

## Variación de la resistencia a la flexión de vigas de concreto armado al ser reforzadas con láminas de fibras de carbono (CFRP)

Variation of the flexural strength of reinforced concrete beams when reinforced with carbon fiber sheets (CFRP)

Santos Edwin Aquino Cusquisibán<sup>1\*</sup>; Miguel Ángel Mosqueira Moreno<sup>2</sup>

1 Universidad Nacional de Cajamarca, Av. Atahualpa N° 1050, Ciudad Universitaria, Cajamarca, Perú.

2 Universidad Nacional de Cajamarca, Av. Atahualpa N° 1050, Ciudad Universitaria, Cajamarca, Perú.

\* Autor correspondiente: [edwinaquinoc111@hotmail.com](mailto:edwinaquinoc111@hotmail.com) (S. Aquino)

---

### RESUMEN

Esta investigación tuvo como principal objetivo determinar la variación de la resistencia a la flexión de vigas de concreto armado al ser reforzadas con láminas de fibras de carbono. Para el desarrollo de la investigación, se elaboraron 20 vigas de concreto armado a escala; de las cuales, 10 se fabricaron con una calidad del concreto de  $f'c=210\text{kg/cm}^2$  y las demás con  $f'c=280\text{kg/cm}^2$ , considerándolas como vigas tipo I y tipo II respectivamente; luego el 50% de cada tipo de especímenes fueron reforzadas con una lámina de fibra de carbono de Sika® CarboDur® S512. Posteriormente, todas las vigas fueron ensayadas en la condición de vigas simplemente apoyadas y sometidas a una carga puntual al centro de la luz, con el fin de estudiar la resistencia a la flexión. Las resistencias promedio alcanzadas para las vigas patrones y vigas reforzadas con fibra de carbono de las vigas tipo I y tipo II fue de: 3,99Tn; 6,53Tn; 4,36Tn; 6,96Tn, respectivamente; y cada una de estas, originó un momento flector de: 1,11Tn-m; 1,81Tn-m; 1,21Tn-m; 1,93Tn-m. Finalmente se concluyó que la resistencia a la flexión de las vigas de concreto armado al ser reforzadas con láminas de fibras de carbono aumenta entre un 59,8% a 63,6%.

**Palabras clave:** Reforzamiento; fibras de carbono; vigas; resistencia a flexión; ductilidad.

---

### ABSTRACT

This research has as main object to determine the variation of the flexural strength of reinforced concrete beams when reinforced with sheets of carbon fibers. For the development of the research, 20 reinforced concrete beams were made to scale; of which, 10 were manufactured with a concrete quality of  $f'c=210\text{kg/cm}^2$  and the others with  $f'c=280\text{kg/cm}^2$ , considering them as type I and type II beams respectively; then 50% of each type of specimens were reinforced with a carbon fiber sheet of Sika® CarboDur® S512. Subsequently, all the beams were tested in the condition of simply supported beams and subjected to a point load at the center of the light, in order to study the resistance to bending. The average resistances reached for the standard beams and beams reinforced with carbon fiber of type I and type II beams was: 3,99Tn; 6,53Tn; 4,36Tn; 6,96Tn, respectively; and each of these, originated a bending moment of: 1,11Tn-m; 1,81Tn-m; 1,21Tn-m; 1,93Tn-m. Finally, it was concluded that the flexural strength of reinforced concrete beams when reinforced with carbon fiber sheets increases between 59,8% and 63,6%.

**Keywords:** Strengthening; carbon fibers; beams; flexural strength; ductility.

---

### 1. INTRODUCCIÓN

En los últimos años el reforzamiento de estructuras ha estado entre los más importantes retos de la ingeniería civil. Debido a que, un gran número de estructuras de concreto armado por alguna razón presentan algún déficit durante su vida útil, que crean la necesidad de pensar en un reforzamiento para devolverlos a su condición de servicio originalmente prevista (Anurag, 2016). Dado que la sustitución de estas estructuras deficientes requiere grandes inversiones, el reforzamiento se ha convertido en la forma más adecuada de mejorar su capacidad de carga y prolongar su vida útil. Si bien, el reemplazo completo de una estructura deficiente o deteriorada es una opción deseable, el reforzamiento es la más económica. (Jumaat et al., 2010).

Por lo común, el reforzamiento se aplica cuando se tiene: problemas de corrosión del acero de refuerzo, calidad deficiente del concreto, cambios en el uso previsto o el aumento en cargas (Bahn et al., 2008); problemas de deterioro debido a los impactos ambientales, inadecuado diseño o construcción, falta de mantenimiento y los eventos repentinos como un terremoto. Por estas razones, el reforzamiento se convierte en una necesidad viable (Majumdar et al., 2017).

Jumaat et al. (2010) mencionan que, existen muchos métodos para el reforzamiento, tales como: ampliación de la sección, unión de placas de acero, método de postensado externo. Sin embargo, el reforzamiento de las estructuras a través de la unión externa de compuestos avanzados de polímero reforzado con fibra (de aquí en adelante FRP por su nombre en inglés “Fiber Reinforced Polymer”) se ha vuelto muy popular en todo el mundo. Durante la última década, su aplicación en este campo ha ido en aumento debido a las ventajas bien conocidas de los materiales compuestos de FRP sobre otros materiales. Estos se han convertido en un sustituto atractivo del acero en los sistemas de refuerzo para estructuras de concreto debido a sus ventajas: alta relación resistencia / peso, resistencia a la corrosión, alta resistencia a la fatiga, fácil y confiable.

Por ello, el Instituto Americano del Concreto (de aquí en adelante ACI) elaboró una guía específica sobre el uso de estos sistemas FRP. Actualmente, está vigente el ACI 440.2R-17: “Guía para el diseño y construcción de sistemas FRP externamente adherido para refuerzo de estructuras de concreto”, el cual provee una guía para la selección, diseño e instalación de los sistemas FRP de adherencia externa para refuerzo de estructuras de concreto. La misma que menciona que los sistemas de polímero reforzado con fibra (FRP) surgieron como una alternativa a las técnicas de reforzamiento tradicionales.

Particularmente, el polímero reforzado con fibra de carbono (de aquí en adelante CFRP por su nombre en inglés “Carbon Fiber Reinforced Polymer”), es el que más se ha utilizado como una alternativa de reforzamiento a la unión de placas de acero. Este refuerzo de CFRP proporciona un refuerzo adicional de flexión o corte, la confiabilidad para esta aplicación del material depende de qué tan bien estén adheridos y puedan transferir la tensión del componente de concreto al laminado de CFRP (Salah et al., 2014).

