lo tanto:

$$\begin{aligned} \text{Tr}[\gamma^\mu(1-\gamma^5)p_2\gamma^\nu(1-\gamma^5)(p_3-m_l)] &= 8((p_2)_\lambda\eta^{\mu\lambda}(p_3)_\sigma\eta^{\nu\sigma} - \eta^{\mu\nu}(p_2)_\lambda(p_3)_\sigma\eta^{\lambda\sigma} + (p_2)_\lambda\eta^{\lambda\nu}(p_3)_\sigma\eta^{\mu\sigma} + i(p_2)_\lambda(p_3)_\sigma\epsilon^{\mu\lambda\nu\sigma}) \\ &= 8(p_2^\mu p_3^\nu - \eta^{\mu\nu}p_2 p_3 + p_2^\nu p_3^\mu + i(p_2)_\lambda(p_3)_\sigma\epsilon^{\mu\lambda\nu\sigma}) \end{aligned} \quad (27)$$

Ancho de decaimiento en términos de la amplitud

Según Thompson (2013), la anchura de decaimiento del π^- en las partículas l^- y $\bar{\nu}_l$, en términos de la amplitud, viene dado mediante la integral

$$\Gamma = [4\pi|\mathbf{p}_2|/(32\pi^2 m_\pi^2)] \int |\mathcal{M}|^2 d\Omega \quad (28)$$

donde el momento del antineutrino $\bar{\nu}_l$ es dado por $|\mathbf{p}_2| = (m_\pi^2 - m_l^2)/2m_\pi$. Teniendo en cuenta que $|\mathcal{M}|^2$ no depende de las variables angulares, se deduce de (28) que la razón de decaimiento para el pión viene dado por:

$$\Gamma = [4\pi/(32\pi^2 m_\pi^2)] [(m_\pi^2 - m_l^2)/2m_\pi] \langle |\mathcal{M}|^2 \rangle \quad (29)$$

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Wu, C.; Ambler, E.; Hayward, R.; Hoppes, D.; Hudson, R. 1957. Experimental test of parity conservation in beta decay. *Physical Review* 105 (4): 1413-1415.
- Czapek, G.; Federspiel, A.; Flückiger, A.; Frei, D.; Hahn, B.; Hug, C.; Hugentobler, E.; Krebs, W.; Moser, U.; Muster, D.; Ramseyer, E.; Scheidier, H.; Schlatter, P.; Stucki, G. 1993. Branching Ratio for the Rare Pion Decay into Positron and Neutrino. *Physical Review Letters* 70 (1): 17-20.
- Cottingham, W. 2007. *An Introduction to the Standard Model of Particle Physics: Weak Interactions-low energy phenomenology*. 2da Edición. Editorial Cambridge University Press. New York. 93 pp.
- Griffiths, D. 2008. *Introduction to Elementary Particles: Weak Interactions*. 2da Edición. Editorial WILEY-VCH. Zaragoza, USA. 321 pp.
- Thompson, M. 2013. *Modern Particle Physics: The Weak Interactions-V-A structure of weak interaction*. Editorial Cambridge University Press. New York. 290 pp.
- Fernández, R.; Ramón, M. 2018. *Partículas elementales*. Edición Pirámide. ISBN. 978-84368-4018-6. España. 304 pp.