Revista CIENCIA Y TECNOLOGÍA

ISSN 1810-6781 Rev. Cienc. Tecnol. 16(3): 145 -157, (2020)

Síntesis de mecanismos articulados de múltiples circuitos mediante diadas estándar

Synthesis of articulated mechanisms of multiple circuits by means of standard dyad

Edward Javier León Lescano*; Luis Deivin Lozano Oliva

Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Trujillo, Av. Juan Pablo II s/n - Ciudad Universitaria, Trujillo, Perú.

* Autor correspondiente: eleon@unitru.edu.pe (E. León)

DOI: 10.17268/rev.cyt.2020.03.14

RESUMEN

Se establece un método para el cálculo de las longitudes de los eslabones de mecanismos articulados de múltiples circuitos para realizar el guiado de cuerpos rígidos por posiciones prescritas. Las dimensiones del mecanismo se determinaron usando diadas estándar, obteniéndose ecuaciones vectoriales en lazo cerrado para cada posición prescrita. Los ángulos de rotación de los eslabones de entrada de las diadas, están contenidos en ecuaciones trascendentales. Se determina el lugar geométrico de los pivotes fijos y móviles y su selección se realiza considerando criterios propios de la aplicación. Se tomó como caso de estudio la síntesis de la prótesis del dedo de la mano de una persona, los criterios de diseño fueron: (i), el espesor de la prótesis debe estar en el rango del dedo de una persona promedio, (ii), los mecanismos deben cumplir la condición de Grashof, y (iii), mayor ventaja mecánica en la posición de agarre.

Palabras clave: Síntesis de mecanismos; diadas estándar; ventaja mecánica; mecanismo tipo Watt I.

ABSTRACT

A calculation method is established for the length estimation of links of multi-circuit linkage mechanisms for guiding rigid bodies by prescribed positions. The mechanism dimensions were determined using standard dyads by the use of closed loop vector equations for each prescribed position. The rotation angles of the input links of the dyads are contained in transcendental equations. The geometric location of fixed and mobile pivots is determined whereas their selection is made by considering own application criteria. The synthesis of the prosthesis of a human finger was taken as a case study, the design criteria were: (i), the thickness of the prosthesis should be in the range of the finger of an average person, (ii), the mechanism must meet the Grashof condition, and (iii), greater mechanical advantage in the grip position.

Keywords: Synthesis of mechanisms; standard dyads; mechanical advantage; Watt I type mechanism.

1. INTRODUCCIÓN

La síntesis de mecanismos y sus aplicaciones responden a ciertos requisitos específicos: ubicación de pivotes fijos, longitudes adecuadas de los eslabones, guiado de cuerpos por posiciones definidas, limitaciones de espacio de trabajo, etc. Esto hace que no sea posible tener una metodología de diseño general. La mayoría de métodos de síntesis, son de elevada complejidad numérica y necesitan el aporte del cálculo computacional, más aún si el número de elementos del mecanismo articulado es de seis barras o más (Lugo, 2012).

Desde la óptica de la biomecánica la mano humana es un sistema mecánico compuesto de segmentos de huesos que son equilibrados por tendones y músculos, los cuales responden a ciertas restricciones articulares. Una de las características más importantes del agarre, es la capacidad de adaptarse a los objetos que sujeta, esto gracias a la disposición y tamaño de las estructuras que conforman la mano. La subdivisión de los dedos viene dada por tres falanges, el metacarpo y tres articulaciones, que forman en conjunto, una cadena cinemática (Sospedra *et al.*, 2015).

Sospedra *et al.* (2015) diseñaron una prótesis de mano multidedo antropomórfica, centrada en determinar los parámetros de fabricación, detallándose: grados de libertad, rangos de movilidad, dimensiones y pesos límites, tipos de agarre, capacidades de presión, etc. Nos plantea, además, alternativas para el diseño de la mano, donde considera especificaciones como: la practicidad de montaje, fabricabilidad, modularidad, coste de fabricación y control automático.