En el Perú, cada vez es más frecuente el uso de la fibra de carbono (CFRP) como sistema de reforzamiento estructural, por ser un polímero mucho más resistente a la tracción que el acero y mucho más liviano. El más usado es: las láminas de fibras de carbono, una o varias capas dependiendo del requerimiento estructural y características de la fibra son colocadas alrededor o debajo de las secciones de concreto por reforzar y junto a un sistema adhesivo epóxico especial se logra una total adherencia a la antigua superficie de concreto. Con ello se obtiene una capa externa de reforzamiento que ayuda a soportar las cargas del elemento y previene deflexiones excesivas. (Flores, 2013).

El reforzamiento a la flexión de las vigas de concreto armado según Bahn et al. (2008), es una de las aplicaciones más desafiantes del material FRP, en la cual se han llevado a cabo investigaciones experimentales y analíticas sobre la resistencia a la flexión de las vigas de concreto con varios tipos de compuestos de FRP adheridos. Es por ello que esta investigación busca determinar la variación de la resistencia a la flexión de vigas de concreto armado al ser reforzadas con láminas de fibras de carbono con respecto a las vigas sin reforzar, planteándonos la siguiente pregunta. ¿Cuánto es la variación de la resistencia a la flexión de vigas de concreto armado al ser reforzadas con láminas de fibras de carbono (CFRP)?

La Hipótesis planteada inicialmente fue: “La resistencia a la flexión de vigas de concreto armado al ser reforzadas con láminas de fibras de carbono (CFRP) aumenta en más de 20% en relación a las vigas de concreto armado sin reforzar”. El principal objetivo planteado para el desarrollo de la investigación fue determinar la variación de la resistencia a la flexión de vigas de concreto armado al ser reforzadas con láminas de fibras de carbono (CFRP).

## **2. MATERIALES Y MÉTODOS**

### **2.1 OBJETO DE ESTUDIO**

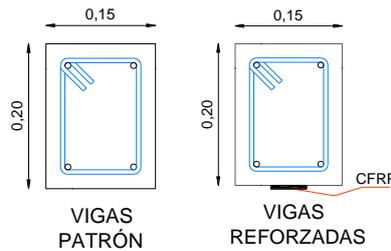
La población de estudio estuvo constituida por todas vigas de concreto armado en la condición de simplemente apoyadas. La selección de la muestra se realizó empleando un muestreo no probabilístico de tipo intencional y está constituida por 20 vigas de concreto armado.

De las cuales, 10 se fabricaron con una calidad del concreto de  $f'_c=210\text{kg/cm}^2$  y las demás con  $f'_c=280\text{kg/cm}^2$ , considerándolas como vigas tipo I y tipo II respectivamente. Luego el 50% de cada tipo sirvieron como vigas

patrón y el 50% restante fueron reforzadas con una lámina de fibra de carbono, específicamente se utilizó una lámina de Sika® CarboDur® S512; que es un sistema de refuerzo a base de CFRP, tiene un ancho de 50mm y un espesor de 1,2mm.

**Tabla 1.** Detalle de Muestras

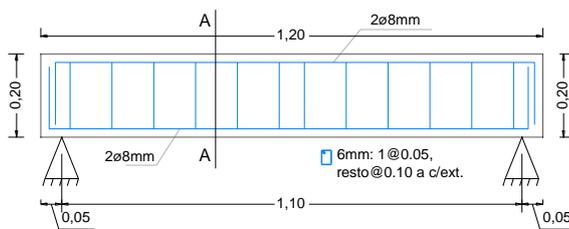
TIPO	CONCRETO USADO EN LAS VIGAS $f'c$ (kg/cm <sup>2</sup> )	DESCRIPCIÓN	CANTIDAD	NOMENCLATURA
<b>Vigas Tipo I</b>	210	Vigas Patrón	5	V210 - # - P
		Vigas Reforzadas	5	V210 - # - R
<b>Vigas Tipo II</b>	280	Vigas Patrón	5	V280 - # - P
		Vigas Reforzadas	5	V280 - # - R
<b>TOTAL</b>			<b>20</b>	



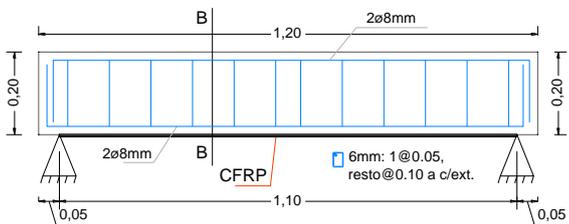
**Figura 1.** Secciones de las Vigas

Las dimensiones de las vigas se determinaron usando los criterios de la NTE.060 (indicados en la Reglamento Nacional de Edificaciones del Perú).

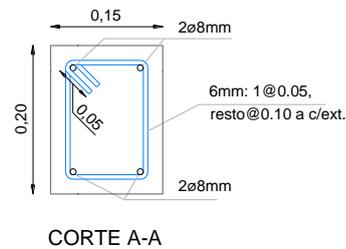
Las vigas tipo I, fueron construidos con un concreto de resistencia a compresión característica de  $f'c=210\text{kg/cm}^2$ , mientras que para las vigas tipo II se usó un  $f'c=280\text{Kg/cm}^2$ ; se usaron estas resistencias puesto que son las más utilizadas en la construcción de obras de concreto armado. Para el acero de refuerzo longitudinal y transversal se utilizó acero corrugado que cumple con las normas ASTM A 615 Grado 60, los diámetros usados fueron de 8 mm para acero longitudinal y 6 mm para acero transversal. Además, las vigas tuvieron una sección transversal 15 cm x 20 cm, y una longitud de 1,20 m. Las secciones de las vigas evaluadas y la distribución del acero se observan en las siguientes figuras.



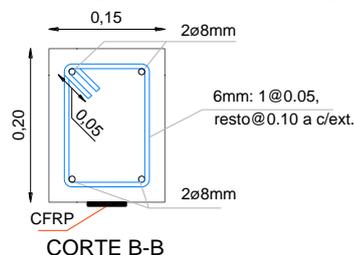
**Figura 2.** Viga simplemente apoyada sin CFRP



**Figura 4.** Viga simplemente apoyada con CFRP



**Figura 3.** Sección de la viga



**Figura 5.** Sección de la viga

Es importante indicar que la elección del experimento fue una viga simplemente apoyada, con el fin de reproducir los efectos a flexión, despreciando el efecto a corte u otros que puedan generarse durante el ensayo.

