

Determinación de la fuerza de frenado electromagnético sobre un imán cilíndrico hueco que se mueve por una barra de aluminio

Determination of the electromagnetic braking force of a hollow cylindrical magnet that moves through an aluminum bar

Mario Elder Chávez Bacilio

Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, Universidad Nacional de Trujillo, Av. Juan Pablo II s/n – Ciudad Universitaria, Trujillo, Perú.

Autor correspondiente: mchavezbacilio@hotmail.com (M. Chávez)

RESUMEN

En el presente trabajo se determinó la relación entre la fuerza de frenado electromagnético y el tiempo cuando un imán de neodimio cilíndrico hueco se movió externamente a lo largo de una barra cilíndrica de aluminio en posición vertical. Se grabó el movimiento del imán con una cámara Samsung Galaxy S8 + a una velocidad de 240 fotogramas por segundo y luego, haciendo uso del software analizador de videos Tracker, se construyó la ecuación de la fuerza electromagnética en función del tiempo. Los resultados mostraron que la fuerza de frenado magnético aumentó exponencialmente y luego de un tiempo muy corto (0,16 s) su valor alcanza a igualar el peso del imán; y entonces el imán se movió con velocidad constante. La relación entre la fuerza de frenado magnético y el tiempo es análoga al caso cuando un imán cae y se mueve dentro de un tubo de aluminio, con la fuerza magnética directamente proporcional a la velocidad del imán y orientada en sentido contrario.

Palabras clave: Freno electromagnético; campo de un imán cilíndrico hueco; corrientes de Eddy; analizador de videos Tracker.

ABSTRACT

In the present work, the relationship between the electromagnetic braking force and the time when a hollow cylindrical neodymium magnet moved externally along a cylindrical aluminum rod in vertical position was determined. The movement of the magnet was record with a Samsung Galaxy S8 + camera at a speed of 240 frames per second and then, using the Tracker video analyzer software, the electromagnetic force equation was constructed as a function of time. The results showed that the magnetic braking force increased exponentially and after a very short time (0.16 s) its value reached to equal the weight of the magnet; and then the magnet moved with constant speed. The relationship between the magnetic braking force and time is analogous to the case when a magnet falls and moves inside an aluminum tube, with the magnetic force directly proportional to the speed of the magnet and oriented in opposite direction.

Keywords: Electromagnetic braking; hollow cylindrical magnet; eddy currents; tracker video analyzer.

1. INTRODUCCIÓN

El frenado electromagnético es una aplicación muy importante de la ley de Faraday de la inducción electromagnética y de la ley de Lenz. La ley de Faraday de la Inducción electromagnética establece que el voltaje inducido en un circuito cerrado es directamente proporcional a la rapidez con que cambia en el tiempo el flujo magnético que atraviesa una superficie cualquiera. La ley de Lenz afirma que las corrientes asociadas a los voltajes inducidos circulan de modo que frenan la variación del flujo magnético que las creó (Sears et al, 2009)

Las corrientes de Foucault (conocidas también como eddy current en inglés) es un fenómeno electromagnético que se produce cuando un conductor atraviesa un campo magnético variable, o viceversa. El movimiento relativo del conductor respecto al campo causa una circulación de electrones o corriente inducida dentro del conductor. Estas corrientes circulantes de Foucault a su vez crean campos magnéticos que se oponen al efecto del campo magnético aplicado (Glenn, 2017): Cuanto más fuerte sea el campo magnético aplicado, mayor

la conductividad del conductor, o mayor la velocidad relativa de movimiento, mayores serán las corrientes de Foucault y los campos opuestos creados (Sung et al, 2009).

En la figura 1, un imán permanente se desplaza hacia abajo con velocidad V frente a una plancha de metal no magnético ubicada en posición vertical. El campo magnético que atraviesa la plancha varía a medida que el imán se desplaza generándose las corrientes inducidas de Foucault (Ireson, 2008). Las corrientes de Foucault en las áreas de la placa frente al polo norte del imán son de sentido contrario produciendo atracción o repulsión, según sea el caso.

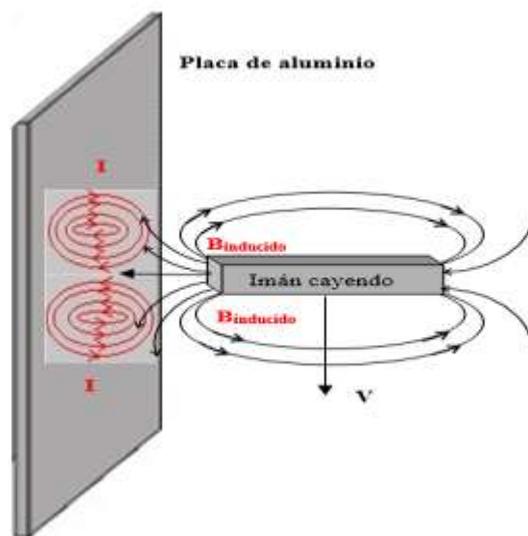


Figura 1. a) Corrientes de Foucault (líneas cerradas de color rojo) inducidas por el campo magnético del imán con velocidad V . Las líneas de campo magnético del imán (color negro) están orientadas hacia la placa. b) Las corrientes de Foucault en la superficie de la placa frente al polo norte del imán crean campos inducidos de sentido contrario produciendo atracción y repulsión del sistema (Aguilar, 2018).

Si la plancha está fija y el imán se desplaza paralelamente a la plancha, durante el paso del imán, éste es atraído y repelido por la plancha de metal no magnético. Cuando el imán cae por su propio peso paralelamente a un metal no magnético, las fuerzas de atracción y repulsión retardan el movimiento de caída del imán. A este fenómeno se le conoce como *retardo o frenado electromagnético*.

Para estudiar el frenado electromagnético se han llevado a cabo diversos experimentos con un imán en movimiento de caída por atracción del campo gravitatorio terrestre a lo largo del interior de tubos cilíndricos de cobre (MacLachy, 1993; Pelesko, 2005; Levin, 2006; Sung, 2009 y Donoso, 2009).

Xavier et al (2014) utilizaron el software analizador de videos Logger Pro para estudiar el frenado de un imán en caída a lo largo de un tubo vertical conductor con una ranura longitudinal y determinaron la velocidad terminal para diferentes espesores del tubo. Yuxuan et al (2016) han estudiado el movimiento de un imán permanente en un tubo de metal no magnético. Ellos utilizaron un modelo de corriente equivalente para analizar el campo magnético alrededor del imán, obteniendo la distribución de la corriente de Foucault en el tubo metálico y modelaron la fuerza de frenado electromagnética sobre el imán con la ayuda del método de elementos finitos.