Radcliffe (1994) determinó el uso de los centros instantáneos de velocidad de los eslabones como criterio de diseño para un mecanismo de cuatro barras usado como prótesis de rodilla, que las líneas de carga de la fuerza de apoyo del pie deben pasar por el centro instantáneo de velocidad de los eslabones fijo y acoplador del mecanismo.

La síntesis de mecanismos articulados se basa entonces en establecer un método para el cálculo de las dimensiones de los eslabones, además de definir los criterios de diseño adecuados.

2. MATERIALES Y MÉTODOS

2.1 Objeto de estudio

Mecanismo articulado de seis barras

2.2 Métodos y técnicas

La investigación es aplicada, y se presenta como caso de estudio la síntesis de un mecanismo articulado para el dedo de la mano de una persona, según el procedimiento siguiente:

- Proponer un mecanismo articulado, para ser usado como prótesis del dedo índice de la mano de una persona.
- Dividir en mecanismos de cuatro barras, uno para las falanges proximal media y otro para las falanges media - distal.
- Definir un punto en la falange distal y establecer sus coordenadas en tres posiciones prescritas.
- Establecer los puntos prescritos para la articulación interfalángica distal.
- Realizar la síntesis de los mecanismos de cuatro barras para las falanges proximal media y media distal.
- Desarrollar un programa para obtener la longitud de los eslabones de los dos circuitos de cuatro barras, los cuales deben cumplir con las condiciones: altura de falanges, condición de Grashof y ventaja mecánica.

2.3 Síntesis de mecanismos mediante diadas estándar

2.3.1 Síntesis analítica de movimiento de tres posiciones.

El guiado de cuerpos ligados al elemento 3 de la Figura 1, se puede analizar tomando como datos los puntos P1, P2, P3, como puntos de precisión y α_2 y α_3 , como ángulos de rotación del cuerpo. Se pueden escribir las ecuaciones para los lazos cerrados que se originan al cambiar de la posición 1 a la posición 2 y de la posición 1 a la posición 3 (Norton, 2000).

$$(W_i) + (Z_i) - (P_{i1}) - (Z_1) - (W_1) = 0$$
Dónde: i = 2,3
(1)

Al sustituir los vectores con sus equivalentes en números complejos. $we^{j\beta}(e^{j\beta_i}-1) + ze^{j\phi}(e^{j\alpha_i}-1) = P_{i1}e^{j\delta_i}$

(2)

Reemplazando:

$A = cos\beta_2 - 1$	$B = sen\beta_2$	$C = cos\alpha_2 - 1$	
$D = sen\alpha_2$	$E = P_{21} cos \delta_2$	$F = cos\beta_3 - 1$	
$G = sen\beta_3$	$H = cos\alpha_3 - 1$	$K = sen\alpha_3$	(3)
$L = P_{31} cos \delta_3$	$M = P_{21}sen\delta_2$	$N = P_{31} sen \delta_3$	



Figura 1. Lazos vectoriales para la síntesis analítica en tres posicione (Norton, 2000).

El sistema puede expresarse en forma de matriz estándar y tiene solución para valores de $\beta_{2y}\beta_3$ asumidos

$$\begin{bmatrix} A & -B & C & -D \\ F & -G & H & -K \\ B & A & D & C \\ G & F & K & H \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} W_{1x} \\ W_{1y} \\ Z_{1x} \\ Z_{1y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F \\ L \\ M \\ N \end{bmatrix}$$
(4)

2.3.2 Síntesis analítica de movimiento de tres posiciones, con pivotes fijos.

La Figura 1 muestra la diada WZ en tres posiciones. Se puede trazar un vector de posición R_1 desde la raíz del vector W_1 hasta el origen global en P_1 , R_2 a P_2 y R_3 a P_3 (Norton, 2000).

$$W + Z = R_1$$

$$We^{j\beta_2} + Ze^{j\alpha_2} = R_2$$

$$We^{j\beta_3} + Ze^{j\alpha_3} = R_3$$
(5)

Se puede especificar las componentes **x** e **y** del pivote O₂ como elecciones libres y resolver para $\beta_{2y}\beta_3$. Estos ángulos están contenidos en ecuaciones transcendentales. Se puede observar que, si se suponen valores para $\beta_{2y}\beta_3$, podría haber solo una solución para W y Z, si el determinante de la matriz (Ecuación 6) fuese igual a cero (Norton, 2000).