## 2.2 MÉTODOS Y TÉCNICAS

Esta investigación es de tipo experimental, descriptivo. En la cual se busca determinar la variación de la resistencia a la flexión de vigas de concreto armado al ser reforzadas con láminas de fibras de carbono, en relación a las vigas de concreto armado patrones, para lo cual se elaboraron 2 tipos de vigas (Tipo I y Tipo II) y se propuso realizar cinco repeticiones para cada experimento, tanto para las vigas patrones como para las vigas reforzadas, de las vigas tipo I y tipo II respectivamente.

A continuación, se describe el procedimiento realizado en la presente investigación:

### 2.2.1 Propiedades de los agregados.

Se determinó las propiedades físicas y mecánicas del agregado grueso y del agregado fino, las cuales sirvieron para la elaboración del concreto utilizados en la construcción de las vigas, este se realizó en el Laboratorio de Ensayo de Materiales de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de Cajamarca. Las propiedades determinadas fueron: Análisis Granulométrico (Módulo de Finura de los Agregados, Tamaño Máximo y Tamaño Máximo Nominal), Contenido de Partículas Finas que pasa la malla N° 200, Peso Unitario de los Agregados, Contenido de Humedad, Densidad y Absorción del agregado fino, Densidad y Absorción del agregado grueso. Estos ensayos fueron realizados en concordancia a las Normas Técnicas Peruanas (de aquí en adelante NTP); NTP 400.012 (2013), 400.018 (2013), 400.017(2011), 339.185 (2013), 400.022 (2013), 400.021 (2013), respectivamente.

### 2.2.2 Diseño de Mezclas.

Luego de determinar las propiedades físicas y mecánicas de los agregados se procedió a realizar el diseño de mezcla, para la cual se utilizó el método de Módulo de Finura de la Combinación de los Agregados descrito por Rivva (2014) con lo cual se determinó la cantidad adecuada de los componentes del concreto y se logró una resistencia de diseño requerida de 210 kg/cm<sup>2</sup> y 280kg/cm<sup>2</sup>.

### 2.2.3 Dimensionamiento de las vigas.

El dimensionamiento de las vigas se realizó según los criterios de la norma NTE.060 de Concreto Armado del Reglamento Nacional de Edificaciones. Sin embargo, la sección obtenida no era la adecuada ya que la viga contaba con una luz pequeña entre apoyos por lo que se tuvo que elegir dimensiones que facilitarían la trabajabilidad en la habilitación del acero. Es así, que se eligió una sección de viga de: 15 cm de base por 20 cm de peralte.

### 2.2.4 Acero de Refuerzo Longitudinal.

El acero usado como refuerzo transversal y longitudinal en la estructura cumplen con los requerimientos mínimos establecidos para la norma técnica E.060, se ha utilizado acero ASTM A615 grado 60. Para el acero de las vigas, se tuvo en cuenta una importante consideración: que la primera falla que se debe presentar en el modelo es por flexión y la segunda debe ser por cortante, por lo que el refuerzo a tracción y compresión tenía que ser deficiente, en comparación al refuerzo por cortante que fue mayor. Por ello, se utilizó el acero mínimo a flexión establecido de acuerdo al ACI 318S (2014):

$$A_{s\ min} = 0,25 \frac{\sqrt{f'_c}}{f_y} b_w d \quad (1)$$

Donde:

$A_{s\ min}$  = Área de acero mínimo en la sección.

$f'_c$  = Resistencia a compresión del concreto.

$f_y$  = Esfuerzo de fluencia del acero del refuerzo.

$b_w$  = Ancho de la sección.

$d$  = Peralte efectivo.

Como resultado de este cálculo se obtuvo 2ø8mm como refuerzo a flexión, con lo cual se procedió a evaluar el momento nominal resistente al cual estaría sometida la sección. El Momento nominal resistente según Harmsen (2017) se determina mediante la siguiente expresión.

$$Mn = A_s f_y \left( d - \frac{a}{2} \right) \quad (2)$$

Donde:

$Mn$  = Momento nominal resistente (kg-cm).

$A_s$  = Área de acero (cm<sup>2</sup>).

$f_y$  = Esfuerzo de fluencia del acero (kg/cm<sup>2</sup>).

$d$  = Peralte efectivo (cm).

$a$  = altura del bloque de compresión (cm).

La altura del bloque de compresión para secciones simplemente reforzadas se determina con la siguiente expresión. (Harmsen, 2017)

$$a = \frac{A_s f_y}{0,85 f'_c b} \quad (3)$$

Donde:

a = altura del bloque de compresión (cm).

As = Área de acero (cm<sup>2</sup>).

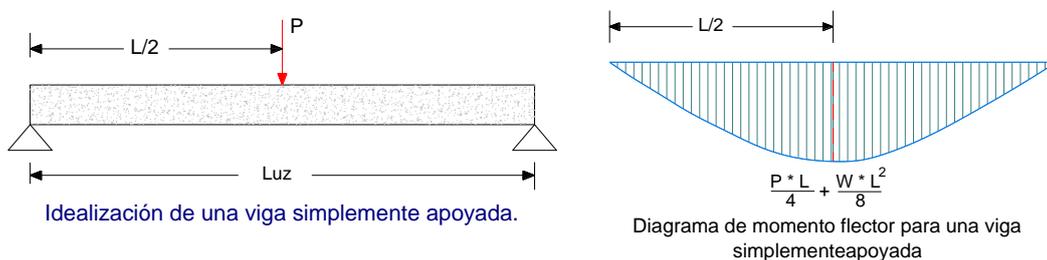
fy = Esfuerzo de fluencia del acero (kg/cm<sup>2</sup>).

f'c = Resistencia a compresión del concreto (kg/cm<sup>2</sup>).

b = Ancho de la sección (cm).

Para encontrar el momento resistente real, se optó no usar el factor de reducción por flexión  $\phi = 0,90$ ; de acuerdo al ACI 318S (2014).

Posteriormente se calculó la carga de falla a flexión, mediante la expresión del momento flector que se muestra en la Figura 6, la cual es el resultado del análisis estructural para una viga simplemente apoyada sometida a una carga puntual al centro de la luz y a una carga distribuida que sería por su propio peso.