La gran mayoría de los estudios realizados sobre el fenómeno físico de frenado electromagnético se han llevado a cabo utilizando tubos de materiales no magnéticos, particularmente de cobre, en el interior de los cuáles se dejaban caer imanes en forma de disco o cilindros. En la mayoría de trabajos reportados, no se ha encontrado trabajos en los que el imán se desplace en caída en el exterior del metal no magnético de modo que el fenómeno de frenado electromagnético del imán pueda ser observado directamente.

A diferencia de la mayoría de los estudios reportados, en el presente trabajo se estudió el frenado electromagnético de un imán que se movió externamente a un material conductor no magnético de modo que el frenado se pudo apreciar directamente. Específicamente, se determinó la relación entre fuerza de frenado electromagnético y el tiempo cuando un imán cilíndrico hueco, que se liberó desde el reposo, se movió externamente a lo largo de una barra cilíndrica de aluminio. Los resultados muestran que la fuerza magnética de frenado aumentaron con el tiempo muy rápidamente de manera exponencial y luego de un tiempo muy pequeño (0,16 s) se igualó al peso del imán.

1.1 CAMPO MAGNÉTICO DE UN IMÁN CILÍNDRICO HUECO

El campo magnético creado por un imán en forma de anillo (cilindro hueco) ha sido estudiado por diferentes autores (Ravaud et al, 2008; Babic et al, 2008 y más recientemente Reich et al, 2015). Todos ellos encontraron que el campo magnético de un imán cilíndrico hueco con magnetización permanente, uniforme y axial se puede expresar en función de dos componentes, una radial y la otra axial. Reich et al. (2015) calcularon analíticamente el campo magnético de un imán cilíndrico hueco con magnetización permanente, uniforme y axial, de modo que el campo es producido por las densidades superficiales de corriente que fluyen en las superficies laterales interior y exterior del imán y luego, haciendo uso de Matlab construyeron las líneas de campo magnético del imán, como se muestra en la figura 2 a).

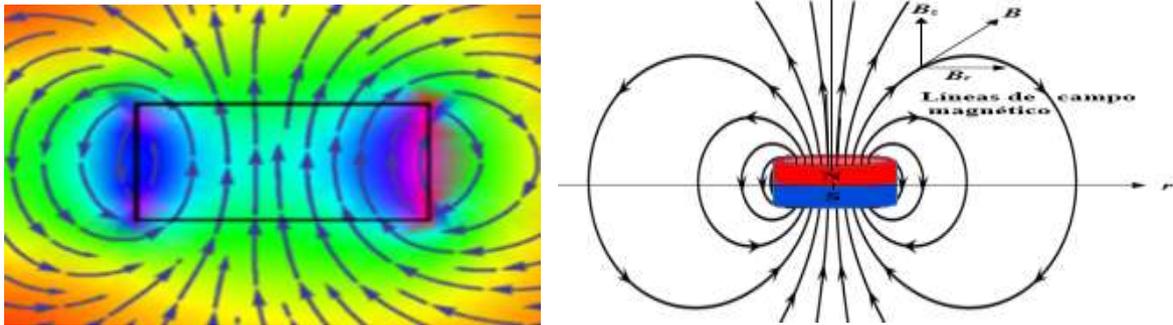


Figura 2. a) Líneas de campo magnético construidas en Matlab (Reich et al, 2015) y b) líneas de campo y polaridad magnética del imán en forma de anillo; también se ilustran las componentes radial y axial del campo magnético en un punto de una de las líneas de campo.

Consideremos el modelo en el cual el campo magnético del imán permanente es producido por una distribución de corriente equivalente. De acuerdo con las ecuaciones de Maxwell, podemos obtener una expresión para el campo magnético mediante la introducción del potencial vector magnético (Reitz et al, 2013). En la figura 3 se muestra un imán con magnetización uniforme M para el cual el potencial vector magnético A es:

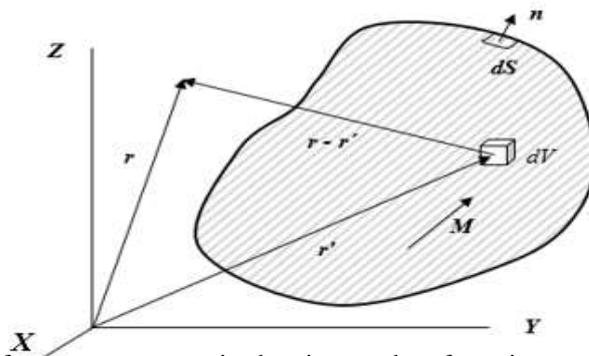


Figura 3. Imán uniformemente magnetizado, sistema de referencia y vectores de posición utilizados para determinar el campo magnético del imán.

$$A = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_S \frac{M \times n}{|r-r'|} dS = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_S \frac{J_{sm}}{|r-r'|} dS \quad (1)$$

Donde S es la superficie que rodea al imán permanente, $|r-r'|$ es la distancia desde el elemento diferencial dV al punto donde se evalúa el campo, n es el vector unitario normal saliente a la superficie del imán y definiendo $M \times n = J_{sm}$, como una densidad superficial de corriente equivalente, obtenemos:

$$B = \nabla \times A = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_S \frac{J_{sm} \times (r-r')}{|r-r'|^3} dS \quad (2)$$

Consideremos un imán en forma de anillo uniformemente magnetizado, $M = M \mathbf{k}$, de radios interior R_1 y exterior R_2 , y espesor e que se muestra en la figura 4.

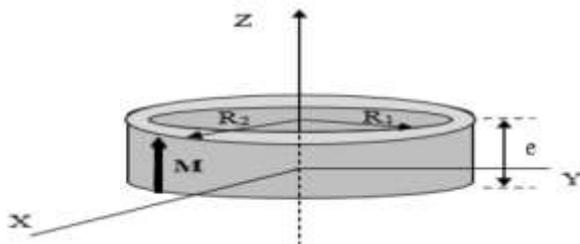


Figura 4. Imán en forma de anillo uniformemente magnetizado en la dirección de su eje axial, Z.

En las superficies de las caras superior e inferior del anillo el producto vectorial $\mathbf{M} \times \mathbf{n}$ es nulo porque \mathbf{n} y \mathbf{M} tienen la misma dirección, luego, en éstas superficies, $\mathbf{J}_{sm} = \mathbf{M} \times \mathbf{n} = 0$ y los únicos lugares en donde existirán corrientes superficiales serán las superficies laterales interna y externa del anillo, en donde la dirección del vector unitario normal saliente a la superficie, \mathbf{n} , es perpendicular a la magnetización \mathbf{M} (ver figura 5 b).