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & R_1 \\ e^{j\beta_2} & e^{j\alpha_2} & R_2 \\ e^{j\beta_2} & e^{j\beta_3} & R_3 \end{bmatrix} = 0$$
(6)

Se expande esta determinante con respecto a la primera columna que contiene las incógnitas actuales $\beta_{2y}\beta_3$.

$$(R_3 e^{j\alpha_2} - R_2 e^{j\alpha_3}) + e^{j\beta_2} (R_1 e^{j\alpha_3} - R_3) + e^{j\beta_3} (R_2 - R_1 e^{j\alpha_2}) = 0$$
(7)

Simplificando:

$$A + Be^{j\beta_2} + Ce^{j\beta_3} = 0 (8)$$

Se pueden encontrar los valores para $\beta_{2y}\beta_3$ [Anexo B].

2.3.3 Caso de estudio: Prótesis del dedo de la mano de una persona

Se desea mantener el aspecto y movimiento natural de los dedos de la mano de una persona y se estableció un mecanismo que en su forma anatómica (Figura 2) y en sus movimientos sea similar al dedo índice de la mano de una persona (Sospedra *et al.*, 2015).

En la Figura 2 las falanges corresponden a:

- $W = \overline{F.P} = Falange \ proximal$ $Z = \overline{F.M} = Falange \ media$
- $N = \overline{F.D} = Falange distal$



Figura 2. Mecanismo de seis barras tipo Watt I como modelo del dedo índice de la mano de una persona (Ceccarelli *et al.*, 2005).

3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

3.1 Posición de las falanges para agarre cilíndrico y puntos prescritos

Tomamos como datos para la síntesis del mecanismo los puntos de precisión presentados por Malásquez (2016). Tres puntos de precisión para el extremo de la falange distal (punto E, Figura 2) y el punto de precisión P₁ (articulación interfalángica distal), además de los ángulos $\beta_{2y}\beta_{3}$.

$E_1 = (32,75; 89,51)$	$E_3 = (49, 27; -24, 28)$	$\beta_2 = -19,49$
$E_2 = (72, 32; 45, 76)$	$P_1 = (18, 98; 68, 87)$	$\beta_3 = -50^\circ$

Aplicando las relaciones de Ceccarelli modificadas por Lozano (2019) [Anexo A] podemos calcular $\alpha_2, \alpha_3, \alpha'_2 y \alpha'_3$:

$\alpha_2 = -48,71^{\circ}$	$\alpha_2^{\prime} = -60,08^{\circ}$
$\alpha_3 = -125^{\circ}$	$\alpha'_{3} = -154,17^{\circ}$
Con esto se pueden obtener los puntos de precisión P2 y P3	:

 $P_1 = (18,98; 68,87)$ $P_2 = (47,56; 47,40)$ $P_3 = (52,67; 0,30)$

3.2 Diada WZ

En la diada WZ [Anexo C], usando los ángulos β_2 , β_3 , α_2 , α_3 y la Ecuación 4:

 $\begin{aligned} & W_{1x} = 8,54 \ mm & & Z_{1x} = 10,62 \ mm \\ & W_{1y} = 44,29 \ mm & & Z_{1y} = 28,83 \ mm \\ & \text{Además, obtenemos O}_2: & & \\ & O_{2x} = P_{1x} - \ Z_{1x} - \ W_{1x} = -0.18 \ mm \\ & O_{2y} = P_{1y} - \ Z_{1y} - \ W_{1y} = 0.74 \ mm \end{aligned}$

3.3 Diada ZN

En la Figura 3 conociendo las coordenadas para los puntos E_1, E_2, E_3 y también las coordenadas para los puntos P_1, P_2, P_3 , se tiene:

$$Z_{1} = (10,62; 23,83) \qquad \qquad N_{1} = (13,77; 20,65) \overrightarrow{N_{2}} = \overrightarrow{E_{2}} - \overrightarrow{P_{2}} = (24,76; -1,64) \qquad \qquad \overrightarrow{N_{3}} = \overrightarrow{E_{3}} - \overrightarrow{P_{3}} = (-3,4; -25,59)$$