**Figura 6.** (a) Idealización, (b) Momento flector para una viga simplemente apoyada con una carga puntual al centro de la luz.

### 2.2.5 Acero de Refuerzo Transversal.

La resistencia nominal a cortante “Vn” en una sección cualquiera, está conformada por la resistencia nominal al cortante del concreto y la resistencia nominal al cortante del acero según la Norma Técnica E 060 (2009).

$$V_n = V_c + V_s \quad (4)$$

Donde

Vn = Resistencia nominal a cortante.

Vc = Resistencia nominal al cortante proporcionada por el concreto.

Vs = Resistencia nominal al cortante proporcionada por el refuerzo de cortante.

La contribución del concreto en la resistencia a corte para miembros sometidos únicamente a cortante y a flexión según la Norma Técnica E 060 (2009) es:

$$V_c = 0,53 \sqrt{f'_c} b_w d \quad (5)$$

Donde:

Vc = Resistencia nominal al cortante proporcionada por el concreto (kg).

f'c = Resistencia a compresión del concreto (kg/cm<sup>2</sup>).

b<sub>w</sub> = Ancho de la sección (cm).

d = Peralte efectivo (cm).

La contribución del refuerzo en la resistencia a corte cuando se utilice estribos perpendiculares al eje longitudinal del elemento según la Norma Técnica E 060 (2009) es:

$$V_s = \frac{A_v f_y d}{s} \quad (6)$$

Donde:

Vs = Resistencia nominal al cortante proporcionada por el refuerzo de cortante.

A<sub>v</sub> : Área del refuerzo por cortante del espaciamiento “S”, proporcionada a la suma de las áreas de las ramas de los estribos ubicados en el alma.

A<sub>v</sub> = Área de refuerzo de cortante.

f<sub>y</sub> = Esfuerzo de fluencia del acero del refuerzo transversal.

s = Espaciamiento de refuerzo transversal.

### 2.2.6 Momento Nominal resistente del sistema

Para calcular el momento nominal resistente del sistema FRP teóricamente se utilizó la guía ACI.2R.17, la cual se determina teniendo en cuenta la siguiente figura:

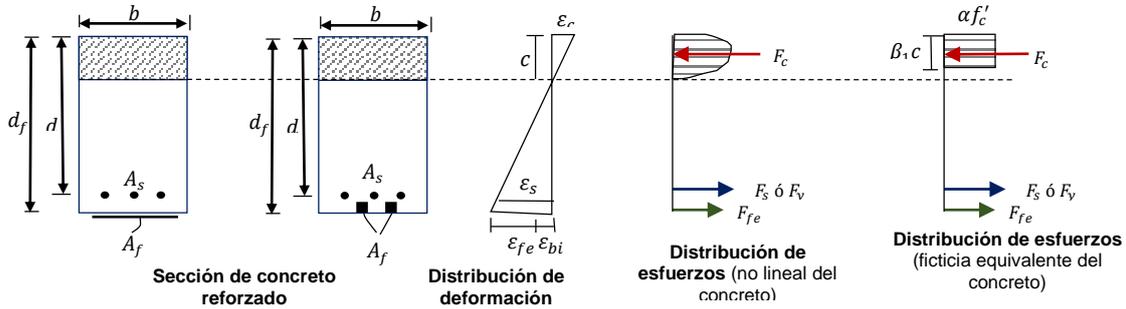


Figura 7. Distribución de esfuerzos para la sección rectangular bajo flexión en el estado límite final.

Fuente: Figura 10.2.10. ACI.2R.17

Con los niveles de deformación y esfuerzos en el refuerzo de CFRP y del acero determinados por la profundidad del eje neutro asumida, el equilibrio de las fuerzas internas según el ACI 440.2R-17 puede ser verificado con la siguiente ecuación:

$$c = \frac{A_s f_s + A_f f_{fe}}{\gamma f' c \beta_1 b} \quad (7)$$

Donde:

$c$  = Distancia desde la fibra extrema a compresión al eje neutro.

$A_s$  = Área de acero de refuerzo.

$f_s$  = Esfuerzo del acero de refuerzo.

$A_f$  = Área de refuerzo CFRP.

$A_f$  = Esfuerzo efectivo del refuerzo CFRP en la sección de falla.

$\gamma$  = Factor del  $f'c$  para calcular intensidad del rectángulo equivalente de esfuerzos de concreto.

$f'c$  = Resistencia a compresión del concreto.

$\beta_1$  = Proporción entre la profundidad del bloque rectangular equivalente de esfuerzos y la profundidad del eje neutro.

$b$  = Ancho de la cara a compresión del elemento.

Para resolver la profundidad asumida del eje neutro,  $c$ , debe de coincidir con la profundidad del eje neutro calculada. Si coinciden los dos valores del eje neutro la profundidad correcta ha sido alcanzada, si no coinciden se asume otro valor de profundidad de eje neutro y se repiten estos pasos hasta que el valor de la profundidad de eje neutro asumida coincida con la profundidad del eje neutro calculada. Una vez encontrado la profundidad del eje neutro,  $c$ , se procede a calcular la resistencia nominal a flexión de la sección reforzada externamente con CFRP utilizando la ecuación de momento nominal resistente del sistema CFRP según el ACI 440.2R-17:

$$M_n = A_s f_s \left( d - \frac{\beta_1 c}{2} \right) + \psi_f A_f f_{fe} \left( h - \frac{\beta_1 c}{2} \right) \quad (8)$$

Donde:

$M_n$  = Resistencia nominal a flexión.

$A_s$  = Área de acero de refuerzo.

$f_s$  = Esfuerzo del acero de refuerzo.

$d$  = Distancia desde la fibra extrema a compresión hacia el centroide del refuerzo a tensión.

$c$  = Distancia desde la fibra extrema a compresión al eje neutro.

$\beta_1$  = Proporción entre la profundidad del bloque rectangular equivalente.

$\psi_f$  = Factor de reducción de resistencia del refuerzo CFRP para flexión.

$A_f$  = Área del refuerzo CFRP.

$f_{fe}$  = Esfuerzo efectivo del refuerzo CFRP en la sección de falla.

$h$  = Altura del elemento.

$\phi$  = Factor de reducción de resistencia.