En la superficie lateral interior $\mathbf{J}_{sm} = \mathbf{M} \times \mathbf{n}$ tiene sentido opuesto al de la superficie lateral exterior. Es decir, las corrientes en estas superficies son de sentido contrario, de modo que el anillo puede considerarse como un sistema de dos espiras concéntricas por donde fluyen corrientes de sentidos opuestos. Así, el campo generado por el imán en forma de anillo puede ser evaluado sobre cualquier punto del eje axial de la siguiente manera:

Para evaluar el campo producido por la densidad superficial de corriente en la superficie interior, consideremos la geometría que se muestra en la figura 5a.

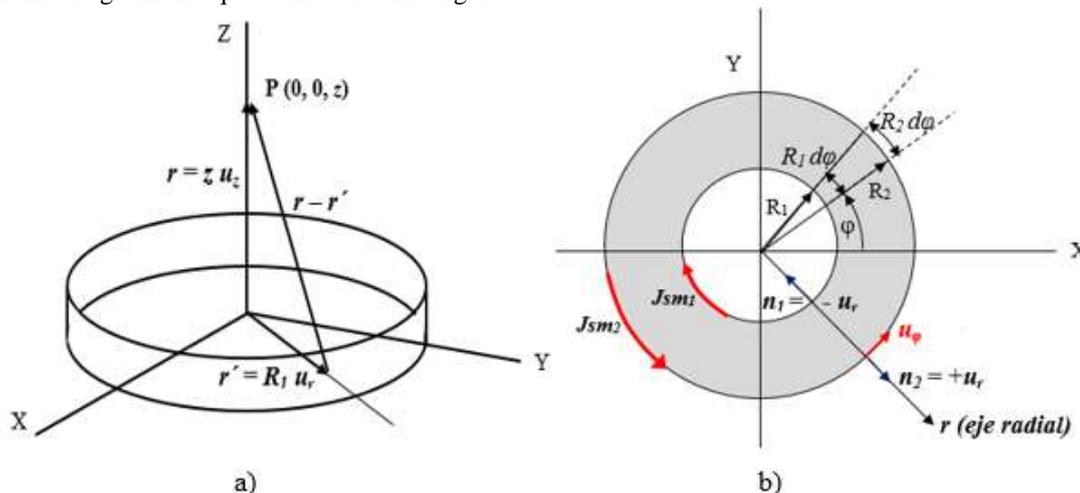


Figura 5. Geometría usada para determinar el campo magnético producido por las corrientes superficiales en el punto P (0, 0, z); a) sistema de referencia y b) orientación de los vectores unitarios normales en las superficies laterales interior y exterior y sentido de la circulación de las corrientes superficiales en ambas superficies.

Usando la ecuación (3), para la superficie lateral interior, tenemos:

$$\mathbf{B}_1 = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_{S1} \frac{\mathbf{J}_{sm1} \times (\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} dS \tag{3}$$

$$\mathbf{J}_{sm1} = \mathbf{M} \times \mathbf{n}_1 = M \mathbf{k} \times \mathbf{n}_1 = M \mathbf{k} \times (-\mathbf{u}_r) = -M \mathbf{u}_\phi \tag{4}$$

$$\mathbf{r} = z \mathbf{k}; \quad \mathbf{r}' = R_1 \mathbf{u}_r; \quad |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3 = (z^2 + R_1^2)^{3/2}$$

$$dS = e R_1 d\phi$$

Reemplazando en la ecuación (3) e integrando sobre toda la superficie lateral interna del anillo, obtenemos:

$$\mathbf{B}_1 = -\frac{\mu_0 M e R_1^2}{2(R_1^2 + z^2)^{3/2}} \mathbf{k} \tag{5}$$

Análogamente, al evaluar el campo producido por la superficie lateral exterior, tenemos:

$$\mathbf{B}_2 = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_{S2} \frac{\mathbf{J}_{sm2} \times (\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} dS = \frac{\mu_0 M e R_2^2}{2(R_2^2 + z^2)^{3/2}} \mathbf{k} \tag{6}$$

Por tanto, el campo magnético resultante en cualquier punto sobre el eje Z viene dado por,

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_1 + \mathbf{B}_2 = \frac{\mu_0 M e}{2} \left[\frac{R_2^2}{(R_2^2+z^2)^{3/2}} - \frac{R_1^2}{(R_1^2+z^2)^{3/2}} \right] \mathbf{k} \quad (7)$$

Sin embargo, cuando un imán permanente cilíndrico se deja caer en el interior de un tubo conductor cilíndrico, el imán experimenta la fuerza de frenado magnético que equilibra el peso del imán y hace que el imán se mueva con velocidad constante. En este fenómeno, es la componente radial del campo magnético la que produce la fuerza de frenado magnético sobre el imán (Donoso et al, 2011; Partovi et al, 2006; Yuxuan et al, 2016).

1.2 CORRIENTES DE EDDY EN UN TUBO METÁLICO CONDUCTOR

Consideremos un imán permanente cilíndrico que cae y se mueve por el interior de un tubo metálico conductor ubicado en posición vertical (Fig.6 a). Cuando el imán se mueve en el tubo de metal, el flujo magnético debido a las líneas de campo magnético del imán que atraviesan la superficie del tubo inducen corrientes de Foucault en el tubo de metal, también conocidas como corrientes de eddy (Yuxuan et al, 2016).

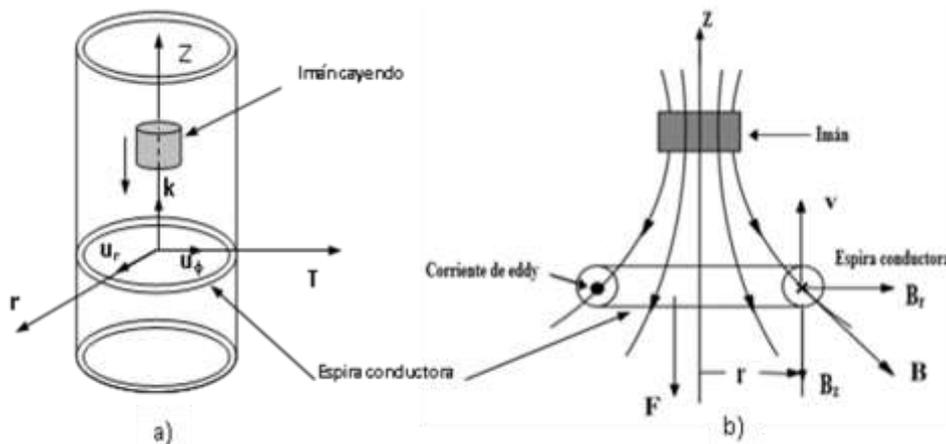


Figura 6. a) Geometría para describir el movimiento del imán dentro del tubo conductor y b) espira conductora en el tubo metálico y orientaciones de las corrientes de eddy y de la fuerza magnética sobre la espira conductora.