3.4 Diada QM

Se aplica la teoría descrita en 2.3.2 y se procede al reconocimiento de las variables en la diada QM [Anexo C]. Los puntos A y B, forman el vector \vec{R} (Figura 2) con módulo de 3mm y $\tau_1 igual a - 30^\circ$ (Malásquez, 2016). Conociendo A₂ y A₃ [Anexo C], se determinan B₂ y B₃. Obteniéndose de la Ecuación 9, $\gamma'_2 = -48, 64^\circ y \gamma'_3 = -129,36^\circ$. De la Ecuación 4 se obtiene:

 $Q_{1x} = 0,32 \text{ mm}$ $Q_{1y} = 26,50 \text{ mm}$ $M_{1x} = 21,43 \text{ mm}$ $M_{1y} = 19,50 \text{ mm}$

3.5 Diada US

Las coordenadas de los puntos de precisión P₁, P₂ y P₃ se conocen y los ángulos de rotación del vector \vec{S} son los mismos del vector \vec{Z} . Basándonos en la Figura 2, la Ecuación 4 y con ayuda de MatLab, variamos el ángulo γ_3 desde 0° hasta -360° y manteniendo constante γ_2 desde 0° hasta -360° en intervalos de 5°, se obtuvo de este modo veinticinco mil novecientos veinte (25920) coordenadas O₄ y C₁, las cuales pueden observarse en el anexo D.

Después de aplicar los criterios de diseño como: altura de las falanges, ley de Grashof [Anexo A] además de la ventaja mecánica; obtenemos seis valores para γ_2 que cumplen estas condiciones, siendo un total de 65 coordenadas para los puntos O₄ y C₁, las cuales se muestran en las Figuras 3 y 4.



Figura 3. Coordenadas de los puntos O₄ que cumplen los criterios de diseño



Figura 4. Coordenadas de los puntos C1 que cumplen los criterios de diseño

La configuración para la diada US que brinda mayor ventaja mecánica (Figura 5C) para el mecanismo en la posición de agarre (Anexo E), se obtiene con:

$$\gamma_2 = -30^{\circ}$$
 $\gamma_3 = -85^{\circ}$ $VM_3 = 0.296$

Dónde: Vm es ventaja mecánica.

Aplicamos la Ecuación 4 y encontramos:

$U_{1x} = -20,16 mm$	$U_{1y} = 40,89 mm$	$S_{1x} = 26,08 mm$	$S_{1y} = 19,04 mm$
$C_{1x} = -7,10 \ mm$	$C_{1y} = 49,83 mm$	$O_{4x} = 13,06 mm$	$O_{4y} = 8,94 mm$

Definiéndose de esta manera, las longitudes de todos los eslabones del mecanismo presentado en la Figura 2:

W = 45,1 mm	Q = 36,5 mm	T = 44,2 mm
Z = 26,1 mm	M = 29 mm	N = 24,8 mm
U = 45,6 mm	R = 3,1 mm	L = 7,7 mm
S = 32,3 mm	V = 16,2 mm	G = 15,6 mm

Los resultados obtenidos para las dimensiones de los eslabones fueron contrastados mediante el modelado del mecanismo en CAD, comprobando que pase exactamente por los puntos prescritos (E₁, E₂, E₃, P₁, P₂ y P₃). La selección de los ángulos γ_2 y γ_3 en la síntesis de la diada estándar US permitió establecer criterios de selección para un mecanismo articulado de seis barras con una configuración adecuada, los cuales fueron: el espesor de las falanges, la ventaja mecánica y su movilidad (condición de Grashof). Además, las longitudes encontradas para las falanges (eslabones) están dentro del rango promedio de una persona, como se puede apreciar del modelo CAD en la Figura 5.



Figura 5. a) Posición 1, b) posición 2, c) posición 3, donde se calculó la mayor ventaja mecánica.