Un factor de reducción adicional  $\psi_f$ , es aplicado a la contribución de la resistencia a flexión del refuerzo FRP. Se recomienda un factor  $\psi_f = 0,85$ . Este factor se aplica para reflejar incertezas inherentes en los sistemas CFRP comparados con el acero de refuerzo y el concreto preesforzado.

### 2.2.7. Construcción de las vigas

Para construcción de las vigas de concreto armado, se utilizaron moldes de triplay 9mm para encofrado; tanto para la base como para las caras laterales. Así mismo la parte superior de los encofrados fueron rigidizados con cintas de triplay longitudinal del mismo espesor para evitar alabeos del triplay durante el vaciado del concreto. El vaciado del concreto en la viga se realizó en capas de 10 cm para luego ser compactadas por un vibrador de cabezal de 28 mm hasta llegar a la altura deseada de la viga.

En esta etapa se corroboró el asentamiento deseado de acuerdo a la NTP 339.035 “Método de ensayo para la medición del asentamiento del concreto de cemento Portland”; y también se elaboró 3 probetas cilíndricas para ser ensayadas a los 28 días de acuerdo a la NTP 339.034 “Método de ensayo normalizado para la determinación de la resistencia a la compresión del concreto en muestras cilíndricas”. Además, la elaboración y curado de probetas cilíndricas se realizó como lo indica la norma NTP 339.183 “Práctica Normalizada para Preparación y Curado de Especímenes de Concreto para Ensayo en Laboratorio”.

### 2.2.8. Reforzamiento con Sika CarboDur S512:

Para la aplicación de Sika CarboDur S512, las superficies inferiores de las 10 vigas a reforzar se limpiaron de manera que no quedaran residuos de partículas libres. Luego se realizó la mezcla de los dos componentes del adhesivo especial Sikadur®-30, donde el compuesto B se añadió al compuesto A; y para mezclarlo se utilizó una mezcladora manual eléctrica a baja velocidad (máximo 500 rpm) durante tres minutos hasta obtener una apariencia uniforme, evitando incorporar aire. Posteriormente con una espátula, se aplicó con cuidado el adhesivo Sikadur®-30 bien mezclado al sustrato correctamente preparado de la viga con una capa de aproximadamente 1 mm y de igual manera se aplicó a la lámina CarboDur® una capa de 1 a 2 milímetros. Luego la lámina CarboDur® S512 fue colocada en la superficie de concreto y usando un rodillo se logró presionar la lámina contra el material epóxico hasta que el adhesivo se salga por ambos lados del laminado y finalmente se eliminó el exceso de adhesivo epóxico.



Figura 8. Reforzamiento con láminas de fibras de carbono.

### 2.2.9. Ensayo a Flexión:

A los 28 días de edad del concreto, éste llega a su resistencia de diseño, por lo que se procedió a ensayar a flexión las vigas en la máquina de ensayo universal de 100 Toneladas de acuerdo a la NTP 339.079 “Método de ensayo para determinar la resistencia a la flexión del concreto en vigas simplemente apoyadas con cargas en el centro del tramo”. Para lo cual se utilizó dos perfiles de acero estructural indeformable de 70 cm de altura, que sirvieron como apoyos de las vigas.



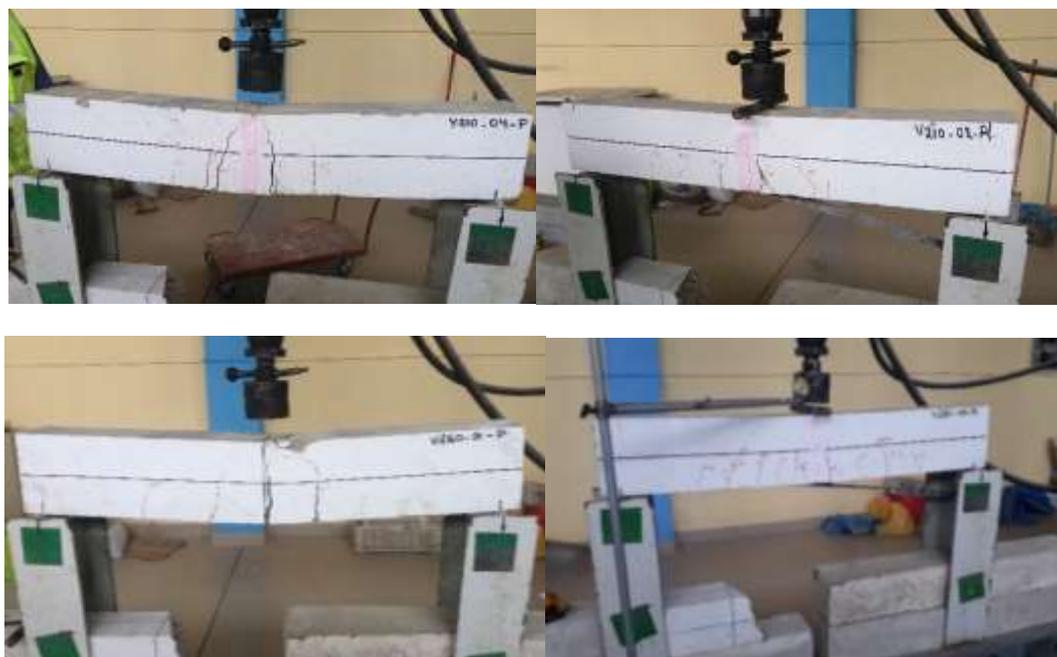
Figura 9. Vigas simplemente apoyadas ensayadas en la máquina universal de 100 toneladas.

### 3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

De los ensayos experimentales realizados en la máquina universal del laboratorio de ensayos de materiales de la Universidad Nacional de Cajamarca se determinaron las cargas últimas de las vigas patrones y las vigas reforzadas, de las vigas tipo I y tipo II. Así mismo se determinó su deflexión máxima para cada una de ellas. Estos resultados se muestran en la Tabla 2.