De acuerdo con la ley de inducción electromagnética de Faraday, la fuerza electromotriz inducida y que a su vez genera las corrientes de eddy viene dado por la expresión:

$$\varepsilon = - d\Phi_m/dt \quad (8)$$

donde Φ_m es el flujo magnético a través del tubo de metal.

La fuerza electromotriz en el tubo de metal se expresa como

$$\varepsilon = \int_c (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot d\mathbf{L} \quad (9)$$

El campo magnético producido por el imán permanente solo tiene la componente radial B_r y la componente vertical B_z , por lo tanto, la fuerza electromotriz de inducción en una “espira conductora” del tubo (figura 6 a) se escribe como:

$$\varepsilon = \int_c [\mathbf{v} \times (\mathbf{B}_r + \mathbf{B}_z)] \cdot d\mathbf{L}$$

$$\varepsilon = \int_c v B_r \mathbf{u}_T \cdot d\mathbf{L} = \int_c v B_r dL \quad (10)$$

$$\varepsilon = v B_r 2\pi r \quad (11)$$

De la ec. (10) notamos que la fuerza electromotriz en el tubo de metal solo tiene que ver con la componente radial B_r del campo magnético, mientras que la componente vertical B_z no tiene influencia sobre él. El sentido de la fuerza electromotriz inducida es tal que las corrientes inducidas o de eddy circulan en la dirección tangencial en cada punto sobre la espira conductora (ver fig. 6b).

Si asociamos a cada elemento diferencial de la espira conductora una longitud dL , una sección transversal dS y una resistencia eléctrica dR

$$dR = \rho dL/dS \tag{12}$$

Asumiendo que el diferencial de f.e.m. que actúa sobre dL es $d\varepsilon = v B_r dL$ (ver ec.10), entonces la densidad de corriente de eddy es

$$J = dI/dS = (1/dS) (d\varepsilon/dR) = B_r v/\rho \tag{13}$$

Donde ρ , es la resistividad del tubo conductor.

1.3 FUERZA ELECTROMAGNÉTICA DE FRENADO

Consideremos el caso en que un imán permanente, en forma de anillo y uniformemente magnetizado en la dirección de su eje axial se libera desde el extremo superior de una barra de material conductor, de modo que el imán se mueve externamente al material conductor, como se muestra en la figura 7. Se observa que el imán inmediatamente después de liberado se mueve hacia abajo con velocidad constante.

Esto se debe a que tan pronto el imán es liberado actúa sobre él una fuerza de origen electromagnética que retarda o frena su movimiento. Si consideramos que el fenómeno es análogo al caso en que el imán se mueve por el interior de un tubo conductor y el imán también se mueve con velocidad constante debido a que esta fuerza electromagnética equilibra el peso del imán, entonces su módulo y orientación vienen dados por la expresión (Donoso et al, 2011):

$$F_{fren} = -k v = -mg \left[1 - \exp\left(-\frac{k t}{m}\right) \right] \tag{14}$$

Donde k es una constante que depende de la naturaleza y forma geométrica del sistema imán-barra conductora.

Si en la barra conductora tomamos como referencia un elemento diferencial en forma de espira, cuando el imán se desplaza hacia abajo aproximándose a la espira (ver fig. 7 a), el flujo magnético en la espira aumenta y la corriente inducida circula de modo que trata de frenar tal aumento; como resultado el momento dipolar de la espira ejerce una fuerza repulsiva vertical hacia arriba sobre el imán, que frena el movimiento del imán.

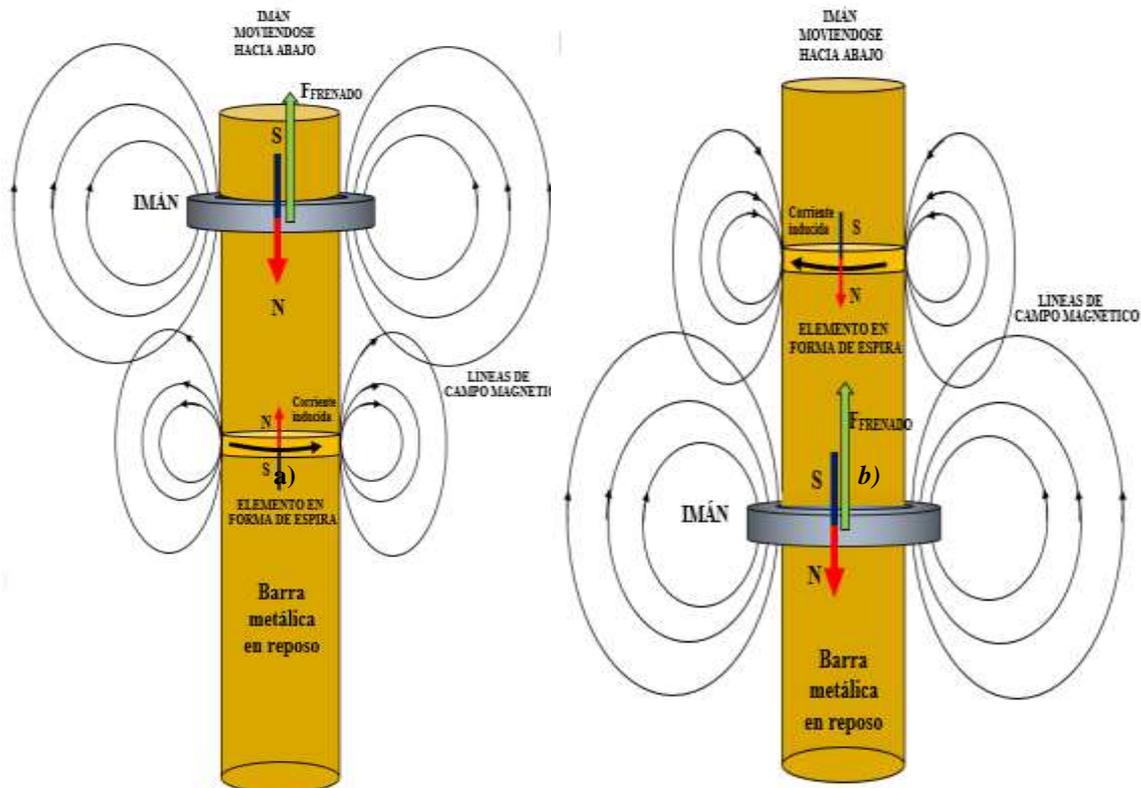


Figura 7. Fuerza magnética de frenado sobre un imán en forma de anillo que cae por una barra metálica ubicada en posición vertical. La fuerza magnética es causada por las corrientes inducidas en la barra debido a la variación del flujo magnético; En la figura 7 a), en la región de la barra delante del imán el flujo magnético aumenta y la fuerza sobre el imán es repulsiva y en 7 b), en la región de la barra detrás del imán el flujo disminuye y la fuerza sobre el imán es atractiva.