4. CONCLUSIONES

La síntesis de un sistema articulado de múltiples circuitos se puede realizar separando en cadenas cinemáticas de cuatro barras y relacionar el desplazamiento de pivotes móviles comunes. El lugar geométrico para los pivotes fijos y pivotes móviles de mecanismos articulados es posible de encontrar usando diadas estándar (lazos vectoriales), y la selección de los puntos más adecuados para pivotes fijos y móviles (longitud de eslabones) se puede realizar aplicando criterios de diseño adecuados.

AGRADECIMIENTOS

Un agradecimiento especial a todas las personas que colaboraron directa o indirectamente con la realización de este trabajo de investigación: Dr. Ing. Guillermo Evangelista Benites, Dr. Ing. Elder Mendoza Orbegoso, Ing. Luis Lozano Oliva, Ing. Alex Malásquez León, Ing. Maicol Cruzado Cubas, Ing. Daniel Pesantes León, Ing. José Camino Gonzales, Bach. Eddy Urbano Ramos.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Ceccarelli, M.; Rodríguez, N.; Carbone, G.; Lopez; C. 2005. An optimal design of driving mechanism in a 1 degree of freedom (d.o.f.) anthropomorphic finger. Applied Bionics and Biomechanics, *2*(2), 103–110.
- Lugo, E. 2012. Diseño de mecanismos utilizando algoritmos genéticos con aplicación en prótesis para miembro inferior. Tesis doctoral, Instituto Politécnico Nacional, México D.F., Mexico.
- Malásquez, A. 2016. Optimización de la síntesis de un mecanismo Watt I para obtener las posiciones prescritas de agarre similar a las falanges de la mano de una persona mediante algoritmos genéticos y Matlab. Tesis para título de ingeniero mecánico, Universidad Nacional de Trujillo, Trujillo, Perú.
- Lozano, L. 2019. Análisis de la ventaja mecánica de una prótesis del dedo de la mano de una persona mediante método de los puntos centrales y puntos ciculares usado en la síntesis de mecanismos. Tesis para título de ingeniero mecánico, Universidad Nacional de Trujillo, Trujillo, Perú.
- Norton, R. 2000. Diseño de maquinaria. 2da. Edición. Editorial McGraw-Hill Interamericana. Mexico D.F, México. 917 pp.
- Radcliffe, C. W. 1994. Four-bar linkage prosthetic knee mechanisms: kinematics, alignment and prescription criteria. Prosthetics and Orthotics International, 18(3),159-173.
- Sospedra, B.; Bruno, R.; Sabater, L.; Tolosa, E.; Ferrer, X.; Coll, J.; Borrel, R. 2015. Diseño mecánico de prótesis de mano multidedo antropomórfica infractuada. Tesis para título de ingeniero mecánico, Universidad Jaime I-Escuela Superior de Tecnología y Ciencias Experimentales, Castellón, España.

ANEXOS

Anexo A: Criterios de diseño

Altura de las falanges

El proceso de elección de los puntos de los círculos con punto en el centro y punto en el círculo será de la siguiente manera:

En la tabla A1 tenemos una altura adoptada de las falanges de los dedos de la mano de una persona. Luego comparamos la altura calculada con la altura adoptada, los puntos elegidos serán aquellos que cumplan la condición:

Altura calculada \leq Altura adoptada

DEDOS	Altura Falángica Media (mm)		Altura Falángica Adoptada (mm)			
	Proximal	Media	Distal	Proximal	Media	Distal
Índice	21,33	16,61	13,29	21	17	13
Medio	17,3	14,12	11,82	17	14	12
Anular	16,16	13,15	11,22	16	13	11
Meñique	14,27	11,99	10,02	14	12	10
Pulgar	-	-	-	21	-	13

Tabla A₁: Valores de altura para las falanges de los dedos de la mano.

Pulgar-Fuente: (Sospedra et. al., 2015)

Ley de Grashof

Un mecanismo es de Grashof cuando por lo menos uno de los eslabones es capaz de realizar una revolución completa con respecto al plano de bancada:

$S + L \le P + Q$

Donde: S= longitud del eslabón más corto, L = longitud del eslabón más largo, P y Q: longitud de los eslabones restantes.