**Tabla 2.** Carga última y Deflexión máxima de las vigas.

Tipo	Descripción	Nomenclatura	Carga última (Tn)	Promedio	Deflexión máxima (mm)	Promedio
Vigas Tipo I	Vigas Patrón	V210 - 01 - P	4,08	3,99	18,0	16,80
		V210 - 02 - P	4,15		18,5	
		V210 - 03 - P	4,04		16,5	
		V210 - 04 - P	3,95		15,0	
		V210 - 05 - P	3,75		16,0	
	Vigas Reforzadas	V210 - 01 - R	6,51	6,53	5,4	5,47
		V210 - 02 - R	6,73		6,2	
		V210 - 03 - R	6,35		4,5	
		V210 - 04 - R	6,68		6,5	
		V210 - 05 - R	6,40		4,8	
Vigas Tipo II	Vigas Patrón	V280 - 01 - P	4,38	4,36	19,5	18,30
		V280 - 02 - P	4,55		17,5	
		V280 - 03 - P	4,30		18,0	
		V280 - 04 - P	4,26		18,0	
		V280 - 05 - P	4,30		18,5	
	Vigas Reforzadas	V280 - 01 - R	6,74	6,96	6,0	6,38
		V280 - 02 - R	7,32		7,0	
		V280 - 03 - R	6,80		5,6	
		V280 - 04 - R	6,90		6,8	
		V280 - 05 - R	7,05		6,5	



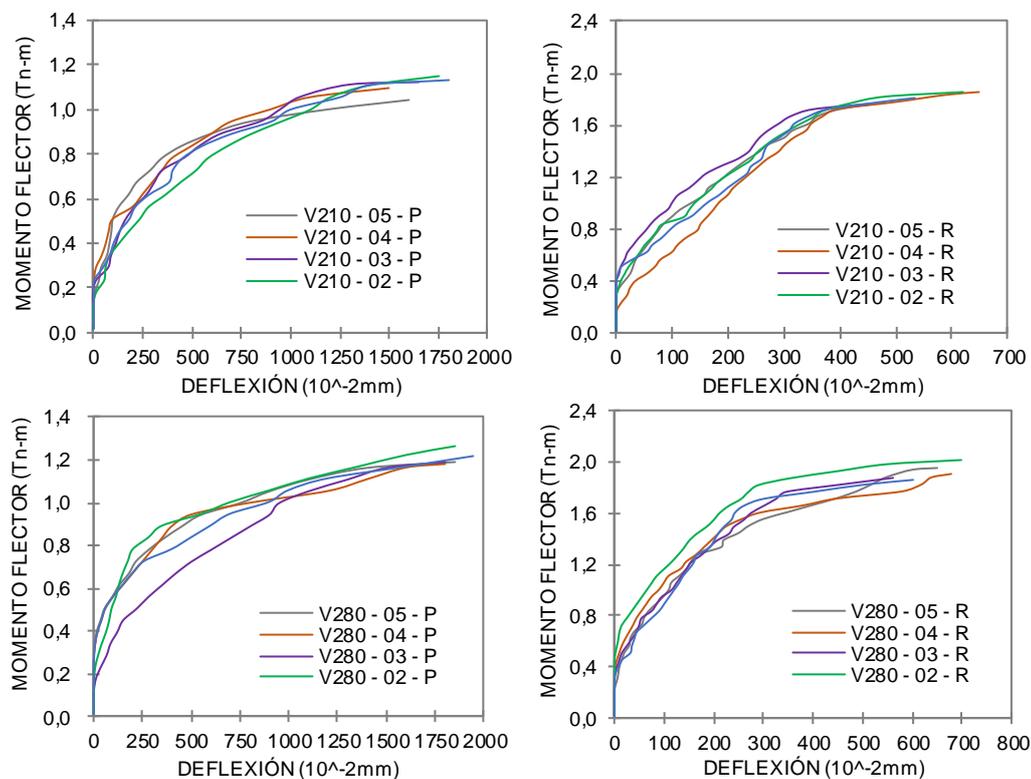
**Figura 10.** Vigas patrones y Vigas reforzadas de los tipos I y II

Con los datos de la Tabla 2, de carga última y aplicando la expresión del momento flector para una viga simplemente apoyada que se muestra en la Figura 6, se calculó el momento último para cada viga.

**Tabla 3.** Carga última y Momento último de las vigas.

Tipo	Descripción	Nomenclatura	Carga última (Tn)	Momento último (Tn-m)	Promedio
Vigas Tipo I	Vigas Patrón	V210 - 01 - P	4,08	1,133	1,11
		V210 - 02 - P	4,15	1,152	
		V210 - 03 - P	4,04	1,122	
		V210 - 04 - P	3,95	1,097	
		V210 - 05 - P	3,75	1,042	
	Vigas Reforzadas	V210 - 01 - R	6,51	1,801	1,81
		V210 - 02 - R	6,73	1,862	
		V210 - 03 - R	6,35	1,757	
		V210 - 04 - R	6,68	1,848	
		V210 - 05 - R	6,40	1,771	
Vigas Tipo II	Vigas Patrón	V280 - 01 - P	4,38	1,215	1,21
		V280 - 02 - P	4,55	1,262	
		V280 - 03 - P	4,30	1,193	
		V280 - 04 - P	4,26	1,182	
		V280 - 05 - P	4,30	1,193	
	Vigas Reforzadas	V280 - 01 - R	6,74	1,864	1,93
		V280 - 02 - R	7,32	2,024	
		V280 - 03 - R	6,80	1,881	
		V280 - 04 - R	6,90	1,908	
		V280 - 05 - R	7,05	1,950	

En la figura 11 se muestran las gráficas de Momento flector (expresado Tn-m) versus Deflexión (expresado en  $10^{-2}$ mm) para todas las vigas ensayadas. Estas graficas se construyeron a partir de las lecturas de deflexión tomadas cada 0,20Tn y los momentos flectores fueron calculados mediante la expresión del momento flector para una viga simplemente apoyada que se muestra en la Figura 6 para las cargas 0,20Tn hasta llegar a la carga ultima de cada viga.