Cuando el imán se aleja de la espira de referencia (ver fig. 7 b), el flujo magnético en la espira disminuye y la corriente inducida circula de modo que trata de compensar ésta disminución; como resultado, ahora el momento dipolar de la espira ejerce una fuerza vertical atractiva hacia arriba sobre el imán, que también frena el movimiento del imán.

Considerando que, a medida que el imán se mueve a lo largo de la barra fija, todos los elementos diferenciales en forma de espira distribuidos a lo largo de la barra presentan el mismo comportamiento, durante el paso del imán, éste es continuamente repelido y atraído por la barra metálica. Así, al caer el imán por su propio peso a lo largo de la barra, las fuerzas de repulsión y atracción retardan el movimiento de caída del imán.

a. EL ANALIZADOR DE VIDEOS “TRACKER”

Tracker es un programa de análisis de video y construcción de modelos hechos en el ambiente Java del proyecto Open Source Physics (Brown, 2009), combina videos y modelación en computadora.

Con el fin de producir un perfil de velocidad del progreso del objeto se graba el movimiento del objeto utilizando una cámara digital. El movimiento del objeto se estudia analizando una serie de cuadros extraídos del video. Los fotogramas individuales se obtienen usando Tracker. La posición del objeto se determina a partir de cada fotograma como su distancia desde un punto fijo y luego se escala en metros reales utilizando un objeto de longitud conocida que se encuentra en el mismo video (Molina et al, 2012).

2. MATERIALES Y MÉTODOS

2.1 OBJETO DE ESTUDIO

El objeto de estudio fue el sistema: imán permanente de neodimio de geometría anular- barra cilíndrica de aluminio, ver figura 8.

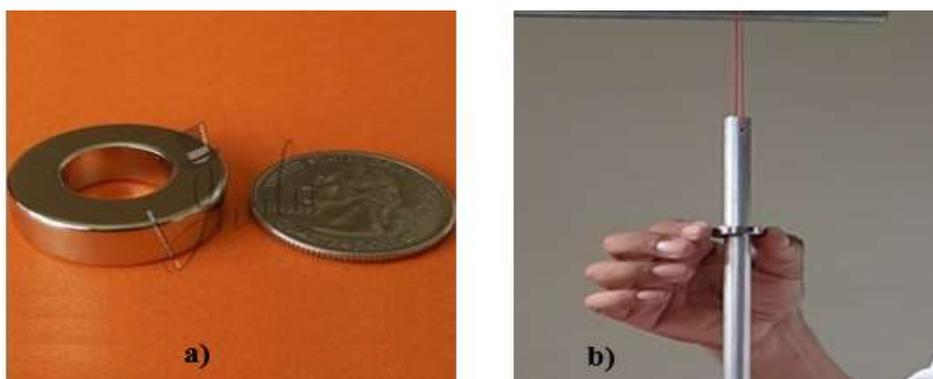


Figura 8. a) Imán de neodimio de grado N48 en forma de anillo y b) imán de neodimio anular de grado N48 insertado en una barra de aluminio en el instante en que se libera el imán.

El imán de neodimio se compró en la tienda de imanes Jholu Magnet (en Lima) y las barras de aluminio de la distribuidora de barras y perfiles de aluminio VERALUM (en Trujillo).

En las tablas 2 y 3 se presentan algunas propiedades del imán anular de Neodimio N48 y de la barra de aluminio que se usó en el experimento.

Tabla 2. Propiedades físicas del imán de neodimio.

Propiedad	valor
Masa	19,05 g
Diámetro externo	25,40 mm
Diámetro interno	12,80 mm
Espesor	6,00 mm
Campo magnético radial externo	48,76 gauss

Tabla 3. Propiedades físicas de la barra de aluminio.

Propiedad	valor
Masa	169,6 g
Longitud	80,0 cm
Diámetro	12,50 mm
Densidad	2,7 g/cm ³
Conductividad	3,7 x10 ⁷ (Ω m) ⁻¹

Variable independiente: tiempo.

Variables dependientes: Velocidad, fuerza magnética.

2.2 INSTRUMENTOS Y EQUIPOS

Para la recolección de datos se usó:

- Una cámara de video de un celular Samsung Galaxy S8+, graba hasta 240 fotogramas por segundo, para filmar el movimiento de los imanes.
- El Software “Tracker Video Analysis” para registrar los valores de posición, en función del tiempo, de los imanes mientras se mueven a lo largo de la barra vertical de aluminio. Tracker ofrece una precisión de 0,1 mm en la medida de longitudes y 0,001 s en la medición del tiempo.
- Brújula NAHITA de Aluminio y 45 mm de diámetro, para determinar la polaridad magnética del imán.
- Gaussímetro virtual Keuwlsoft (aplicación en celular Samsung Galaxy S8+), para medir el campo magnético generado por el imán.
- Vernier digital STANLEY S330 (u = 0, 01 mm), para medir las dimensiones geométricas del sistema imán-barra de aluminio.
- Balanza Adam CBK (u = 0,1 g), para medir las masas del imán.

2.3 MÉTODOS Y TÉCNICAS

MEDICIÓN DEL CAMPO MAGNÉTICO DEL IMÁN ANULAR N48

- Colocamos un papel milimetrado sobre la mesa de trabajo y ubicamos el celular sobre el papel milimetrado, de modo que una línea longitudinal del papel milimetrado coincidió con la dirección Sur-Norte que indicó la brújula del celular como se muestra en la figura 9 a. Luego, fijamos el papel milimetrado con cinta adhesiva a la mesa de trabajo.



Figura 9. a) Disposición del celular, con la aplicación del gaussímetro activado, sobre el papel milimetrado en la mesa de trabajo. b) medición del campo magnético del imán de neodimio N48 en la cara plana que corresponde al polo norte magnético del imán. También se indica la posición del sensor y el sistema de referencia usado.