Relaciones de Ceccareli modificadas

Existe una relación entre la posición angular entre las falanges de los dedos, presentado en el estudio de Ceccarelli *et al.* (2005) y modificadas para el movimiento de agarre cilíndrico presentado por Lozano (2019) [Figura C1].

$$\alpha_2 = \frac{5}{2} * \beta_2$$
$$\alpha_3 = \frac{5}{2} * \beta_3$$
$$\alpha'_2 = \frac{37}{12} * \beta_2$$
$$\alpha'_3 = \frac{37}{12} * \beta_3$$

Anexo B: Constantes usadas para la síntesis analítica de movimiento de tres posiciones

Desarrollo de la ecuación 4

$$\beta_{3} = 2 \arctan\left(\frac{k_{2} \pm \sqrt{k_{1}^{2} + k_{2}^{2} - k_{3}^{2}}}{k_{1} + k_{3}}\right) \quad \beta_{2} = \arctan\left(\frac{-(A_{3} \text{sen}\beta_{3} + A_{2} \cos\beta_{3} + A_{4})}{-(A_{5} \text{sen}\beta_{3} + A_{3} \cos\beta_{3} + A_{6})}\right)$$

$$K_1 = A_2 A_4 + A_3 A_6$$
$$K_2 = A_3 A_4 + A_5 A_6$$
$$K_3 = \frac{A_1^2 A_2^2 - A_3^2 - A_6^2}{2}$$

Donde:

$$A_{1} = -C_{3}^{2} - C_{4}^{2} \qquad A_{2} = C_{3}C_{6} - C_{4}c_{5}$$

$$A_{3} = -C_{4}C_{6} - C_{3}C_{5} \qquad A_{4} = C_{2}c_{3} + C_{1}C_{4}$$

$$A_{5} = C_{4}C_{5} - C_{3}C_{6} \qquad A_{6} = C_{1}C_{3} - C_{2}C_{4}$$

Donde:

$$C_{1} = R_{3}\cos(\alpha_{2} + \zeta_{3}) - R_{2}\cos(\alpha_{3} + \zeta_{2})$$

$$C_{2} = R_{3}\sin(\alpha_{2} + \zeta_{3}) - R_{2}\sin(\alpha_{2} + \zeta_{2})$$

$$C_{3} = R_{1}\cos(\alpha_{3} + \zeta_{1}) - R_{3}\cos(\zeta_{3})$$

$$C_{4} = -R_{1}\sin(\alpha_{3} + \zeta_{1}) + R_{3}\sin(\zeta_{3})$$

$$C_{5} = R_{1}\cos(\alpha_{2} + \zeta_{1}) - R_{2}\cos(\zeta_{2})$$

$$C_{6} = R_{1}\sin(\alpha_{2} + \zeta_{1}) + R_{2}\sin(\zeta_{2})$$
(12)

Anexo C: Ubicación de las diadas en las tres posiciones prescrita para las diadas US y QM



Figura C1. Tres posiciones de las falanges. (Fuente: elaboración propia) 154



Figura C2. Diada QM en las posiciones 1, 2 y 3. (Fuente: propia)



Figura C3. Diada US en las posiciones 1, 2 y 3. (Fuente: propia)





Figura C1. Coordenadas posibles para el pivote O4. (Fuente: elaboración propia)



Figura C2. Coordenadas posibles para pivote C1. (Fuente: elaboración propia)

Anexo E: Ventaja mecánica en prótesis de dedo

Este valor VM se puede contrastar gráficamente en la Figura E1, mediante el método de centros instantáneos de velocidades.



Figura E1. Centros instantáneos de en la posición de agarre. (Fuente: propia)

Se tiene:

$$VM = \left(\frac{F_{sal}}{\tau_{ent}}\right)$$

$$VM_3 = \left(\frac{\overline{I_{1,5}I_{2,5}}}{\overline{I_{1,2}I_{2,5}}}\right) \left(\frac{1}{\overline{I_{1,5}H}}\right) \left(\frac{1}{\cos(\phi)}\right)$$

$$VM_3 = \left(\frac{49,76}{45,66}\right) \left(\frac{1}{56,14}\right) \left(\frac{1}{\cos(86,25)}\right)$$

$$VM_3 = 0,296$$