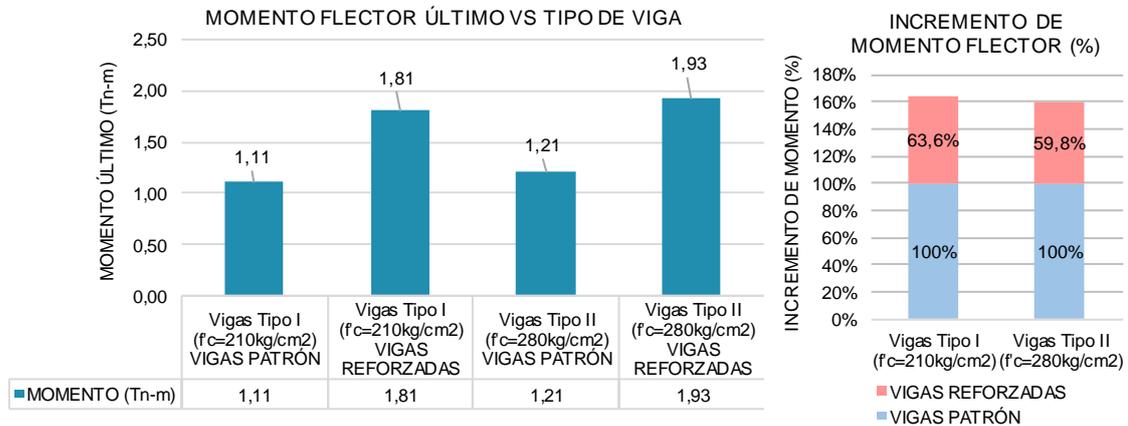


**Figura 11.** Momento Flector vs Deflexión de las Vigas Patrón y Vigas Reforzadas de los Tipos I y II

**Tabla 4.** Variación del Momento Flector Último de la viga, expresado en porcentaje (%).

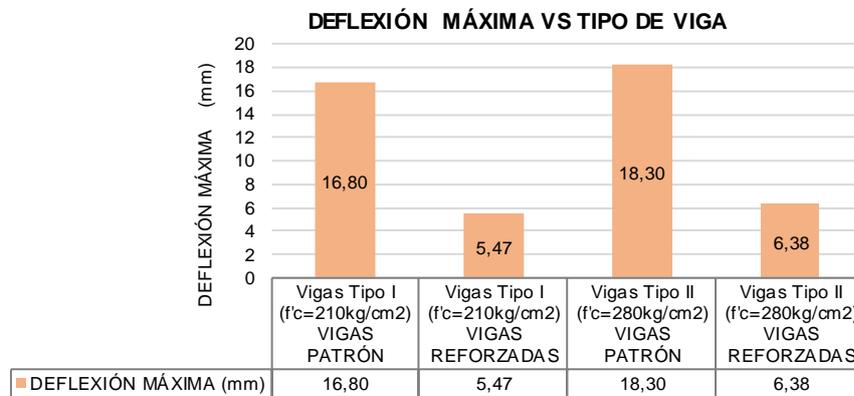
TIPO	Descripción	Carga Última Promedio (Tn)	Momento Flector Último (Tn-m)	Variación* (%)
<b>Vigas Tipo I</b>	Vigas Patrón	3,99	1,11	100
<b>Vigas Tipo I</b>	Vigas Reforzadas	6,53	1,81	163,60
<b>Vigas Tipo II</b>	Vigas Patrón	4,36	1,21	100
<b>Vigas Tipo II</b>	Vigas Reforzadas	6,96	1,93	159,80

\*Considerando el valor del Momento Flector Último de las vigas patrón como el 100 %, obtenemos el porcentaje de las vigas reforzadas.



**Figura 12.** (a) Gráfica Momento Flector vs Tipo de viga. (b) Incremento de Momento en porcentaje.

Como se puede apreciar en la Tabla 4, existe una variación de la resistencia a la flexión de las vigas reforzadas con respecto a las vigas patrón. Esta variación en las vigas tipo I fue de 1,11Tn-m a 1,81Tn, es decir se aumentó la resistencia a la flexión en 63,6% y en las vigas tipo II esta variación fue de 1,21Tn-m a 1,93Tn-m, es decir que también se logró aumentar la resistencia a la flexión en 59,8%. Gráficamente estas variaciones de resistencia expresado en toneladas - metro como en porcentaje se pueden observar en la figura 12.



**Figura 13.** Deflexión Máxima de las Vigas Patrón y Vigas Reforzadas de los Tipos I y II

Por otro lado, en la figura 13 se muestra las deflexiones máximas que alcanzaron las vigas, en la cual se puede observar que las vigas reforzadas tienen una deflexión máxima mucho menor que las vigas patrón; en los dos tipos de vigas. En la viga tipo I, las deflexiones máximas promedio registradas fue de 16,8 y 5,47 milímetros, y en la viga tipo II, las deflexiones máximas promedio registradas fue 18,3 y 6,38 milímetros, como se puede observar en ambos tipos de vigas se logra disminuir la capacidad de deformación en 67,44%; 65,14%, respectivamente. Es decir, que las láminas de fibras de carbono hacen que las vigas tengan una menor ductilidad. Evitando así las deflexiones excesivas.

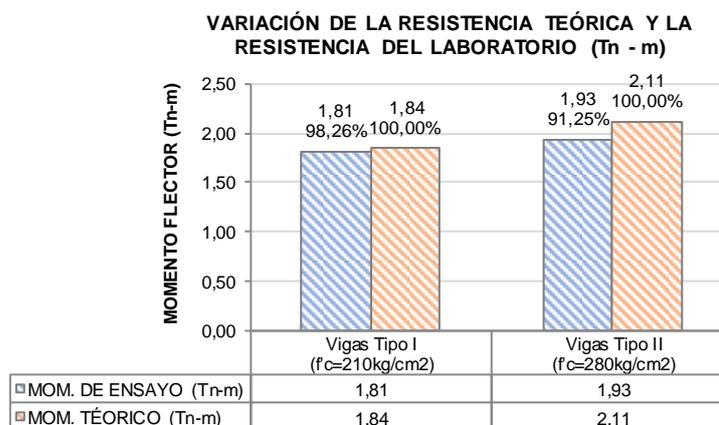
Por lo que se puede concluir que al reforzar una viga con las láminas de fibras de carbono se logra aumentar la resistencia a flexión de las vigas y también se logra disminuir significativamente la ductilidad de las vigas; puesto que, las fibras de carbono hacen que deflexión máxima disminuya considerablemente. Demostrándose lo que mencionan Majumdar et al. (2017), Ferrari et al. (2012) en sus investigaciones que las fibras de carbono producen un aumento considerable de la resistencia a la flexión y lo que mencionan Bsisu et al. (2012) que el reforzamiento con CFRP ocasiona una disminución en la ductilidad de las vigas.

Por otro lado, para determinar la resistencia teórica de las vigas reforzadas con CFRP, se empleó la guía del ACI 440.2R-17 en la cual se utilizó las características de la sección, propiedades de los materiales y las propiedades de las fibras de carbono proporcionadas por el fabricante, obteniéndose los resultados que se muestran en la tabla 5. Que luego fueron comparadas con la resistencia obtenida en laboratorio.