- Ubicamos sobre la pantalla del celular un imán auxiliar de neodimio en forma de disco (de 10 mm de diámetro y 2 mm de espesor); movimos lentamente el imán y al mismo tiempo observamos cómo fueron cambiando los valores del campo magnético en la pantalla del celular. El punto donde se ubicó el centro del imán cuando el módulo del campo magnético fue máximo se asumió como la posición del sensor magnético.
- Se hizo coincidir el origen de un sistema de referencia cartesiano con la ubicación del sensor magnético para evaluar el valor del campo magnético (ver figura 9 b).
- Se ubicó el imán de neodimio N48 de forma anular con la cara plana de su polo norte pegado al celular y frente al sensor magnético como se muestra en la figura 9 b; se fijó un sticker de color rojo al imán para que con Tracker se pudiese hacer el seguimiento de su trayectoria.
- Se midió el campo magnético resultante producido por el imán en su posición inicial (Figura 9 b) y luego se desplazó el imán muy lentamente a lo largo de la dirección X (dirección radial del imán) y siempre pegado al celular.
- Se filmó el movimiento del imán a lo largo de la dirección X con otro celular. El video se importó a Tracker donde se pudo obtener los valores de la componente radial del campo en la cara plana del polo norte del imán en función de la distancia radial desde el centro del imán para una posición axial de 15 mm.

MEDICIÓN DE LA FUERZA MAGNÉTICA SOBRE EL IMÁN ANULAR DE NEODIMIO N48

- Se practicó un orificio en cada extremo de la barra y usando un lazo de cuerda a través de un orificio se colgó la barra de una varilla de acero acoplada en posición horizontal a un soporte universal.
- Con un alambre de acero se construyó un gancho en forma de “S” que por uno de sus extremos se podía fijar a la barra a través del orificio libre y por el otro extremo a una pesa de 01 Kg.
- Se insertó por el extremo inferior de la barra un imán en forma de anillo y se usó un gancho de plástico (para tender ropa) para sostener en reposo el imán en el extremo inferior de la barra.
- El gancho en forma de “S” sujetando a la pesa de 01 Kg se fijó al extremo inferior de la barra; esto se hizo para que la barra quede en posición vertical y completamente en reposo (evitando movimientos laterales o de bamboleo de la barra), ver figura 10.
- Manualmente, el imán se le llevo al extremo superior de la barra (tubo) y se liberó desde el reposo y usando la cámara de video se filmó el movimiento del imán. Para hacer el seguimiento en el software analizador de videos se fijó una pequeña cinta de sticker de color rojo a la cara lateral del imán que dio frente a la cámara de video.
- El video se importó al software Tracker donde se construyó la ecuación que relacionó el desplazamiento del imán con el tiempo y a partir de ello se determinó las ecuaciones de la velocidad y la fuerza magnética de frenado en función del tiempo. El arreglo experimental usado se muestra en la figura 10.

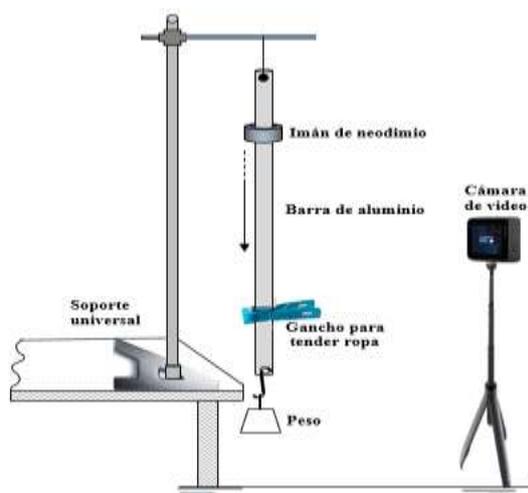


Figura 10. Esquema del arreglo experimental para estudiar el freno magnético de un imán de neodimio en forma de anillo moviéndose verticalmente hacia abajo a lo largo de una barra de aluminio. El imán fue liberado desde el reposo.

3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

CAMPO MAGNÉTICO DEL IMÁN DE NEODIMIO N 48

El campo magnético total del imán en la posición inicial, cuando el centro de la cara del polo norte del imán se encuentra en la posición $x = 0$, $y = 15$ mm, medidos desde el sensor magnético del celular (ver figura 9 b) es $B = 6,5534$ mT = 65,534 Gauss. A partir del video del movimiento del imán en la dirección del eje X (dirección radial para el imán), usando Tracker se registró los valores de la componente radial del campo magnético en función de la distancia radial, ver figura 11.

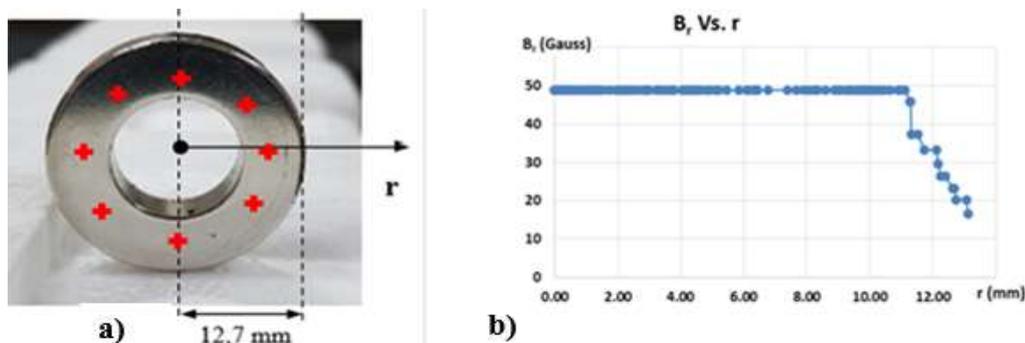


Figura 11. a) Eje radial y radio externo del imán y b) gráfica de la relación entre la componente radial del campo y la distancia radial medida desde el eje axial del polo norte del imán.

De la figura 11 b) se nota que la componente radial del campo magnético creado por el imán, a la altura del polo norte, es prácticamente constante en la dirección radial y se atenúa rápidamente más allá de los 11 mm, esto debido a que las líneas de campo magnético en el interior del anillo no presentan una curvatura apreciable como se muestra en la figura 2 a (Reich et al, 2015). El valor constante de la componente radial es igual a 48,765 Gauss = 4,8765 mT. Por tanto, en la zona de interacción magnética entre el imán y la barra del metal, el campo radial es prácticamente constante.

FUERZA MAGNÉTICA SOBRE EL IMÁN ANULAR DE NEODIMIO N48

En la figura 12 se muestra la gráfica de la relación entre posición y tiempo, para el movimiento del imán que se suelta y se mueve a lo largo de la barra cilíndrica de aluminio ubicada en posición vertical.

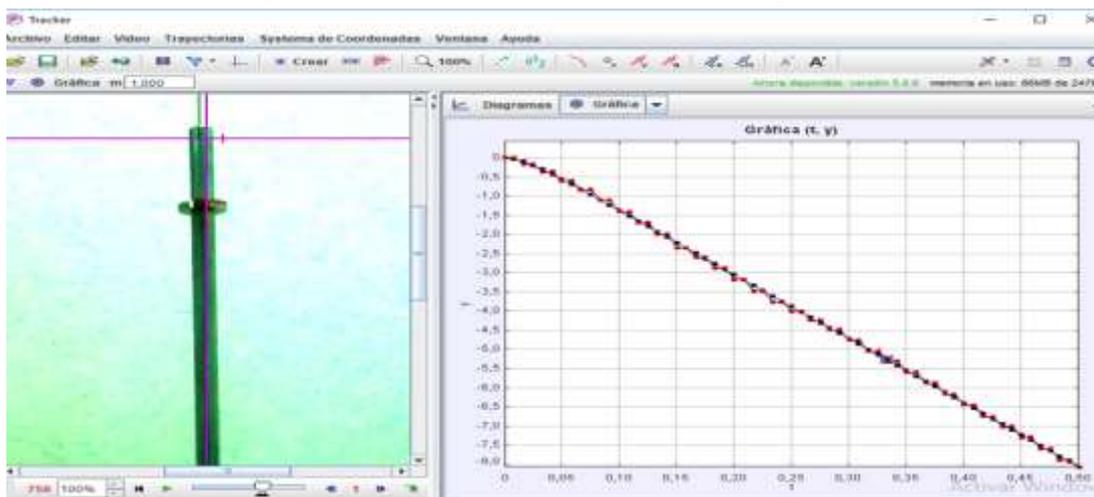


Figura 12. Gráfica de la relación entre la posición y el tiempo, y Vs. t, para el movimiento del imán, con la posición en cm y el tiempo en segundos. Los puntos en color rojo corresponden a los datos experimentales y los puntos en color azul al modelo construido con Tracker.

En la figura 13 se muestra la ventana correspondiente al modelo cinemático, construido con Tracker, del movimiento de un único imán moviéndose a lo largo de la barra cilíndrica vertical de aluminio.

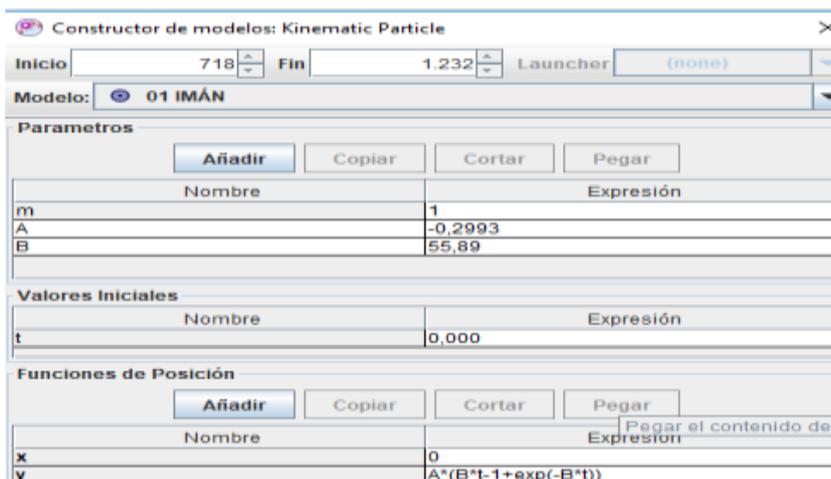


Figura 13. Ventana Tracker donde se muestran los parámetros y la ecuación cinemática del modelo construido que relaciona la posición y el tiempo del movimiento del imán a lo largo de la barra cilíndrica de aluminio ubicada en posición vertical.

A partir del modelo construido, la ecuación que relaciona la posición del imán y el tiempo es:

$$y = A (Bt - 1 + e^{-Bt}) = -0.2993 (55.89 t - 1 + e^{-55.89 t}) \text{cm} \tag{15}$$

Así, la ecuación que relacionan la velocidad y el tiempo es:

$$v_y = AB(1 - e^{-Bt}) = v_L \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \text{cm/s} = -16.73 (1 - e^{-55.89 t}) \text{cm/s} \tag{16}$$

De donde:

$$v_L = AB = 16,73 \text{ cm/s}, \quad \tau = 1/B = 0,0179 \text{ s} = 17,9 \text{ ms} \quad \text{y} \quad k = mg/v_L = 1,112 \text{ Kg/s}$$

En la figura 14 se muestra la relación v_y Vs. t de la ecuación (16).

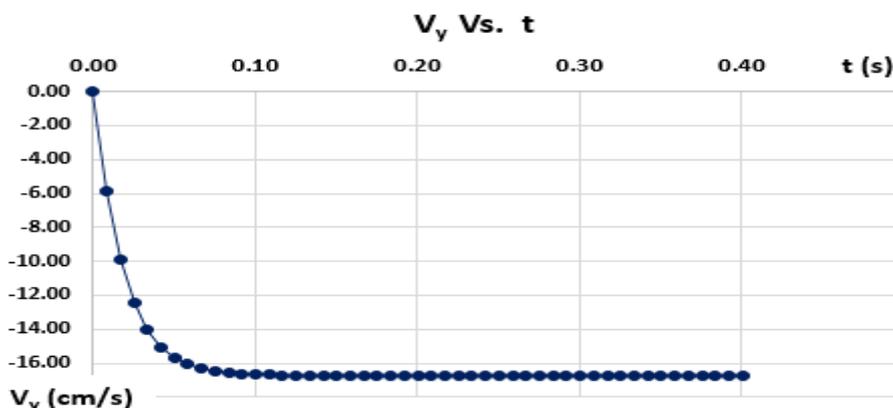


Figura 14. Gráfica de la relación entre la velocidad y el tiempo, v_y Vs. t , para el movimiento de un único imán en la barra de aluminio.

De la figura 14 se nota que el imán parte del reposo y luego el valor de su velocidad crece exponencialmente con el tiempo y después (de 0,16 s) se mueve con una velocidad constante ($v_L = 16,73 \text{ cm/s}$).