**Tabla 5.** Variación de Resistencia Teórica y Resistencia del Laboratorio.

	Tipo de Viga	Resistencia	Carga Última (Tn)	Momento Flector Último (Tn-m)	Variación* (%)
<b>Vigas Reforzadas con CFRP</b>	Vigas Tipo I	Teórica	6,65	1,84	100
	Vigas Tipo I	Laboratorio	6,53	1,81	98,26
	Vigas Tipo II	Teórica	7,63	2,11	100
	Vigas Tipo II	Laboratorio	6,96	1,93	91,25

\*Considerando el valor resistencia teórica de las vigas como el 100 %, obtenemos el porcentaje de resistencia de laboratorio.



**Figura 14.** Variación de Resistencia Teórica y Resistencia del Laboratorio.

Como se puede apreciar en la tabla 5 y la figura 14, las resistencias obtenidas en el laboratorio son menores a las resistencias calculadas teóricamente. Para las vigas tipo I reforzadas con CFRP, la variación que existe entre la resistencia del laboratorio y la resistencia teórica es 1,74%; y para las vigas tipo II reforzadas con CFRP, la variación es de 8,75% entre ambas resistencias. Esto probablemente se debe a lo que mencionan Majumdar et al. (2017) que la resistencia teórica no se puede lograr debido a la desunión de CFRP durante el fallo.

Finalmente, de acuerdo a los resultados obtenidos en el laboratorio, las vigas de concreto armado que fueron reforzadas con láminas de fibras de carbono, tuvieron un aumento de la resistencia a la flexión de un 59,8% a un 63,6% respecto a las vigas de concreto armado sin reforzar. Por lo que se valida la hipótesis inicial planteada.

#### 4. CONCLUSIONES

La resistencia a la flexión de las vigas de concreto armado al ser reforzadas con láminas de fibras de carbono aumentan entre un 59,8% a 63,6%.

En las vigas tipo I, las vigas patrón alcanzaron una carga última de 3,99Tn; mientras que, las vigas reforzadas con láminas de fibras de carbono llegaron a una carga última de 6,53Tn; es decir, se logró incrementar 2,54Tn. De igual manera en las vigas tipo II, las vigas patrón alcanzaron una carga última de 4,36Tn; mientras que, las vigas reforzadas con láminas de fibras de carbono llegaron a una carga última de 6,96Tn, incrementándose en 2,60Tn.

En las vigas tipo I, las vigas patrón alcanzaron un momento flector último de 1,1Tn-m y una deflexión máxima de 16,8mm; mientras que, las vigas reforzadas llegaron a un momento flector último de 1,81Tn-m y una deflexión máxima de 5,47mm; es decir, se aumentó la resistencia a la flexión en 63,6% y se logró disminuir la capacidad de deformación en 67,44%. De igual manera en las vigas tipo II, las vigas patrón alcanzaron un momento flector de 1,21Tn-m y una deflexión máxima de 18,30mm; mientras que, las vigas reforzadas llegaron a un momento flector último de 1,93Tn-m y una deflexión máxima de 6,38mm; es decir, se aumentó la resistencia a la flexión en 59,8% y se logró disminuir la capacidad de deformación en 65,14%.

Finalmente, se concluye que: las fibras de carbono aumentan la resistencia a la flexión de las vigas y también logran disminuir significativamente la ductilidad de las vigas, evitando así las deflexiones excesivas.

## AGRADECIMIENTOS

Agradecemos a la Universidad Nacional de Cajamarca, Facultad de Ingeniería por permitirnos la utilización del Laboratorio de ensayo de materiales “Carlos Esparza Díaz” para esta investigación.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ACI 318S. 2014. American Concrete Institute. Requisitos de Reglamento para Concreto Estructural. Michigan, USA. 48, 145, 363-371pp
- ACI 440.2R. 2017. American Concrete Institute. Guide for the Design and Construction of Externally Bonded FRP Systems for Strengthening Concrete Structures. Michigan, USA. 24-31, 44, 45pp
- Anurag, J. 2016. Comparative Study on strengthening of RC beam in flexure using CFRP & GFRP: A Review. International Journal of Science Technology & Engineering 2: 129.
- Bahn, B.; Harichandran, R. 2008. Flexural behavior of reinforced concrete beams strengthened with CFRP sheets and epoxy mortar. Journal of Composites for Construction 12(4): 387-395.
- Bsisu, K; Hunaiti, Y; Younes, R. 2012. Flexural ductility behavior of strengthened reinforced concrete beams using steel and CFRP plates. Jordan Journal of Civil Engineering 6: 304-312
- Ferrari, V.; Hanai, J. B. 2012. Flexural strengthening of reinforced concrete beams with carbon fibers reinforced polymer (CFRP) sheet bonded to a transition layer of high performance cement-based composite. Rev. IBRACON Estrut. Mater. 5: 610.
- Flores, L. 2013. Fibras de carbono: Reforzamiento de Estructuras. PUCP Civilizate 3: 46-48.
- Harmsen, T. 2017. Diseño de estructuras de concreto armado. 5ta Edición. Editorial Pontificia Universidad Católica del Perú. Lima Perú. 77-147pp.
- Jumaat, M.; Rahman, M.; Alam, M. 2010. Flexural strengthening of RC continuous T beam using CFRP laminate: A review. International Journal of the Physical Sciences 5: 619-625.
- Majumdar, D.; Sahis, M.; Halder, N.; Sengupta, A. 2017. Flexural strengthening of RCC beam with carbon fibre wrapping. International Journal of Engineering Science and Technology 9: 502-503.
- NTP 339.079. 2012. Norma Técnica Peruana. Método de ensayo para determinar la resistencia a la flexión del concreto en vigas simplemente apoyadas con cargas en el centro del tramo. Lima, Perú.
- Rivva, E. 2013. Diseño de Mezclas. 2da Edición. Editorial ICG. Lima, Perú. 161pp
- Salah M.; Abdul, A.; Salah, B., Binti, N.; Bin, M. 2014. Shear strengthening of reinforced concrete beams using carbon fiber reinforced polymer laminate: A review. American. Journal of Civil Engineering 2: 1-7
- Vivienda. 2009. Reglamento Nacional de Edificaciones del Perú. Norma Técnica E060 Concreto Armado. Lima, Perú