Conociendo el valor de k y la relación entre la velocidad y el tiempo (ecuación 16), obtenemos la fuerza magnética de frenado:

$$F_{fren} = -kv = 0,18 (1 - e^{-55.89 t}) \text{ N} \tag{17}$$

En la figura 15 se muestra la relación dada por la ecuación (17).

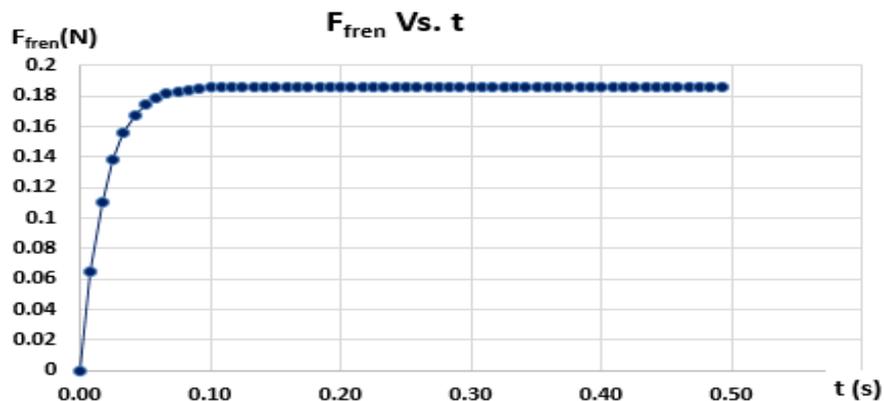


Figura 15. Gráfica de la relación entre la fuerza magnética de frenado y el tiempo, F_{fren} Vs. t , para el movimiento de un único imán en la barra de aluminio.

En la figura 15 se puede notar como la fuerza magnética de frenado aumenta exponencialmente con el tiempo desde el valor cero (cuando el imán está en reposo) hasta igualar el peso del imán (en 0,16 s).

4. CONCLUSIONES

Se estudió experimentalmente la caída de un imán de neodimio en forma de anillo, que se movió externamente a lo largo de una barra cilíndrica de aluminio ubicada en posición vertical. Aprovechando la ventaja del diseño experimental que permitió filmar en todo instante el movimiento del imán, haciendo uso del software analizador de videos Tracker se obtuvieron las ecuaciones que relacionan la velocidad y la fuerza electromagnética con el tiempo.

Los resultados muestran que los valores de la velocidad y la fuerza magnética de frenado aumentan con el tiempo muy rápidamente de manera exponencial y luego de un tiempo muy pequeño (0,16 s) alcanzan un valor constante; en el caso de la fuerza magnética, ésta se iguala al peso del imán. Este resultado es análogo al que se presenta en el movimiento de caída del imán por el interior de un tubo conductor.

Los experimentos realizados presentan un arreglo experimental sencillo que se pueden implementar y aplicar fácilmente en la práctica de laboratorio de cualquier curso introductorio de física de pregrado, tanto para estudiantes de ciencias como de ingeniería.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Aguilar, P.; Chavez, M.; Jáuregui, S. 2018. Using analog instruments in Tracker videobased experiments to understand the phenomena of electricity and magnetism in physics education. *European Journal of Physics* 39 035204 (18pp)
- Babic, S.; Akyel, C. 2008. Improvement in the analytical calculation of the magnetic field produced by permanent magnet rings. *Electromagnetism Program Res. C* 5, 71–82.
- Brown, D. 2009. Tracker video analysis and modelling tool for physics. Cabrillo College, California, U.S.A.
- Donoso, G.; Ladera, C.; Martín, P. 2009. Magnet fall inside a conductive pipe: motion and the role of the pipe wall thickness. *American Journal of Physics* 30, 855.
- Donoso, G.; Ladera, C.; Martín, P. 2011. Damped fall of magnets inside a conducting pipe. *American Journal of Physics* 79, 193.
- Glenn, S. 2017. Joseph Henry's role in the discovery of electromagnetic induction. *European Journal of Physics* 38 -015207 (18pp).
- Ireson, G.; Twidle, J. 2008. Magnetic braking revisited activities for the undergraduate laboratory. *European Journal of Physics* 29 -745–75.
- Levin, J.; Fernando, L.; Rizzato, B. 2006. Electromagnetic braking: A simple quantitative model. *American Journal of Physics* 74, 815.
- MacLatchy, C.; Backman, P.; Bogan L. 1993. A quantitative magnetic braking experiment. *American Journal of Physics* 61, 1096.

- Molina, J.; Abella, A. 2012. A laboratory activity on the eddy current brake. *European Journal of Physics* 33 697–707
- Partovi, M.; Morris, E. 2006. Electrodynamics of a magnet moving through a conducting pipe. *Canadian Journal of Physics* vol. 84, no. 4, pp. 253-271.
- Pelesko, J.; Cesky, M.; Huertas, S. 2005. Lenz's Law and Dimensional Analysis *Latin American Journal of Physics Education* Vol. 6, Suppl. I.
- Ravaud, R; Lemarquand, G; Lemarquand, V.; Depollier, C. 2008. Analytical calculation of the magnetic field created by permanent magnet rings. *IEEE Trans. Magnetism* 44(8), 1982–1989 (2008)
- Reich, F.; Stahn, O.; Müller, W. 2015. The magnetic field of a permanent hollow cylindrical magnet. *Continuum Mechanics and Thermodynamics*. Institut für Mechanik, Technische Universität Berlin.
- Reitz Jhon, Frederick J. Milford, Robert W. Christy. 2013. *Fundamentos de la Teoría Electromagnética*. Octava Edición. Addison Wesley Iberoamericana. Mexico. ISBN 0-201-62592-X.
- Sears, F.; Zemansky, M.; Young, H.; Fredman, R. 2009. *Física Universitaria*. Vol. 2. Edit. Addison Wesley Longman. 12^o Edición. Mexico.
- Sung, J.; Hyuk, J.; Sam, J.; Gi, D. 2009. Modeling and experiments on eddy current damping caused by a permanent magnet in a conductive tube. *Journal of Mechanical Science and Technology* 23 3024-3035.
- Xavier, T.; Krishnan, A. 2014. Theoretical modelling of magnetic dragging force and experimental calculation using video analysis. *International Journal of Engineering Science and Innovative Technology (IJESIT)* Volume 3, ISSN: 2319-5967.
- Yuxuan, X.; Songming, Y.; Haining, T. 2016. Study of eddy current brake based on motion of permanent magnet in the nonmagnetic metal tube. *Electrical Control Engineering and Computer Science – Liu (Ed.)* Taylor & Francis Group, London, ISBN 978-1-138-02937-8.